

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОГО УВЛЕЧЕНИЯ В КВАНТОВАННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ

А. А. РОМАНОВ, В. С. САРДАРЯН

Решена система кинетических уравнений для электронов и фононов в квантованной полупроводниковой пленке. Предполагалось рассеяние электронов зеркальным на поверхностях пленки. Показано, что при заполнении только одного лишь пленочного квантованного уровня коэффициент дифференциальной термо-э.д.с. весьма сильно зависит от толщины пленки и резко возрастает при ее уменьшении.

§ 1. Введение

Недавно одним из авторов [1] была рассмотрена теория электрон-фононного увлечения в тонких классических полупроводниковых пленках с учетом произвольной степени диффузности рассеяния обоих типов квазичастиц поверхностью. Оказалось, что при определенных значениях параметров диффузности электронов и фононов имеет место минимум увлечения электронов фононами, что совершенно не характерно массивным полупроводникам. Нам не представляется целесообразным лишний раз обосновывать постановку „пленочных“ задач, ибо о них говорилось довольно много (см., напр., [1—10]).

Представляется интересным рассмотреть, как влияет эффект увлечения электронов фононами на поведение различных кинетических коэффициентов в размерно-квантованных пленках с невырожденным электронным газом. Насколько нам известно, такая задача еще до сих пор никем не рассматривалась. Предполагается, что электроны рассеиваются на акустических фононах в объеме образца и отражаются зеркально от границ пленки (пленка аппроксимируется бесконечной потенциальной ямой). Пусть температура T , концентрация $n_{эл}$ и толщина L_z таковы, что заполнена только одна пленочная подзона [8]. Спектр носителей зарядов считается квадратичным и изотропным. Слабые электрическое поле E и градиент температуры ∇T приложены вдоль оси X , ось Z — поперек пленки. Выберем систему единиц, в которой $\hbar = k_0 = 1$.

Как уже хорошо известно, при малых концентрациях ($n_{эл} \leq 10^{15} \text{ см}^{-3}$) влиянием неравновесности электронов на неравновесность фононов можно пренебречь [13]. Таким образом, при низких температурах и, следовательно, при малых концентрациях длинноволновых акустических фононов, играющих существенную роль в эффекте увлечения, релаксация фононов на электронах лимитируется первым порядком теории возмущения.

§ 2. Решение кинетических уравнений электронов и фононов

В соответствии с постановкой задачи система уравнений расщепляется на пару независимых, одно из которых имеет вид (для электронов) [1, 12]:

$$-\frac{K_{\perp}}{m} \frac{\partial f_{k_{\perp}}^0}{\partial \varepsilon_{k_{\perp}}} \left(\frac{\varepsilon_{k_{\perp}} - \xi}{T} + \frac{\partial \xi}{\partial T} \right) \nabla T + \frac{K_{\perp}}{m} iE \frac{\partial f_{k_{\perp}}^0}{\partial \varepsilon_{k_{\perp}}} = \left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t} \right)_{\text{ст}} + \left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t} \right)_{\text{ф}}, \quad (1)$$

где ξ — химический потенциал электронов в пленке.

Здесь мы уже произвели замену в левой части уравнения полной электронной функции распределения $f_{k_{\perp}}$ на равновесную $f_{k_{\perp}}^0$, пренебрегая возмущением электронной функции фононами. Второе слагаемое в правой части (1) связано с фононным увлечением; $K_{\perp}$ — двумерный волновой вектор электрона в плоскости пленки ($K_{\perp} = \{K_x, K_y\}$).

Для фононной функции распределения имеем

$$\left(\frac{\partial g_{q_{\perp}}}{\partial t} \right)_{\text{пол.}} + \left(\frac{\partial g_{q_{\perp}}}{\partial t} \right)_{\text{ст.}} = 0.$$

Запишем столкновительный член в приближении времени релаксации

$$\left(\frac{\partial g_{q_{\perp}}}{\partial t} \right)_{\text{ст.}} = g_{q_{\perp}} \left(\frac{1}{\tau_{\text{фЭ}}} + \frac{1}{\tau_{\text{ф}}} \right) \equiv \frac{g_{q_{\perp}}}{\tau_{\text{ф}}}, \quad (2)$$

где $\tau_{\text{фЭ}}$ — время релаксации фононов на равновесных электронах, $\tau_{\text{ф}}$ — время их неэлектронной релаксации. Полевой член, разумеется, есть

$$\left(\frac{\partial g_{q_{\perp}}}{\partial t} \right)_{\text{пол.}} = \frac{q_x}{q^2} \nabla T. \quad (3)$$

Из (2) и (3) имеем $g_{q_{\perp}} = \nabla T \frac{q_x}{q^2} \tau_{\text{ф}}$.

Для $\tau_{\text{фЭ}}^{-1}$ существует общее выражение, полученное Гуревичем и Недлиным [11]. В нашем случае квантованной пленки можно получить

$$\frac{1}{\tau_{\text{фЭ}}} = \frac{1}{\tau_0} \frac{|C_q|^2 \omega_q \Phi_{q_z}}{q_{\perp}},$$

где $|q_{\perp}| = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$; C_q — матричный элемент взаимодействия электронов с акустическими фононами, $|q| = \sqrt{q_{\perp}^2 + q_z^2}$ — модуль волнового вектора фонона,

$$\Phi_{q_z} = \frac{L}{L_z^2} \left| \int_0^{L_z} e^{iq_z \cdot z} \sin^2 \left(\frac{\pi Z}{L_z} \right) dZ \right|^2;$$

Столкновительный член в правой части (1) можно записать

$$\left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t} \right)_{\text{ст.}} = - \frac{f_{k_{\perp}}^{(1)}}{\tau_{\text{эф}}},$$

причем, разумеется, $\tau_{\text{эф}} \neq \tau_{\text{фЭ}}$ по известным соображениям. Здесь $f_{k_{\perp}}^{(1)}$ — неравновесная добавка к функции распределения $f_{k_{\perp}}^0$. Для времени релаксации электронов на равновесных фононах $\tau_{\text{эф}}$ в нашем случае нами получено следующее выражение [7] (см. также работу [14]):

$$\tau_{\Phi} = \frac{2\rho V_0^2 L_z}{3\pi E_0^2 m T},$$

где ρ — плотность кристалла, V_0 — скорость звука, m — эффективная масса электрона в кристалле, E_0 — константа деформационного потенциала.

$\left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t}\right)_{\Phi}$ можно записать через интеграл столкновений точно так-

же, как это было сделано нами для $\left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t}\right)_{\text{ст}}$ (см. [5]).

$$\left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t}\right)_{\Phi} = \sum_q W_{k_{\perp}, q}^{ef} \cdot g_q. \quad (4)$$

Здесь $W_{k_{\perp}, q}$ — интеграл столкновения электронов с неравновесными фононами [11]. В нашем случае

$$W_{k_{\perp}, q}^{ef} = 2\pi |C_q|^2 \omega_q \Phi_{qz} \frac{\partial f_{k_{\perp}}^0}{\partial \varepsilon_{k_{\perp}}} [\delta(\varepsilon_{k_{\perp}+q} - \varepsilon_{k_{\perp}}) - \delta(\varepsilon_{k_{\perp}-q} - \varepsilon_{k_{\perp}})]. \quad (5)$$

Используя равенство $|C_q|^2 = \frac{E_0^2 \omega_q}{2\rho V_0^2 V}$, а также (5), (4) и (2), получаем

$$\left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t}\right)_{\Phi} = \frac{\nabla T}{\pi L_z \cdot \rho \cdot K_{\perp}} \frac{\partial f_{k_{\perp}}^0}{\partial \varepsilon_{k_{\perp}}} m E_0^2 \cos \theta \sum_{qz} \Phi_{qz} \int_0^{2k_{\perp}} \frac{q_{\perp}^2 dq_{\perp}}{V 4k_{\perp}^2 - q_{\perp}^2} \tilde{\tau}_{\Phi}(q),$$

V — объем кристалла, θ — угол между $K_{\perp}$ и осью X .

Рассмотрим физически существенный для эффектов увлечения случай $\tau_{\Phi} \ll \tau_{\Phi}$. Ясно, что при этом $\tilde{\tau}_{\Phi} \approx \tau_{\Phi}$.

Тогда для $\left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t}\right)_{\Phi}$ получаем

$$\left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t}\right)_{\Phi} = 2m\tau_0 V \frac{\partial f_{k_{\perp}}^0}{\partial \varepsilon_{k_{\perp}}} (K_{\perp} \cos \theta \cdot \nabla T) \Phi\left(\frac{3}{2}; 2, \frac{K_{\perp}^2}{2mT}\right), \quad (6)$$

Здесь $\Phi\left(\frac{3}{2}; 2, \frac{K_{\perp}^2}{2mT}\right)$ — вырожденная гипергеометрическая функция.

Ищем решение (1) в виде

$$f_{k_{\perp}}^{(1)} = - \frac{\partial f_{k_{\perp}}^0}{\partial \varepsilon_{k_{\perp}}} \chi(\varepsilon_{k_{\perp}}) K_{\perp} \cos \theta. \quad (7)$$

Подставляя (7), (6) в (1), получаем для неизвестной функции χ :

$$\chi(\varepsilon_{k_{\perp}}) = - \frac{\tau_{\Phi}}{m} \left\{ \left[\frac{\varepsilon_{k_{\perp}} - \xi}{T} + 2m^2 \tau_0 V \Phi\left(\frac{3}{2}; 2, \frac{K_{\perp}^2}{2mT}\right) \right] \nabla T + \nabla(\xi - l\varphi) \right\}.$$

§ 3. Вычисление коэффициента дифференциальной термо-э.д.с. и обсуждение результатов

По определению имеем

$$\alpha = \frac{\left| \nabla \left(\frac{\xi}{e} + \varphi \right) \right|}{|\nabla T|}.$$

Вычисление α произведем в двух случаях:

$$\text{а) } \frac{2\pi^2}{mL_z^2 T} \approx 1, \quad \text{б) } \frac{2\pi^2}{mL_z^2 T} \gg 1 (\approx 3 + 5). \quad (8)$$

Тогда для α можно получить соответственно значения

$$\begin{aligned} \text{а) } \alpha &= \frac{1}{e} \left\{ 2 - \frac{\xi}{T} + \pi L_z \sqrt{2\pi m T} \exp \left(\frac{\pi^2}{2m T L_z^2} - \frac{\xi}{T} \right) \right\}; \\ \text{б) } \alpha &= \frac{1}{e} \left\{ 2 - \frac{\xi}{T} + \frac{4\pi^2 \sqrt{2\pi}}{n_{эл.} L_z^4 (m T)^{1/2}} \exp \left(\frac{\pi}{2m T L_z^2} \right) \right\}; \end{aligned}$$

$n_{эл.}$ — концентрация электронов в пленке.

Видно, что в выражениях для α , в отличие от результатов [9], появились дополнительные члены, связанные с эффектом увлечения электронов фононами. Уровень Ферми для одного заполненного пленочного уровня есть

$$\exp \left(-\frac{\xi}{T} \right) = \frac{m T}{\pi n_{эл.} L_z} \exp \left(-\frac{\pi^2}{2m T L_z^2} \right).$$

С учетом этого окончательно для α имеем:

$$\begin{aligned} \text{а) } \alpha &= \frac{1}{e} \left\{ 2 - \frac{\pi^2}{2m T L_z^2} + \ln \left(\frac{m T}{\pi n_{эл.} L_z} \right) + \frac{\sqrt{2} (m T)^{3/2}}{n_{эл.}} \right\}; \quad (9) \\ \text{б) } \alpha &= \frac{1}{e} \left\{ 2 - \frac{\pi^2}{2m T L_z^2} + \ln \left(\frac{m T}{\pi n_{эл.} L_z} \right) + \frac{\pi (2\pi)^{5/2}}{n_{эл.} L_z^4 (m T)^{1/2}} \exp \left(\frac{\pi^2}{2m T L_z^2} \right) \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь случай $\tau_{фз} \gg \tau_{ф}$, при этом $\tilde{\tau}_{ф} \approx \tau_{ф}$. Для простоты в качестве неэлектронного механизма релаксации возьмем рассеяние фононов на границе с характерным временем релаксации $\tau_{ф} \sim \frac{L_z}{V_0}$.

При этом

$$\left(\frac{\partial f_{k_{\perp}}}{\partial t} \right)_{\phi} = \frac{7 \nabla T}{2 \rho V_0} \cdot \frac{\partial f_{k_{\perp}}^0}{\partial \varepsilon_{k_{\perp}}} m E_0^2 K_{\perp} \cos \theta.$$

Отсюда

$$\alpha = \frac{1}{e} \left\{ 2 - \frac{\pi^2}{2m T L_z^2} + \ln \left(\frac{m T}{\pi n_{эл.} L_z} \right) + \frac{7 m^2 E_0^2}{2 \rho V_0} \right\}. \quad (11)$$

Используя условия невырожденности электронов в пленке

$$\exp\left(-\frac{\xi}{T}\right) \gg 1$$

и заполнения одного пленочного уровня

$$\frac{2\pi^2}{mTL_z^2} \gg 1,$$

получаем с учетом (9) и (10) для α в двух рассмотренных случаях следующие значения с точностью до отброшенных членов:

$$\begin{aligned} \text{а) } \alpha &= \frac{V2\pi(mT)^{3/2}}{en_{эл}}, \\ \text{б) } \alpha &= \frac{\pi(2\pi)^{5/2}}{en_{эл}L_z^4(mT)^{1/2}} \exp\left(\frac{\pi^2}{2mTL_z^2}\right). \end{aligned} \quad (12)$$

Как видно из последних равенств, величина α в основном определяет ся как раз эффектом фононного увлечения.

Итак, формулы (12) завершают решение задачи. Следует отметить, что в случае, когда имеется только лишь один заполненный уровень, то термо-э.д.с. определяется, в основном, фононным увлечением и довольно сильно зависит от толщины пленки, резко увеличиваясь при уменьшении L_z .

ИФП СО АН СССР,

Новосибирский государственный
университет

Поступила 15. VII. 1969

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. С. Сардарян, ФТП, вып. 8 (1969).
2. В. С. Сардарян, Изв. АН АрмССР, Физика 3, 3 (1968).
3. В. С. Сардарян, Изв. АН АрмССР, Физика 4, 2 (1969).
4. В. С. Сардарян, П. П. Вильмс и др., ФТП, 3, 8 (1969).
5. В. С. Сардарян, П. П. Вильмс, Письма ЖЭТФ (1969) (в печати).
6. В. С. Сардарян, А. Ф. Кравченко и др. ФТП, 3, 12 (1969) (в печати).
7. Л. И. Матарилл, А. А. Романов, В. С. Сардарян, ФТП, 3, 8 (1969).
8. В. Я. Демидовский, Б. А. Тавлер, ФТТ, 5, 644 (1963).
9. Л. И. Матарилл, А. А. Романов, В. С. Сардарян, Тезисы доклада на 3-ем Всесоюзном симпозиуме по электронным процессам на поверхности в тонких монокристаллических слоях полупроводников, Новосибирск (1969).
10. В. С. Сардарян, ФТП, 3, 12 (1969) (в печати).
11. Л. Э. Гуревич, Г. М. Недлик, ЖЭТФ, 40, 809 (1961).
12. А. И. Ансельм, Введение в теорию полупроводников, физ.-мат. ГИЗ, М.—Л. (1962).
13. И. М. Цидильковский, Термомагнитные явления в полупроводниках, физ.-мат. ГИЗ, М. (1960).
14. Б. А. Тавлер, В. Я. Демидовский, ФТТ, 6, 960 (1964).
15. С. М. Скок, В. С. Сардарян, М. Д. Блох, ФТП, 3, 12 (1964).

ԷԼԵԿՏՐՈՆ-ՖՈՆՈՆԱՅԻՆ ԸՆԴԴԻՐԿՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱՆ
ԲԱՐԱԿ ԿԻՍԱԶԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒՄ

Ա. Ա. ՌՈՄԱՆՈՎ, Վ. Ս. ՍԱՐԴԱՐԻԱՆ

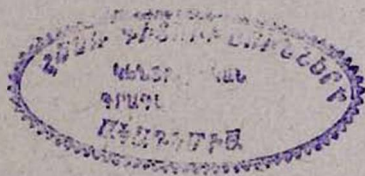
Քվանտացված կիսահաղորդչային թաղանթներում հաշված է դիֆերենցիալ թերմոէլեկտրոնային էֆեկտը, երբ երկու տեսակի կվազի-մասնիկները թաղանթի մակերևույթի կողմից ցրվում են հակադրական ձևով:

Էլեկտրոնների ոչ ալլասերված ստատիստիկ բաշխման դեպքում ցույց է տրված, որ թերմոէլեկտրոնային էֆեկտը ուժեղ կերպով կախված է կիսահաղորդչի հաստությունից, մեծանում է, երբ վերջինս չորրորդանում է: Այդ տեղի ունի այն դեպքում, երբ միայն մեկ քվանտային ենթամակարդակ է դրադված:

THE THEORY OF THE ELECTRON-PHONON CARRYING
IN QUANTIZED SEMICONDUCTOR THIN FILMS

A. A. ROMANOV, V. S. SARDARIAN

A system of kinetic equations is solved for electrons and phonons in quantized semiconductor thin films. The electron scattering is supposed to be reflective on film surfaces. It is shown, that in filling only one film quantized level, the differential emf ratio highly depends on a film thickness and increases sharply when a film becomes thinner.



HA-12401