

ИЗЛУЧЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПРИ ПРОЛЕТЕ ВДОЛЬ ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АНИЗОТРОПНОГО СЛОЯ

О. С. МЕРГЕЛЯН, Н. М. САФИХОДЖАЕВ

Рассмотрено излучение линейных зарядов и токов, равномерно движущихся около пластинки из анизотропного диэлектрического слоя при различных ориентациях оптической оси.

Вычислены поля и исследованы условия возникновения излучения.

В связи с обсуждаемыми в последнее время возможностями получения релятивистских сильноточных образований [1] представляет интерес рассмотреть их взаимодействие с диэлектриками. В настоящей работе рассмотрено излучение линейных зарядов и токов, пролетающих в изотропной среде над плоско-параллельной пластиной из одноосного анизотропного диэлектрика. Получены формулы для полей и потерь энергии на излучение, рассмотрены особенности излучения частот с отрицательной групповой скоростью.

1. Пусть плоскости $z = d$ и $z = d + a$ отделяют слой одноосного кристалла от изотропной среды, имеющей диэлектрическую проницаемость ε_1 и сосредоточенной в областях $z < d$ и $z > d + a$.

Источник, имеющий линейную плотность заряда ρ_0 и плотность тока \vec{j}_0 (j_x), движется вдоль оси y со скоростью v и имеет координаты $y = vt$, $z = 0$.

Рассмотрим различные случаи ориентации оптической оси кристалла.

а) Пусть оптическая ось совпадает с направлением движения, т. е.

$$\varepsilon_{ik} = \begin{pmatrix} \varepsilon & & \\ & \varepsilon_2 & \\ & & \varepsilon \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Собственное поле источника имеет вид

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}(\vec{k}) e^{i\vec{k}(\vec{r} - \vec{v}t)} d\vec{k},$$

$$\vec{E}(\vec{k}) = \frac{i\rho_0}{\pi\varepsilon_1} \frac{\frac{\omega v}{c^2} \varepsilon_1 - \vec{k}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1} + \frac{i\vec{j}_0}{\pi c^2} \frac{\omega}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1}, \quad (2)$$

где $\vec{k} = \vec{k}(k_y, k_z)$, $\vec{k} \vec{v} = \omega$, $d\vec{k} = dk_z \frac{d\omega}{v}$.

Обозначим через \vec{E}_1 поле, отраженное от грани $z = d$, через \vec{E}_2 поле, преломленное на грани $z = d$, $\vec{E}_{3,4}$ — поле, отраженное и прошедшее через грань $z = d + a$. Они могут быть записаны в виде

$$\vec{E}_{1,4}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_{1,4}(\vec{k}) e^{i\left(\frac{\omega}{v} y \mp \lambda_1 z - \omega t\right)} d\vec{k},$$

$$\vec{E}_{2,3}^{\rho,j}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_{2,3}^{\rho,j}(\vec{k}) e^{i\left(\frac{\omega}{v} y \pm \lambda_2^{\rho,j} z - \omega t\right)} d\vec{k}. \quad (3)$$

В формулах (3) λ_1 и $\lambda_2^{\rho,j}$ получаются из соответствующих дисперсионных уравнений:

$$\lambda_1 = \frac{\omega}{v} \xi_1, \quad \xi_2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} (\beta^2 \varepsilon - 1)}, \quad (4)$$

$$\lambda_2^{\rho} = \frac{\omega}{v} \xi_2, \quad \xi_1 = \sqrt{\beta^2 \varepsilon_1 - 1},$$

$$\lambda_2^j = \frac{\omega}{v} \xi_2', \quad \xi_2' = \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1}.$$

Как видно из (3)–(4), поля $\vec{E}_{2,3}(\vec{r}, t)$, возбуждаемые в кристалле, представляют собой необыкновенные волны. Обыкновенные волны при совпадении направления движения источника с оптической осью не возбуждаются. Обозначим индексом ρ поля, за которые ответствен заряд источника, а индексом j поля, создаваемые током. Тогда из условий на границах раздела $z = d$ и $z = d + a$ для неизвестных нам Фурье-компонент полей $\vec{E}_{1,2,3,4}(\vec{k})$ получим

$$E_{2,3y}^{\rho}(\vec{k}) = \pm \frac{i\rho_0}{\pi\varepsilon_1} \frac{\lambda_2^{\rho} v}{\omega} \frac{\lambda_1 (\lambda_1 + k_z) \left(\lambda_2^{\rho} \pm \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \lambda_1 \right)}{\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 \right) \Delta} e^{i(k_z \mp \lambda_2^{\rho}) d \mp i \lambda_2^{\rho} a},$$

$$\Delta = \left(\lambda_2^{\rho} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \lambda_1 \right)^2 e^{-i\lambda_2^{\rho} a} - \left(\lambda_2^{\rho} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \lambda_1 \right)^2 e^{i\lambda_2^{\rho} a},$$

$$E_{1y}^{\rho}(\vec{k}) = \frac{i\rho_0}{\pi\varepsilon_1} \frac{e^{i(k_z + \lambda_1) d}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1} \left\{ \frac{1}{\Delta} \frac{v}{\omega} [\lambda_1 (\lambda_1 + k_z)] \times \right. \quad (5a)$$

$$\left. \times \left[\left(e^{-i\lambda_2^{\rho} a} + e^{i\lambda_2^{\rho} a} \right) \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{\lambda_1}{\lambda_2^{\rho}} + \left(e^{-i\lambda_2^{\rho} a} - e^{i\lambda_2^{\rho} a} \right) \right] - \frac{\omega}{v} \xi_1^2 \right\},$$

$$E_{1y}^j(\vec{k}) = 2 \frac{i\rho_0}{\pi\varepsilon_1} \frac{v}{\omega} \frac{\lambda_1 (\lambda_1 + k_z) \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{\lambda_1}{\lambda_2^j} e^{ik_z d} e^{-i\lambda_1(a+d)}}{\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 \right) \Delta}.$$

И аналогичные выражения для полей, вызванных током:

$$H_{2,3z}^j = \pm \frac{i i_0}{\pi c} \frac{(k_z + \lambda_1) \left(1 \pm \frac{\lambda_1}{\lambda_2'}\right) e^{i k_2 d} e^{\mp i \lambda_2' (d+a)}}{\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1\right) \Delta'},$$

$$\Delta' = \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2'}\right)^2 e^{-i \lambda_2' a} - \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2'}\right)^2 e^{i \lambda_2' a}. \quad (56)$$

В анизотропной среде после интегрирования по k_z мы получим

$$E_{2,3y}^p = \pm \frac{2\rho_0}{v} \int \frac{1}{\Delta_0 \varepsilon_1} \xi_2 \xi_1 \left(\xi_3 \pm \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \xi_1\right) e^{i \frac{\omega}{v} (\nu_{2,3} + \xi_1 d)} d\omega,$$

$$\Delta_0 = \Delta \frac{v^2}{\omega^2}, \quad \nu_{2,3} = y - vt \pm [z - (d+a)] \xi_2, \quad (6)$$

$$H_{2,3z}^j(\vec{r}, t) = \frac{2j_0}{cv} \int \frac{1}{\Delta_0'} \frac{1}{\xi_2'} \left(1 \pm \frac{\xi_1}{\xi_2'}\right) e^{i \frac{\omega}{v} (\nu_{2,3}' + \xi_1 d)},$$

$$\Delta_0' = \Delta' \frac{v^2}{\omega^2}, \quad \nu_{2,3}' \rightarrow \nu_{2,3} \text{ при } \xi_2 \rightarrow \xi_2'.$$

В среде над слоем сумма падающего и отраженного полей будет

$$E_y^p(\vec{r}, t) = E_y^p(\vec{r}, t) + E_{1y}^p(\vec{r}, t) = -\frac{2\rho_0}{v} \int \frac{\xi_1}{\varepsilon_1 \Delta_0} [\xi_1 \xi_2 (e^{-i \lambda_2' a} + e^{i \lambda_2' a}) + (e^{-i \lambda_2' a} - e^{i \lambda_2' a})] e^{i \frac{\omega}{v} (\nu_1 + 2\xi_1 d)} d\omega -$$

$$-\frac{\rho_0}{v} \int \frac{\xi_1}{\varepsilon_1} e^{i \frac{\omega}{v} \nu_1} (e^{2\xi_1 d} - 1) d\omega, \quad (7)$$

$$H_z^{j1}(\vec{r}, t) = H_z^j(\vec{r}, t) + H_{1z}^j(\vec{r}, t) = -\frac{2j_0}{cv} \int \frac{1}{\xi_1 \Delta_0} \left[\frac{\xi_1}{\xi_2} (e^{-i \lambda_2' a} + e^{i \lambda_2' a}) + (e^{-i \lambda_2' a} - e^{i \lambda_2' a}) \right] e^{i \frac{\omega}{v} (\nu_1 + 2\xi_1 d)} d\omega,$$

$$\nu_1 = y - vt - \xi_1 z.$$

Преломленное через слой поле будет

$$E_{4y}^p(\vec{r}, t) = 4 \frac{\rho_0}{v} \int \frac{1}{\Delta_0} \xi_1 \xi_2 e^{i \frac{\omega}{v} \nu_4} d\omega,$$

$$E_{4x}^j(\vec{r}, t) = 4 \frac{j_0}{cv} \int \frac{1}{\Delta_0'} \frac{1}{\xi_2'} e^{i \frac{\omega}{v} \nu_4} d\omega, \quad (8)$$

$$\nu_4 = y - vt + (z - a) \xi_1.$$

Для определения потерь энергии на излучение надо рассмотреть отдельно случаи, когда $\xi_1^2 < 0$, $\xi_2^2 > 0$, $\xi_1^2 > 0$, $\xi_2^2 < 0$ и $\xi_1^2 > 0$, $\xi_2^2 > 0$. В первом случае $\xi_1 = i \frac{|\omega|}{\omega} \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon_1}$. Потери энергии на единице пути даются формулой

$$\frac{dW^p}{dy} = \frac{2\rho_0^2}{v} \int \frac{i \frac{|\omega|}{\omega} |\xi_1| \left[\frac{\varepsilon_2 |\xi_1|}{\varepsilon_1 \xi_2} \cos \left(\frac{|\omega|}{v} \xi_2 a \right) - \sin \left(\frac{|\omega|}{v} \xi_2 a \right) \right] e^{-2 \frac{|\omega|}{v} |\xi_1| d}}{\varepsilon_1 \left\{ \left[1 - \frac{\varepsilon_2^2 |\xi_1|^2}{\varepsilon_1^2 \xi_2^2} \right] \sin \left(\frac{|\omega|}{v} \xi_2 a \right) - 2 \frac{\varepsilon_2 |\xi_1|}{\varepsilon_1 \xi_2} \cos \left(\frac{|\omega|}{v} \xi_2 a \right) \right\}} d\omega \quad (9)$$

и аналогичным выражением для потерь на излучение движущегося тока.

Главное значение интеграла равно нулю, т. е. потери энергии возможны лишь на дискретных частотах, для которых знаменатель подынтегрального выражения обращается в нуль. Излучение это состоит из необыкновенных волн, которые в силу выполнения на границах слоя закона полного отражения не выходят за пределы слоя (который таким образом служит для них анизотропным диэлектрическим волноводом).

Спектр излучения определяется из

$$\left[1 - \frac{\varepsilon_2^2 |\xi_1|^2}{\varepsilon_1^2 \xi_2^2} \right] \sin \left(\frac{|\omega|}{v} \xi_2 a \right) - 2 \frac{\varepsilon_2 |\xi_1|}{\varepsilon_1 \xi_2} \cos \left(\frac{|\omega|}{v} \xi_2 a \right) = 0. \quad (10)$$

Конечная формула для потерь энергии

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dy} = & -\frac{4\pi}{v} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\rho_0^2 \operatorname{sign}(n\alpha_1) \left[\frac{\varepsilon_2 \alpha_1}{\varepsilon_1 \xi_2} \cos \varphi_0 - \sin \varphi_0 \right] e^{-2 \frac{|\varphi_0 + \pi n|}{\xi_2 a} \alpha_1 d}}{\varepsilon_1 \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_2^2 \alpha_1^2}{\varepsilon_1^2 \xi_2^2} \right) \cos \varphi_0 + 2 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{\alpha_1}{\xi_2} \cos \varphi_0 \right] \frac{\xi_2 a}{v}} \right. \\ & \left. + \frac{\int_0^2}{c^2} \frac{\left[\frac{\alpha_1}{\xi_2} \cos \psi_0 - \sin \psi_0 \right] e^{-\frac{|\psi_0 + \pi n|}{\xi_2 a} \alpha_1 d}}{\operatorname{sign} n \left[\left(1 - \frac{\alpha_1^2}{\xi_2^2} \right) \cos \psi_0 + 2 \frac{\alpha_1}{\xi_2} \sin \psi_0 \right] \frac{\xi_2 a}{v}} \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

где

$$n = 1, 2, 3, \dots,$$

$$\alpha_1 = \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon_1} = |\xi_1|, \quad (12)$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2 \frac{\varepsilon_2 \alpha_1}{\varepsilon_1 \xi_2}}{1 - \frac{\varepsilon_2^2 \alpha_1^2}{\varepsilon_1^2 \xi_2^2}},$$

$$\psi_0 = \operatorname{arctg} \frac{2 \frac{\alpha_1}{\xi_2}}{1 - \frac{\alpha_1^2}{\xi_2^2}}$$

Во втором случае излучение (опять в силу выполнения условия полного отражения) не проникает в анизотропный слой. Излучение над слоем состоит из собственного излучения источника и отраженного от первой грани излучения. За слоем имеется излучение, которое генерируется в самой области, и интенсивность его зависит от толщины слоя как

$$\exp \left(-2 \frac{|\omega|}{v} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon} (1 - \beta^2 \epsilon)} a \right).$$

Полные потери энергии описываются выражением

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dy} = & -\frac{2\rho_0^2}{v} \times \\ & \times \operatorname{Re} \int_{\xi_1^2 > 0} \frac{\xi_1}{\epsilon_1} \left\{ \frac{\left[1 + \frac{\epsilon_2^2 \xi_1^2}{\epsilon_1^2 \alpha_2^2} \right] \operatorname{sh} \left(\frac{|\omega|}{v} \alpha_2 a \right) e^{2i \frac{\omega}{v} \xi_1 d}}{\left[1 - \frac{\epsilon_2^2 \xi_1^2}{\epsilon_1^2 \alpha_2^2} \right] \operatorname{sh} \left(\frac{|\omega|}{v} \alpha_2 a \right) - 2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} i \frac{|\omega|}{\omega} \frac{\xi_1}{\alpha_2} \operatorname{ch} \left(\frac{|\omega|}{v} \alpha_2 a \right)} + 1 \right\} d\omega - \\ & - \frac{2j_0^2}{c^2 v} \operatorname{Re} \int_{\xi_1^2 > 0} \frac{1}{\xi_1} \left\{ \frac{\left[1 + \frac{\xi_1^2}{\alpha_2^2} \right] \operatorname{sh} \left(\frac{|\omega|}{v} \alpha_2 a \right) e^{2i \frac{\omega}{v} \xi_1 d}}{\left[1 - \frac{\xi_1^2}{\alpha_2^2} \right] \operatorname{sh} \left(\frac{|\omega|}{v} \alpha_2 a \right) - 2i \frac{|\omega|}{\omega} \frac{\xi_1}{\alpha_2} \operatorname{ch} \left(\frac{|\omega|}{v} \alpha_2 a \right)} + 1 \right\} d\omega, \quad (13) \\ & \alpha_2 = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon} (1 - \beta^2 \epsilon)}, \quad \alpha_2' = \sqrt{1 - \beta^2 \epsilon}. \end{aligned}$$

В случае, если обе среды удовлетворяют условию возникновения излучения Вавилова-Черенкова, генерация излучения происходит лишь в области $z < d$, т. е. в среде, где находится источник. В областях же $d + a > z > d$ и $z > d + a$ имеет место лишь преломленное излучение.

б) Пусть теперь ось кристалла направлена вдоль оси z , т. е. перпендикулярно к границе раздела.

Тогда дисперсионное уравнение в анизотропной среде принимает вид

$$\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - k_z^2 - \frac{\omega^2}{v^2} \frac{\epsilon}{\epsilon_3} = 0 \quad (14)$$

для полей, созданных зарядом, и

$$\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - k_z^2 - \frac{\omega^2}{v^2} = 0 \quad (14a)$$

для полей, созданных током.

Таким образом, излучаются и обыкновенные, и необыкновенные волны (за обыкновенные ответственен ток, а за необыкновенные заряд). Все предыдущие формулы будут справедливы, если в полях с индексом p мы будем считать

$$\lambda_2^p = \frac{\omega}{v} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_3} (\beta^2 \varepsilon_3 - 1)}, \quad (15)$$

а в полях с индексом j

$$\lambda_2^j = \frac{\omega}{v} \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1}. \quad (15a)$$

В случае, когда оптическая ось направлена вдоль оси x ,

$$\varepsilon_{ik} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & & \\ & \varepsilon & \\ & & \varepsilon \end{pmatrix}, \quad (16)$$

в формулах для полей и потерь надо писать

$$\lambda_2^j = \frac{\omega}{v} \sqrt{\beta^2 \varepsilon_x - 1}$$

для j -поля и

$$\lambda_2^p = \frac{\omega}{v} \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1}$$

для p -поля.

При $a \rightarrow 0$ или $d \rightarrow \infty$ результаты переходят в известные формулы для излучения линейного источника в безграничной изотропной среде [2]—[3].

При конечном d и $a \rightarrow \infty$ мы получим задачу о пролете линейного источника над полубесконечной анизотропной средой.

Отметим некоторые особенности излучения частот, для которых одна из компонент ε_{ik} является отрицательной (так называемые частоты с отрицательной групповой скоростью). В этих случаях условия, накладываемые на скорость источника, существенно меняются. Для того, чтобы в анизотропном слое генерировалось излучение Вавилова-Черенкова, необходимо $\xi_2^2 > 0$. При положительных значениях компонент ε_{ik} это приводит к условиям $\beta^2 \varepsilon > 0$ или $\beta^2 \varepsilon_3 > 0$.

Однако, если ε и ε_3 (или ε_2) имеют разные знаки, то при $\varepsilon < 0$, $\xi_2^2 > 0$ для любых скоростей источника, если скорость источника параллельна оптической оси, или должна быть меньше $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_3}}$, если скорость источника перпендикулярна оптической оси. Если $\varepsilon > 0$, а ε_2 (или ε_3), отрицательно, мы имеем обратную картину (излучение будет при любых скоростях при движении перпендикулярно оптической оси и прекращается при достижении черенковской скорости при движении вдоль оси).

Авторы благодарны Б. М. Болотовскому и С. Н. Столярову за полезные советы и обсуждения.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР, физический институт
АН СССР им. Лебедева.

Поступила 28.XI.1969

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. И. Векслер, Атомная энергия, 11, 427 (1957).
2. А. И. Морозов, Вестник МГУ, серия физ.-мат, № 1, 72 (1957).
3. О. С. Мергелян, Изв. АН АрмССР, Физика, 13, № 3 (1960).
4. В. Е. Пафомов, Труды ФИАН, 16, 94 (1961).

ԳՄԱՅԻՆ ԱՂԲՅՈՒՐՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՀԱՐԹ ԶՈՒԳԱՀԵՌ
ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌՈՒԹՅՈՒՆ ՈՒՆԵՅՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ
ԱՆԻՋՈՏՐՈՊ ՇԵՐՏԻ ՈՒՂՂՈՒԹՅԱՄԲ ԹՈՉԵԼԻՍ

Ն. Մ. ՍԱՅԻՆՈՋԱԵՎ, Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

*Դիտարկված է գծային լիցքերի և հոսանքների ճառագայթումը անիզոտրոպ դիէլեկտրիկ
թիթեղի կողքով թռչելիս, վերջինի օպտիկական առանցքի տարբեր դիրքերի դեպքում:
Հաշվված են դաշտերը և ստացված են ճառագայթման առաջացման պայմանները:*

RADIATION OF LINEAR SOURCES FLYING ALONG AN ANYSOTROPIC SHEET

O. S. MERGELIAN AND N. M. SAFIKHODJAEV

The radiation of linear sources and currents uniformly moving near an anysotropic dielectric sheet for various orientations of the optical axis is discussed.

The fields are calculated and the conditions of generating the radiation are studied.