ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
НА ДВИЖУЩЕЙСЯ ПОЛУПЛОСКОСТИ

Ю. М. АЙВАЗЯН, О. С. МЕРГЕЛЯН

Рассмотрена дифракция электромагнитной волны на движущейся идеально проводящей полуплоскости.

В системе координат x, y, z положение полуплоскости в момент времени t задается соотношениями $x < 0, -\infty < z < \infty, y = vt$. Полуплоскость движется вдоль оси y со скоростью v ($v > 0$ при движении полуплоскости в положительном направлении оси y). Падающую на полуплоскость плоскую монохроматическую волну запишем в виде $\vec{E}^0 \exp(-i\vec{k}\vec{r} - i\omega t)$, $\omega > 0$. Решение дифракционной задачи имеем в виде $\vec{E}^0 + \vec{E}$, поле $\vec{E}$ вводится для того, чтобы удовлетворить граничным условиям на полуплоскости. В системе координат, в которой полуплоскость покоится, задача решается, как обычно, методом Винера—Хопфа [1] с учетом условий ребра полуплоскости для выделения правильного физического решения [2]. Решение дифракционной задачи в системе (x, y, z) находится затем путем координатных преобразований. Таким образом для дифрагированного электрического поля в системе координат x, y, z получим следующее выражение:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int \vec{A} \exp \left\{ -ik_z z - iax - \frac{\lambda}{\gamma} |y - \beta ct| - \frac{i\tilde{k}}{\gamma^2} (ct - \beta y) \right\} dz, \quad (1)$$

где

$$A_x = \frac{i}{2\pi\gamma} \frac{E_x^0 \sqrt{k_x + p}}{(a - k_x) \sqrt{a + p}} - \frac{i}{2\pi\gamma} \frac{k_z E_z^0 - p E_x^0}{p \sqrt{k_x + p} \cdot \sqrt{a + p}} + \frac{\beta}{2\pi\tilde{k}} \frac{\text{Sign}(y - vt) \cdot [p^2 E_x^0 + k_x k_z E_z^0]}{(a - k_x) \sqrt{k_x + p} \cdot \sqrt{a - p}} \quad (2)$$

$$A_z = \frac{i}{2\pi\gamma} \frac{E_z^0}{a - k_x} \frac{\sqrt{k_x + p}}{\sqrt{a + p}} + \frac{\beta}{2\pi\tilde{k}} \text{Sign}(y - vt) \times \times \frac{\{p a k_z E_x^0 - [(a - p)(k^2 + p k_x) - k_z^2 k_x] E_z^0\}}{p (a - k_x) \sqrt{k_x + p} \cdot \sqrt{a - p}} \quad (3)$$

$$A_y = \text{Sign}(y - vt) \frac{p a E_x^0 + (p + k_x - a) k_z E_z^0}{2\pi p (a - k_x) \sqrt{k_x + p}} \quad (4)$$

В выражениях (1)–(4) введены следующие обозначения:

$$\gamma E_z^0 = E_z^0 - \beta H_x^0 = E_z^0 \frac{\tilde{k}}{k}, \quad \gamma E_x^0 = E_x^0 + \beta H_z^0 = E_x^0 \left[1 + \frac{k\beta}{ky} \right], \quad \gamma^2 = 1 - \beta^2, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

и

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad \lambda = \sqrt{\alpha^2 - p^2}, \quad p^2 = \frac{\tilde{k}^2}{k^2} - k_z^2, \quad \tilde{k} = k + \beta ky.$$

Ветвь корня $\lambda = \sqrt{\alpha^2 - p^2}$ выбрана таким образом, что $\text{Re} \lambda > 0$ при $|\text{Im} \alpha| < |\text{Im} p|$.

В выражении (1) интегрирование по α можно провести точно с помощью известных интегралов (напр. [1]). Для краткости приводить выражения для интегралов мы не будем, а рассмотрим спектральный состав излучения.

Для того чтобы определить спектральный состав дифрагированного поля, найдем, например, фурье-компоненту $\tilde{E}_{y, \Omega}$. Учитывая (1) и (4), получим

$$\tilde{E}_{y, \Omega}(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{E}_y(\vec{r}, t) e^{i\Omega t} dt = \frac{i\gamma^2}{\pi c \beta^2} \times \\ \times \int \frac{\text{Sign}(y - vt)(\tilde{k}\gamma^{-2} - K) A_y}{\alpha^2 - K_x^2} \exp[-ik_z z - i\alpha x + \frac{i}{\beta}(K - \tilde{k})y] d\alpha, \quad (5)$$

где введены обозначения $K = \Omega c^{-1}$, $K_x^2 = p^2 - \frac{\gamma^2}{\beta^2} \left(K - \frac{\tilde{k}}{\gamma^2}\right)^2$.

Подынтегральное выражение в (5) не имеет точек ветвления в нижней полуплоскости комплексной переменной α . Поэтому контур интегрирования по α в (5) при $x > 0$ можно замкнуть в нижней полуплоскости α и интеграл сведется к вычету в полюсе $\alpha = -K_x$, где под K_x понимается положительная величина. Окончательно, после интегрирования по α в (5), будем иметь

$$\tilde{E}_{y, \Omega}(\vec{r}) = A \frac{\gamma^2}{\beta} \left(\frac{\tilde{k}}{\gamma^2} - K\right) [p K_x E_x^{0'} - (p + k_x + K_x) k_z E_z^{0'}] \exp(i\vec{K}\vec{r}), \quad (6)$$

где

$$A^{-1} = -2\pi c \beta K_x \sqrt{k_x + p} \sqrt{-K_x - p} (K_x + k_x) p, \quad K_z = -k_z, \quad K_y = \\ = \frac{1}{\beta} (K - \tilde{k}).$$

В полупространство $x > 0$ дифрагируют только те волны, частоты которых удовлетворяют условию $p^2 - \frac{\gamma^2}{\beta^2} \left[K - \frac{\tilde{k}}{\gamma^2}\right]^2 > 0$. Из этого условия

видим, что частоты дифрагированных волн заключены в пределах

$$\frac{\tilde{k}}{\gamma^2} - \frac{|\beta|}{\gamma} \left(\frac{\tilde{k}^2}{\gamma^2} - k_z^2\right)^{1/2} < \frac{\Omega}{c} < \frac{\tilde{k}}{\gamma^2} + \frac{|\beta|}{\gamma} \left(\frac{\tilde{k}^2}{\gamma^2} - k_z^2\right)^{1/2}. \quad (7)$$

Дифрагированные волны с частотой Ω излучаются в направлении, которое в сферической системе координат $y = r \cos \theta$, $z = r \sin \theta \cos \varphi$, $x = r \sin \theta \sin \varphi$ определяется из соотношений

$$\cos \theta = \frac{K_y}{K}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{K_x}{K_z}. \quad (8)$$

Таким образом, рассеянное поле представляет собой набор волн различных частот, причем волна каждой частоты распространяется под углами, определенными из условий (8). Спектр дифрагированного излучения, как и следовало ожидать, обрезается с двух сторон.

Аналогично для $\vec{E}_{x, z, \Omega}$ получим следующие выражения:

$$\vec{E}_{x, \Omega}(\vec{r}) = A \left[\left\{ p (p^2 - K_x^2) - \frac{p^3}{\tilde{k}} \left(\frac{\tilde{k}}{\gamma^2} - K \right) \right\} E_x^{10} + \left[(K_x + p)(K_x + k_x) - \frac{k_z k_x p \gamma^2}{\tilde{k}} \left(\frac{\tilde{k}}{\gamma^2} - K \right) \right] E_z^{10} \right] \exp \{ i \tilde{K} \vec{r} \}, \quad (9)$$

$$\vec{E}_{z, \Omega}(\vec{r}) = A \left[p (k_x + p)(K_x + p) E_z^{10} + \frac{\gamma^2}{\tilde{k}} \left(\frac{\tilde{k}}{\gamma^2} - K \right) \{ p K_x k_z E_x^{10} - [(K_x + p)(k'^2 + p k_x) + k_z^2 k_x] E_z^{10} \} \right] \exp \{ i \tilde{K} \vec{r} \}. \quad (10)$$

Спектральная интенсивность излучения на частоте Ω , W_{Ω} , при $x > 0$ определяется выражением

$$\frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\operatorname{Re} \vec{E})^2 dt = \int W_{\Omega} dt, \quad W_{\Omega} = \frac{c}{2} \{ |E_{x, \Omega}|^2 + |E_{y, \Omega}|^2 + |E_{z, \Omega}|^2 \}. \quad (11)$$

Используя (6–9), (10), для W_{Ω} получим следующее выражение (для простоты рассматриваем только случай $k_z = 0$):

$$W_{\Omega} = \frac{K^2 \gamma^2 (k' + K_x)(k_x + k')^2 I_0^2 + (k' - K_x)(k_y + k\beta)^2 I_0}{\pi c_0 \beta^2 K_x^2 (k' + k_x)(K_x + k_x)^2 k^2}, \quad (12)$$

где $k' = \frac{\tilde{E}}{\gamma}$.

$I_0^2 = \frac{c}{8\pi} E_z^{02}$ — усредненная за период плотность потока в падающей волне с поляризацией E_z^0 , а $I_0 = \frac{c}{8\pi} (E_x^{02} + E_y^{02})$ — средняя за период плотность потока в падающей волне с вектором поляризации в плоскости (x, y) .

Отметим, что в выражении (12) для спектральной плоскости излучения $k' + k_x$ нигде в нуль не обращается, а полюсу $K_x + k_x = 0$ со-

ответствуют две частоты $\Omega_1 = \omega$ и $\Omega_2 = \frac{k(1+\beta^2) + 2k_y\beta}{c(1-\beta^2)}$. При $\Omega = \Omega_1 = \omega$

угол падения падающей волны равен углу отражения дифрагированной волны. При $\beta \rightarrow 0$, W_Ω обращается в бесконечность как β^{-2} . В ультрарелятивистском случае при $\beta \rightarrow \pm 1$, $\gamma \rightarrow 0$, $K_x = \sqrt{2K\tilde{k} - \tilde{k}^2}$, $K_y = K - \tilde{k}$, $\tilde{k} = k \pm k_y$. В этом предельном случае первый член в числителе (12) обращается в нуль.

Авторы благодарны Б. М. Болотовскому за постановку задачи и обсуждения.

Ереванский физический институт

Поступила 8.VIII.1969

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Б. Нобл, Метод Винера—Хопфа, ИЛ, М., 1962.
2. Ю. М. Айвазян, Д. М. Седракян, ДАН АрмССР, 39, 81 (1964)
3. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН, 88, 209 (1966); УФН, 94, 377 (1968).
4. Lec, Mattre, Canad. J. Phys., 45, № 9, 2999 (1967).
5. Tsandoulas, Proc. IEEE, 56, № 10, 1749 (1968).
6. Sensor, IEEE Trans., MTT, 17, № 3, 154 (1969).

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԵՏԻՍԱԿԱՆ ԱՆԻՔՆԵՐԻ ԳԻՖՐԱԿՑԻԱՆ ՇԱՐԺՎՈՂ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

Յու. Մ. ԱՅՎԱԶՅԱՆ, Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼԻԱՆ

Աշխատանքում դիտարկվում է հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի դիֆրակցիան շարժվող իդեալական հաղորդիչ կիսահարթության վրա: Խնդիրը լուծվում է վիճակ-Հոպֆի մեթոդով: Ստացված են արտահայտություններ ցրված դաշտերի անկյունային ու սպեկտրալ բաշխումների և ամպլիտուդների համար:

DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES ON A MOVING HALFPLANE

Yu. M. AIVAZIAN, O. S. MERGELIAN

The diffraction of a plane electromagnetic wave on a moving ideally conducting halfplane is considered. The spectrum of scattered radiation and its dependence upon the velocity of the moving halfplane and the scattering angle are obtained and analysed.