

## ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ПЕРИОДИЧЕСКИ-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

О. С. ЕРИЦЯН, О. С. МЕРГЕЛЯН

Рассмотрено взаимодействие плоской электромагнитной волны с границей раздела вакуум—двумерно периодическая среда. В приближении теории возмущений получены законы отражения и преломления и формулы Френеля.

Пусть плоскость  $z = 0$  отделяет вакуум от среды, диэлектрическая проницаемость которой является периодической функцией координат  $x$  и  $y$ . Для простоты будем считать  $\varepsilon(x, y)$  четной функцией.

Если при этом  $\varepsilon(x, y)$  допускает разложение в ряд Фурье

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_0 + \sum_{n, m=1}^{\infty} \Delta_{n, m} \cdot \cos(\alpha n x + \gamma m y) = \varepsilon_0 + \varepsilon'(x, y) \quad (1)$$

и при этом

$$|\varepsilon'| \ll \varepsilon_0, \quad \alpha = \frac{2\pi}{l_x}, \quad \gamma = \frac{2\pi}{l_y}, \quad (2)$$

то задачу можно решать в приближении теории возмущений. Пусть волна

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\omega) \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (3)$$

падает из вакуума на границу  $z = 0$  под углами  $\vartheta_0$  и  $\varphi_0$ :

$$\left. \begin{aligned} k_x &= \frac{\omega}{c} \sin \vartheta_0 \cdot \sin \varphi_0, \\ k_y &= \frac{\omega}{c} \sin \vartheta_0 \cdot \cos \varphi_0, \\ k_z &= \frac{\omega}{c} \cos \vartheta_0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Запишем ряд (1) в виде

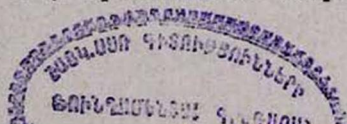
$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_0 + \frac{1}{2} \sum_{\vec{b} \neq 0} \Delta_{\vec{b}} \cdot e^{i \vec{b} \cdot \vec{r}}, \quad \Delta_{-\vec{b}} = \Delta_{\vec{b}}, \quad (5)$$

где

$$\vec{b} = \frac{2\pi n}{l_x} \vec{n}_x + \frac{2\pi m}{l_y} \vec{n}_y \quad (6)$$

вектор обратной решетки структуры.

Тогда преломленная волна является (в приближении теории возмущений) решением уравнения



МА-12664

$$\left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0\right) \vec{E}_2(\vec{r}, t) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon' \vec{E}_{2,0}(\vec{r}, t) - \nabla(\vec{\nabla} \vec{E}_2). \quad (7)$$

Частным решением этого уравнения (в первом приближении) является

$$\vec{E}_2'(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{b} \neq 0} \frac{\Delta_{\vec{b}}}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \vec{E}_{2,0} - (\vec{b} \vec{E}_{2,0})(\vec{b} + \vec{k}_2)}{\vec{b}(\vec{b} + 2\vec{k}_2)} e^{i(\vec{k}_2 + \vec{b}) \cdot \vec{r} - i\omega t}. \quad (8)$$

В формулах (7)–(8)

$$\vec{E}_{2,0}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{2,0} e^{i(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega t)} \quad (9)$$

является преломленным полем при  $\vec{b} = 0$  (обычные формулы Френеля, [2]), а  $\vec{k}_2 = \vec{k}_2(k_x, k_y, k_{2z})$ , где

$$k_{2z} = \sqrt{\varepsilon_0 - \cos^2 \theta_0} \cdot \frac{\omega}{c}. \quad (10)$$

Полное преломленное поле  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$  будет суммой поля  $\vec{E}_2'(\vec{r}, t)$  и поля  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ , которое является решением однородного уравнения (7). Это решение имеет вид

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{b} \neq 0} \vec{E}_{2,b} e^{i[(\vec{x} + \vec{b}) \cdot \vec{p} + \vec{k}_{2z}^b \cdot z - \omega t]}, \quad (11)$$

где

$$\vec{x} = n_x \vec{k}_x + n_y \vec{k}_y, \quad k_{2z}^b = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - (\vec{x} + \vec{b})^2}. \quad (12)$$

Поле отраженной волны может быть записано в аналогичной форме

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{b} \neq 0} \vec{E}_{1,b} e^{i[(\vec{x} + \vec{b}) \cdot \vec{p} - \vec{k}_{1z}^b \cdot z - \omega t]}, \quad (13)$$

$$k_{1z}^b = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - (\vec{x} + \vec{b})^2}.$$

Неизвестные амплитуды  $\vec{E}_{2,b}$  и  $\vec{E}_{1,b}$  без труда определяются из граничных условий

$$(\vec{E}_{1,b})_{\vec{p}} = (\vec{E}_{2,b} + \vec{E}_{2,b})_{\vec{p}}, \quad (14)$$



$$(\vec{E}_{1,b})_z = (\vec{D}_{2,b})_z + \varepsilon_0 (\vec{E}_{2,b})_z$$

и условия поперечности полей

$$(\vec{x} + \vec{b})(\vec{E}_{1,b})_\varphi - k_{1z}^b \cdot (\vec{E}_{1,b})_z = 0, \quad (15)$$

$$(\vec{x} + \vec{b})(\vec{E}_{2,b})_\varphi + k_{2z}^b (\vec{E}_{2,b})_z = 0.$$

Углы отражения соответствующих гармоник  $\vartheta_{1b}$  даются формулами

$$\sin \vartheta_{1,b} = \sqrt{(\vec{x} + \vec{b})^2} \cdot \frac{c}{\omega} = \frac{c}{\omega} \sqrt{x^2 + 2\vec{x}\vec{b} + b^2} \quad (16)$$

или иначе

$$\sin \vartheta_{n,m} = \sqrt{\sin^2 \vartheta_0 + 2 \cdot \frac{2\pi c}{\omega} \sin \vartheta_0 \left[ \frac{\sin \varphi_0 \cdot n}{l_x} + \frac{\cos \varphi_0 \cdot m}{l_y} \right] + \left( \frac{2\pi c}{\omega} \right)^2 \cdot \left( \frac{n^2}{l_x^2} + \frac{m^2}{l_y^2} \right)}. \quad (16a)$$

Закон преломления имеет различный вид для волн с амплитудами  $\vec{E}_1'$  и  $\vec{E}_2'$ :

а) в первом случае закон преломления имеет вид

$$\sin \vartheta_{2,n,m}' = \frac{\sin \vartheta_{1,n,m}}{\sqrt{\varepsilon_0 - \sin^2 \vartheta_0 + \sin^2 \vartheta_{1,n,m}}}, \quad (17)$$

б) для волны с амплитудой  $\vec{E}_2'$  угол преломления будет

$$\sin \vartheta_{2,n,m}' = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \cdot \sin \vartheta_{1,n,m}. \quad (18)$$

Плоскости поляризации высших гармоник при отражении и преломлении поворачиваются. Рассмотрим это на примере нормального падения.

Пусть в падающей волне  $E_0 = E_x$ ,  $k_0 = k_z$ . Тогда законы отражения и преломления принимают более простой вид

$$\sin \vartheta_{n,m} = \frac{2\pi c}{\omega} \sqrt{\frac{n^2}{l_x^2} + \frac{m^2}{l_y^2}} \quad (166)$$

и соответственно меняются формулы (17) и (18).

Для амплитуды отраженного поля из условий (14)–(15) получим

$$E_{1z,n,m}' = \frac{\Delta_{m,n} \cdot \pi n \cdot (k_{2,b} - k_{2,0}) \cdot k_{2,b}}{l_x \left( \frac{n^2}{l_x^2} + \frac{m^2}{l_y^2} \right) \cdot (\varepsilon_0 k_{1,b} + k_{2,b})} E_{2,0}, \quad (19)$$

а плоскость поляризации отраженной волны поворачивается на угол  $\varphi_{n, m}$ , определяемый из

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_{n, m}^1 &= \frac{E_{1y}}{E_{1x}} = - \frac{k_{2b} \cdot \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k_{1b}^2 \right) + k_{1b} \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - k_{2b}^2 \right)}{\frac{\omega^2}{c^2} \frac{m^2}{l_y^2} (\varepsilon_0 k_{1b} + k_{2b}) + \frac{n^2}{l_x^2} k_{1b} k_{2b} (k_{1b} + k_{2b})} \cdot \frac{nm}{l_x l_y} = \\ &= - \frac{b^2 (k_{1b} + k_{2b})}{\frac{\omega^2}{c^2} \frac{m^2}{l_y^2} (\varepsilon_0 k_{1b} + k_{2b}) + \frac{n^2}{l_x^2} k_{1b} k_{2b} (k_{1b} + k_{2b})} \cdot \frac{nm}{l_x l_y}. \end{aligned} \quad (20)$$

Аналогичным образом можно определить углы поворота плоскости поляризации для преломленных волн.

Институт физических исследований

АН АрмССР,

Ереванский физический институт

Поступила 12.XII.1969

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Д. Д. Джексон*, Ряды Фурье и ортогональные полиномы. ИЛ, М., 1948.
2. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Электродинамика сплошных сред. М., 1959.
3. *Л. Бриллюэн, М. Пароди*, Волны в периодических структурах, ИЛ, М., 1959.

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄԸ ՈՒ ԲԵԿՈՒՄԸ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԱՆՀԱՄԱՍԵՈՒՌՅՈՒՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ՍԱՀՄԱՆԻՆ

Հ. Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ, Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

Քննարկված է հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի փոխազդեցությունը վակուումի և երկշափաղրբերականություն ունեցող միջավայրի սահմանի հետ: Ստացված են անդրադարձման և բեկման օրենքները հիմնական և բարձր հարմոնիկների համար, ինչպես նաև Ֆրենսելի բանաձևերը զրգռումների տեսության առաջին մոտավորությամբ:

### REFLECTION AND REFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES ON THE BOUNDARY OF PERIODIC NON-UNIFORM MEDIA

O. S. ERITSYAN, H. S. MERGELIAN

The interaction of electromagnetic waves with the boundary of periodic non-uniform media is discussed. The laws of reflection and refraction for fundamental and high harmonics are obtained. The Frensels formulae in first approximation of the disturbance theory are obtained.