

ПЛАЗМЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОСТОЯННОМ ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Э. М. КАЗАРЯН

Рассмотрено влияние постоянного однородного электрического поля на плазменные колебания носителей заряда со сложным законом дисперсии. Показано, что в стандартном „однозонном“ приближении изменение плазменной частоты, а также появление второй ветви в электрическом поле обусловлено непараболичностью закона дисперсии. Получена явная зависимость плазменной частоты от электрического поля, а также от параметра непараболичности. Обсуждается вопрос о возможности определения параметра непараболичности методом электроотражений.

§ 1. Постановка задачи

Будем рассматривать однозонную модель: имеется система взаимодействующих квазичастиц-электронов проводимости с произвольным законом дисперсии $\omega(p)$. Накладываем на такую систему постоянное однородное электрическое поле и обычным методом самосогласованного поля исследуем плазменные колебания.

В связи с такой постановкой задачи следует сделать два замечания:

Во-первых, предполагается, что в плазменных колебаниях участвуют только свободные носители заряда—электроны проводимости. Ясно, что для этого необходимо, чтобы энергия плазменных колебаний была намного меньше ширины запрещенной зоны полупроводника, т. е.

$$\hbar\omega_{pe} \ll \Delta. \quad (1)$$

(Известно, что в полупроводниках возможны и плазменные колебания, обусловленные полным числом электронов валентной зоны). При выполнении неравенства (1) валентные электроны, а также электроны более глубоких оболочек образуют „фон“, влияние которого проявляется в замене истинной массы на эффективную и в появлении множителя ϵ_0 в знаменателе ω_{pl}^2 (ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость решетки).

Во-вторых, пренебрегается затуханием плазменных волн, обусловленным рассеянием электронов на неидеальностях кристаллической решетки—фононах, атомах примеси и т. д. Это означает, что соответствующие времена релаксации τ велики по сравнению с периодами плазменных колебаний, т. е.

$$\hbar\omega_{pe} \gg \frac{\hbar}{\tau}. \quad (2)$$

Из неравенства (2) следует, что, с одной стороны, необходимо иметь кристаллы высокой степени чистоты при низких температурах, с дру-

гой стороны, большую концентрацию носителей заряда. Последняя в данном случае может быть достигнута оптической инжекцией*.

Как известно, в постоянном однородном электрическом поле волновые функции электронов в кристалле уже в нулевом приближении с точностью до экспоненциально малых членов, соответствующих просачиванию электрона под действием поля из одной зоны в другую) описывают равномерное ускорение. Исходя из работы [1], волновую функцию электронов (в „однозонном“ приближении метода эффективной массы) можно подставить в виде

$$|p\rangle = \tilde{\Psi}(p, t) = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t w(p - eE_0 x) dx\right\} \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} (p - eE_0 t) r\right\}. \quad (3)$$

(Здесь предполагается, что электрическое поле E_0 включается при $t=0$). Однако при этом предполагается, что образец не включен в цепь постоянного тока: в данной задаче рассматривается постановка опыта как в методе электроотражения. Отсутствие постоянного тока дает возможность пользоваться сильными электрическими полями (как будет видно из дальнейшего, см. (24), необходимое поле $E_0 \sim 10^3 - 10^4$ в/см), не нагревая сильно образец. Соответственно, в дальнейшем везде будет фигурировать, именно, равновесная функция распределения.

§ 2. Диэлектрическая проницаемость

Рассмотрим поведение системы электронов, описываемых волновыми функциями (3) под действием некоторого нестационарного возмущения

$$\delta U(r, t) = \delta U(t) \exp\left(\frac{i}{\hbar} qr\right) + \text{комп. сопр.} \quad (4)$$

Возмущение (4) приводит к изменению заряда в данной точке. Изменение плотности заряда $e\delta n(r, t)$ создает потенциальное поле $\delta\Phi(r, t)$, которое определяется из уравнения Пуассона. Для Фурье компоненты $\delta\Phi(r, t)$ имеем

$$\delta\Phi_q(t) = \frac{4\pi e^2 \hbar^2}{\epsilon_0 q^2} \delta n_q(t). \quad (5)$$

Для дальнейшего удобно произвести каноническое преобразование

$$\tilde{\Psi}(t) = \exp\left[\frac{i}{\hbar} \delta U(r, t) \cdot t\right] \Psi(t),$$

* В силу медленности процесса рекомбинации неравновесные электроны, инжектируемые в образец светом, успевают принять участие в плазменных эффектах до того, как рекомбинируют.

$$\tilde{F}(t) = \exp \left[\frac{i}{\hbar} \delta U(r, t) \cdot t \right] \check{F} \exp \left[- \frac{i}{\hbar} \delta U(r, t) \cdot t \right], \quad (6)$$

в которое, в отличие от преобразования к представлению взаимодействия, вместо свободного гамильтониана входит гамильтониан возмущения. Здесь $\check{\Psi}(t)$ — волновая функция полного гамильтониана в шредингеровском представлении, $\check{F}$ — оператор, соответствующий некоторой физической величине в шредингеровском представлении.

Тогда легко показать, что Фурье компоненту плотности числа частиц $\delta n_q(r, t)$ в линейном приближении по $\delta U(r, t)$ можно представить в следующем виде:

$$\delta n_q(t) = \sum_p \exp \left\{ - \frac{i}{\hbar} \int_0^t [w(p - eE_0x) - w(p - q - eE_0x)] dx \right\} < p | \delta \rho(r, t) | p - q >, \quad (7)$$

где $\delta \rho(r, t)$ определяется уравнением движения

$$i\hbar \frac{\partial \delta \rho(r, t)}{\partial t} [\delta U(r, t), \rho_0] = 0 \quad (8)$$

с начальным условием $\delta \rho(u, t) = 0$ при $t = 0$. (Здесь ρ_0 — равновесный статистический оператор для одной частицы).

Подставляя (7) в (5) с учетом (8) и вычисляя матричный элемент от коммутатора $[\delta U(r, t), \rho_0]$, с помощью (3) и (4) для $\delta \Phi_q(t)$ получаем

$$\delta \Phi_q(t) = - \frac{4\pi i e^2 \hbar}{\epsilon_0 q^2} \sum_p \exp \left\{ - \frac{i}{\hbar} [w(p - eE_0x) - w(p - q - eE_0x)] dx \right\} \times \\ \int_0^t dt' \{ f(p - q - eE_0t') - f(p - eE_0t') \} \delta U(t') \exp \left\{ - \frac{i}{\hbar} \int_0^{t'} [w(p - q - eE_0x) - w(p - eE_0x)] dx \right\}, \quad (9)$$

где $f(p)$ — функция распределения Ферми-Дирака.

Далее, обычным методом самосогласованного поля, пользуясь (9), имеем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta U(\omega') \epsilon(\omega, \omega') d\omega' = \delta V(\omega), \quad (10)$$

где $\delta V(\omega)$ — Фурье компонента истинного внешнего потенциала, а оператор диэлектрической проницаемости $\epsilon(\omega, \omega')$ определяется выражением

$$\epsilon(\omega, \omega') = \delta(\omega - \omega') - \frac{4\pi i e^2 \hbar}{\epsilon_0 q^2} \sum_p \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ - \frac{i}{\hbar} [\varphi(t) - \hbar \omega t] \right\} \tilde{\varphi}(\omega', t) dt. \quad (11)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\varphi(t) = \int_0^t [\omega(p - eE_0x) - \omega(p - q - eE_0x)] dx,$$

$$\tilde{\varphi}(\omega', t) = \int_0^t [f(p - q - eE_0t') - f(p - eE_0t')] \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [\varphi(t') - \hbar\omega't'] \right\} dt'. \quad (12)$$

В частности, в отсутствие электрического поля ($E_0 = 0$) при адиабатическом включении возмущения из (11) и (12) для диэлектрической проницаемости получаем хорошо известную формулу (в приближении метода самосогласованного поля).

§ 3. Плазменные колебания

Сделав замену переменных в (11) и (12) $p \rightarrow q - p'$, $p' \rightarrow -p'$, $t' \rightarrow -t'$, $x \rightarrow -x'$, $t \rightarrow -t$, можем представить диэлектрическую проницаемость в следующем виде:

$$\varepsilon(\omega, \omega') = \delta(\omega - \omega') - \frac{4\pi e^2 \hbar}{\varepsilon_0 q^2} \sum_{p'} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \varphi(t) \right\} \times \\ \times \int_0^t f(p - eE_0t') \cos(\omega t - \omega't') \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \varphi(t') \right\} dt'. \quad (13)$$

Откуда для вещественной части $\varepsilon(\omega, \omega')$ имеем:

$$\text{Re } \varepsilon(\omega, \omega') = \delta(\omega - \omega') - \frac{8\pi e^2 \hbar}{\varepsilon_0 q^2} I(\omega, \omega', q); \quad (14)$$

где

$$I(\omega, \omega', q) = \sum_p f(q) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_0^t dt' \cos(\omega t - \omega't') \sin \frac{1}{\hbar} \int_{t'}^t \{ \omega[p - eE_0(x - t')] - \\ - \omega[p - q - eE_0(x - t')] \} dx. \quad (15)$$

Вычислим интеграл (15) сначала для квадратичного закона дисперсии

$$\omega(p) = \frac{p^2}{2m}.$$

Тогда

$$I(\omega, \omega', q) = \sum_p f(p) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_0^t \cos(\omega t - \omega't') \sin \frac{1}{\hbar} \left[\left(\frac{qp}{m} - \frac{q^2}{2m} \right) (t - t') - \right. \\ \left. - \frac{eqE_0}{4m} (t - t')^2 \right] dt'. \quad (16)$$

Из (16) видно, что при дальнейшем вычислении $I(\omega, \omega', q)$ у нас возникнут интегралы типа

$$A = \int_0^t \cos(a + bz) \sin cz \cos dz^2 dz,$$

которые легко вычисляются путем разложения $\cos dz^2$ в ряд. Простые вычисления дают (при $q \rightarrow 0$ и конечном ω')

$$I(\omega, \omega', q) = \frac{1}{2} \delta(\omega - \omega') \frac{q^2 n}{\hbar m \omega^2} \left[1 - \frac{1}{2!} \left(\frac{eqE_0}{4 m \omega^2 \hbar} \right)^2 + \dots \right], \quad (17)$$

где n — концентрация свободных носителей.

Как видно из последней формулы, для нашей модели частота плазменных колебаний в электрическом поле не меняется. (Электрическое поле входит только в фазовую скорость плазменных волн). Следует указать, что в работе [2] также была поставлена задача о плазменных колебаниях в электрическом поле. В случае $\hbar \omega_{pe} > \Delta$, учитывая многозонную структуру кристалла, авторы показали, что уже для квадратичного закона дисперсии происходит изменение плазменной частоты.

Оказывается, что плазменная частота изменяется и в однозонной модели, если учитывать непараболичность закона дисперсии. Такое изменение, по-видимому, связано с изменением эффективной массы в электрическом поле. Действительно, рассмотрим случай неквадратичного „затравочного“ закона дисперсии.

$$\omega(p) = \alpha p^2 - \beta p^4.$$

Тогда, вычисляя аналогично предыдущему, для вещественной части диэлектрической проницаемости получаем (при $q \rightarrow 0$)

$$\begin{aligned} \text{Re } \varepsilon = 1 + \frac{8\pi e^2}{\varepsilon_0} \sum_p f(p) \left\{ \frac{-\alpha + 2\beta p^2 [2 \cos^2(pq) + 1]}{\omega^2} + \right. \\ \left. + \frac{2\beta (eE_0)^2 [2 \cos^2(qE_0) + 1]}{\omega^4} \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Приравняв теперь $\text{Re } \varepsilon$ нулю и решая получающееся уравнение относительно ω , получаем для плазменных частот две ветви

$$\omega_{1,2pe}^2(E_0) = \frac{\omega_{pe}^2(0) \pm \sqrt{\omega_{pe}^4(0) - \frac{32\pi}{\varepsilon_0} e^2 n \beta \xi_2 (eE_0)^2}}{2}. \quad (20)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \omega_{pe}^2(0) = \frac{8\pi e^2 \alpha n}{\varepsilon_0} - \frac{8\pi e^2 \beta \xi_1}{\varepsilon_0} \sum_p f(p) \cdot p^2, \\ \xi_1 = 2 \cos^2(pq) + 1, \quad \xi_2 = 2 \cos^2(qE_0) + 1. \end{aligned} \quad (21)$$

Или же разлагая корень в ряд и подставляя значение параметров α и β из закона Кейна [3], получаем

$$\omega_{1pe}^2(E_0) = \omega_{pe}^2(0) - \frac{3}{2} \frac{(eE_0)^2 \xi_2}{m_n(0) \Delta}, \quad \omega_{2pe}^2(E_0) = \frac{3}{2} \frac{(eE_0)^2 \xi_2}{m_n(0) \Delta}, \quad (22)$$

где $m_n(0)$ — эффективная масса электрона на дне зоны проводимости.

Как видно из (20), изменение плазменной частоты, а также появление второй ветви под действием электрического поля имеет место для непараболического закона дисперсии.

Следует отметить, что разложение корня в ряд дает ограничение на E_0 сверху. С другой стороны, пренебрегая затуханием плазменных волн, мы получаем правильное значение для $\omega_{1,2pe}^2(E_0)$, только если*

$$\frac{3}{2} \frac{(eE_0)^2 \xi_2}{m_n(0) \Delta} \gg \frac{1}{\tau^2}, \quad (23)$$

которое дает ограничение на E_0 снизу. Таким образом, для E_0 получаем

$$\sqrt{\Delta} \sqrt{\frac{m_n(0)}{(e\tau)^2}} \ll E_0 \ll \sqrt{\Delta} \sqrt{n}. \quad (24)$$

Подставляя численные значения параметров (например, для GaAs

$$m_n(0) = 0,069 m_0, \Delta = 1,56 \text{ эв}, \tau \approx 10^{-11} - 10^{-12} \text{ сек})$$

можно убедиться, что неравенства (24) выполняются начиная с $n > 10^{17} \text{ см}^{-3}$. Так при $n = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ имеем

$$10^2 \text{ в/см} \ll E_0 \ll 10^8 \text{ в/см}.$$

§ 4. Обсуждение результатов

В последнее время были развиты эффективные дифференциальные методы для излучения тонкой структуры спектров твердых тел. Одним из них является метод электроотражения ([4], [5]), в котором изменение отражательной способности ΔR , вызванное сильным электрическим полем, измеряется фазочувствительным методом высокой чувствительности (ΔR может быть меньше $10^{-5} R$). При этом оптическая часть установки обеспечивает спектральное разрешение не меньше 0,003 эв. До сих пор этот метод применялся, насколько нам известно, только в ультрафиолетовой области спектра ($\hbar\omega > \Delta$).

По-видимому, однако, интересную информацию о структуре полупроводников можно получить и при $\hbar\omega \ll \Delta$. Например, когда $\hbar\omega \gg \frac{\hbar}{\tau}$ (что не обязательно противоречит первому условию), коэффициент отражения при условии слабого поглощения имеет минимум при частоте $\omega = \omega_{pe} (1 - \varepsilon_0^{-1})^{-1/2}$. Следовательно, положение минимума

* Отметим, что при выполнении (23), неравенство (2) заведомо имеет место.

коэффициента отражения позволяет определить плазменную частоту, а значит, и оптическую эффективную массу.

При наличии электрического поля, как видно из (19), коэффициент отражения имеет два минимума при частотах $\omega_{1 \min}$ и $\omega_{2 \min}$, которые определяются следующими соотношениями:

$$\omega_{1 \min}^2 = \omega_{pe}^2(0) \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_0 - 1} \right) - \frac{8\pi e^2 n (eE_0)^2 \xi_2 \beta}{\epsilon_0 \omega_{pe}^2(0)},$$

$$\omega_{2 \min}^2 = \frac{8\pi e^2 n (eE_0)^2 \xi_2 \beta}{\epsilon_0 \omega_{pe}^2(0)}. \quad (25)$$

Таким образом, мы имеем картину, схематически представленную на рис. 1 (масштаб не выдержан), где $\omega_{1 \min}$ определяется обычной плазменной частотой с учетом сдвига в электрическом поле, тогда как

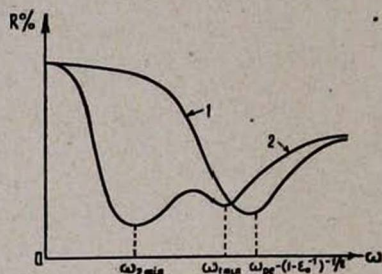


Рис. 1. Качественное поведение коэффициента отражения от частоты падающего света

1. При $E_0 = 0$, 2. $E_0 \neq 0$.

появление второго минимума, по-видимому, обусловлено электроплазменным резонансом. Обнаружение минимумов R на частотах $\omega_{1 \min}$, $\omega_{2 \min}$ позволит определить параметр непараболичности β . Ясно, что для этого необходимо, чтобы изменение плазменной частоты в электрическом поле $\Delta\omega_{pe}(E_0)$ превышало ширину резонансной кривой отражения, что и имеет место из-за больших значений диэлектрической проницаемости полупроводника. Например, для GaAs ($\epsilon_0 = 12,5$) ширина резонансной кривой отражения равна $10^{-2} \omega_{pe}$ (в пренебрежении временем релаксации τ по сравнению с ω^{-1}), когда как $\Delta\omega_{pe}(E_0)$ уже при полях $E_0 > 10^3$ в/см ($n = 10^{18}$ см $^{-3}$) больше $10^{-2} \omega_{pe}$.

Однако следует отметить, что здесь возникают некоторые трудности, касающиеся практического осуществления эксперимента. Действительно, относительное изменение коэффициента отражения должно зависеть от величины электрического поля внутри кристалла в области проникновения света. Проникновение поля в образец ограничивается экранированием свободными носителями. Например, в GaAs при $n = 10^{18}$ см $^{-3}$ (невыврожденный газ) $r_D = 10^{-5}$ см; при $n = 10^{20}$ см $^{-3}$ (вырожденный газ) $r_D = 10^{-6}$ см. С другой стороны, при полном внутреннем отражении глубина проникновения света в условиях слабого поглощения ($\alpha < 10^2$ см $^{-1}$) — порядка длины волны. Например, при

$n=10^{20}$ см⁻³, $E_0=10^5$ в/см, мы имеем $\lambda_{1pe}=10^{-4}$ см, $\lambda_{2pe}=10^{-2}$ см. Таким образом, глубина проникновения электрического поля, по крайней мере, на два порядка меньше глубины проникновения световой волны. Казалось бы, проникновение электрического поля будет недостаточным, чтобы вызвать наблюдаемое изменение в отражении. Однако недавно Файнлейбом [6] впервые был замечен эффект электроотражения даже на металлах (Al, Ag), для которых выше упомянутая трудность существует заведомо (глубина проникновения электрического поля порядка постоянной решетки). При этом наблюдаемый эффект относительного изменения отражения оказался довольно большим—порядка 0,5%. Так что, по-видимому, и в данном случае могут быть наблюдаемы минимумы на частотах ω_{1min} , ω_{2min} в силу высокой чувствительности метода.

После завершения данной работы, появилась статья [7], в которой авторы рассмотрели плазменные колебания в электрическом поле при нестандартном законе дисперсии носителей заряда. В отличие от нашей постановки задачи, в указанной работе предполагается нагрев носителей стационарным током. Поэтому и полученные нами и в [7] результаты не перекрываются.

В заключение выражаю глубокую благодарность В. А. Бонч-Бруевичу, по предложению и под руководством которого была выполнена данная работа. Автор также благодарен В. С. Вавилову и участникам семинаров, проходящих под руководством В. А. Бонч-Бруевича и В. С. Вавилова за обсуждение работы и ценные замечания.

Ереванский государственный
университет

Поступила 29.17.1969

ЛИТЕРАТУРА

1. W. V. Houston, Phys. Rev., 57, 184 (1940).
2. R. Enderlein, R. Keiper, Phys. stat. sol. 83, 127 (1967)
3. E. O. Kane, Journ. Phys. Chem. Solids, 1, 249 (1957).
4. B. O. Seraphin, R. B. Hess, Phys. Rev. Lett., 14, 138 (1965).
5. M. Cardona, V. L. Shaklee, F. H. Pollak, Phys. Rev., 154, 696 (1967). (Сводные данные по электроотражению полупроводников)
6. J. Feinleib, Phys. Rev. Lett. 16, 1200 (1966).
7. И. М. Дыкман, П. М. Томчук ЖЭТФ 54, 592 (1968).

ԼԻՅՔԱԿԻՐՆԵՐԻ ՊԼԱԶՄԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ՀԱՄԱՍԵՌ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Հոդվածում ուսումնասիրված է հաստատուն համասեռ էլեկտրական դաշտի ազդեցությունը բարդ դիսպերսիայի օրենքով լիցքակիրների պլազմային տատանումների վրա, ծուլց է տրված, որ ստանդարտ ղոնային տեսության շրջանակներում պլազմային հաճախականության փոփոխությունը, ինչպես նաև երկրորդ ճյուղի առաջացումը էլեկտրական դաշտում պայմանավորված է դիսպերսիայի օրենքի ոչ պարաբոլիկության հետ: Ստացված է պլազմայի հաճախականության

բացահայտ կատումը էլեկտրական դաշտի լարվածությունից, ինչպես նաև ոչ պարաբոլիկության պարամետրից: Քննարկված է ոչ պարաբոլիկության պարամետրի որոշման հնարավորությունը էլեկտրո-անդրադարձման եղանակով:

PLASMA OSCILLATIONS OF CHARGE CARRIERS IN A CONSTANT HOMOGENEOUS ELECTRIC FIELD

E. M. KAZARIAN

The influence of a constant homogeneous electric field on plasma oscillations is considered. It is shown that the change in plasma frequency as well as the appearance of a second branch in an electric field is conditioned by the dispersion law of non-parabolicity. The dependence of plasma frequency upon an electric field as well as the non-parabolicity parameter are derived. The possibility of determining the non-parabolicity parameter by the electric reflection method is discussed.