

## К ВОПРОСУ О ДИОДАХ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

Г. М. АВАКЬЯНЦ, Ю. А. АБРАМЯН

Построена теория возникновения отрицательного сопротивления кремниевых  $p-i-n$ -диодов при наличии в  $i$ -области глубоких центров с энергией ионизации 0,31 эв от потолка валентной зоны. Проведено сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными.

Качественная картина возникновения отрицательного сопротивления (ОС) на вольт-амперной характеристике (ВАХ) диодов из кремния, легированного кадмием ( $Zn \sim 10^{-2}\%$ ) [1, 2], нам представляется достаточно ясной, так же как и температурная зависимость напряжения срыва ( $V_{max}$ ). Количественная же сторона теории крайне сложна; вместе с тем можно провести расчеты оценочного порядка, что и составляет содержание данной работы.

Если в компенсированном кремнии акцепторный глубокий уровень, расположенный достаточно близко к потолку валентной зоны, является однократно заряженным, то концентрация электронов на нем равна

$$N_- = \frac{p^x + \theta n}{p + p^x + \theta(n + n^x)} N_0. \quad (1.1)$$

Здесь  $p^x$ ,  $n^x$  — концентрации свободных дырок и электронов, когда уровень Ферми совпадает с положением глубокого уровня,  $p$ ,  $n$  — текущие концентрации дырок и электронов;

$$\theta = \frac{\sigma_n}{\sigma_p},$$

где  $\sigma_n$ ,  $\sigma_p$  — сечения захвата на глубокий уровень электронов и дырок.  $N_0$  — полная концентрация акцепторных уровней.

Время жизни дырок, когда рекомбинация их происходит через рассматриваемый уровень, можно записать в виде

$$\tau_p = \frac{(p + p^x) \tau_n^0 + (n + n^x) \tau_p^0}{n}, \quad (1.2)$$

где  $\tau_p^0 = \frac{1}{v \sigma_p N_0}$ ,  $\tau_n^0 = \frac{1}{v \sigma_n N_0}$ ,  $\bar{v}$  — средняя тепловая скорость электронов и дырок.

В случае, когда  $n^x \ll p_x$ ,  $p$ ,  $n$  и  $\theta \lesssim \frac{1}{10}$ , (1.1) и (1.2) перепишутся так:

$$N_- = \frac{p^x}{p + p^x}, \quad (1.3)$$

$$\tau_p = \frac{p + p^x}{n} \tau_n^0. \quad (1.4)$$

Пользуясь системой уравнений, описывающих поведение носителей тока в полупроводниках, для концентрации дырок можем написать:

$$p^2 + [p^x - k\delta + (N_g - n_0)k]p - [\delta_0 N_g + n_0 + \delta]kp^x = 0. \quad (1.5)$$

Здесь

$$n_0 = \frac{J}{e\mu_n E} = n + \frac{p}{b}, \quad \delta = \frac{D}{e} \frac{dE}{dx}, \quad \delta_0 = \frac{N_0 - N_g}{N_g},$$

$$k = \frac{b}{b+1}, \quad D = \frac{\varepsilon}{4\pi}.$$

Использование (1.5) для дальнейших расчетов крайне затруднительно. В то же время в области малых токов ( $p \lesssim \sqrt{p^x N_g}$  при  $p^x \ll N_g$ ) для  $p$  можно пользоваться формулой

$$p = \frac{\delta + n_0 + \delta_0 N_g}{p^x - k\delta + k(N_g - n_0)} kp^x. \quad (1.6)$$

Когда  $n \sim n_0 \sim N_g$ , то выражение (1.6) еще справедливо с большой точностью, если

$$(n_0 - N_g)^2 \gtrsim \frac{4\gamma p^x N_g}{k}, \quad (1.7)$$

где  $\gamma$  — величина  $\sim 2+3$ . Причем в (1.7)  $n_0 \lesssim N_g$ . При больших токах ( $n_0 > N_g$ ) для  $p$  имеем

$$p = k(n_0 - N_g), \quad (1.8)$$

что верно, если вновь выполняется (1.7). При  $n \gtrsim N_g$  имеем

$$p \sim \sqrt{4k\gamma p^x N_g}. \quad (1.9)$$

Исходным уравнением нашей задачи является уравнение непрерывности тока для дырок:

$$\frac{d}{dx} (\mu_p p E) = -\frac{p - p_0}{\tau_p}. \quad (1.10)$$

Здесь  $p_0$  — равновесная концентрация дырок. В том случае, когда полупроводник  $n$ -типа хорошо компенсирован и имеет в этом виде проводимость  $p$ -типа  $p_0 = p^x \delta_0$ .

Если уровень расположен на расстоянии  $\lesssim 0,2+0,3$  эв от потолка валентной зоны, то  $p^x \gtrsim 10^{13}$  см<sup>-3</sup>. Следовательно, для хорошей компенсации необходимо, чтобы  $\delta_0$  было  $\ll 1$ .

В области малых токов ( $n \sim n_0 \ll N_g$ ) для  $p$  используем (1.6). Подставляя в (1.10) вместо  $p$  правую часть (1.6), при условии независимости подвижности от поля, получим:

$$kp^x E [p^x + N_g (1 + \delta_0)] \frac{d\delta}{dx} + \{\delta [p^x - k\delta + k(N_g - 2n_0)] + \delta_0 N_g [p^x - k\delta + k(N_g - n_0)] - kn_0 (n_0 + \delta_0 N_g)\} kp^x \frac{dE}{dx} = -\frac{kp^x}{\tau_p} (\delta + n_0 + \delta_0 N_g) \times \\ \times (p^x - k\delta + k(N_g - n_0)). \quad (1.11)$$

Что касается значения  $\tau_p$  в (1.11), то согласно (1.4) при  $p < p^x$

$$\tau_p = \frac{p^x}{n} \tau_n^0 \approx \frac{p^x}{n_0} \tau_n^0, \quad (1.12)$$

т. е. с ростом тока ( $n_0$ ) время жизни убывает.

С целью упрощения (1.11) примем, что в его коэффициенте перед производной  $\frac{dE}{dx}$ , а также в правой части можно пренебречь  $\delta$  по сравнению с наибольшими членами. Величина  $\delta$  характеризует плотность объемного заряда и стало быть наше предположение означает малость объемного заряда по сравнению с зарядом мелких доноров, электронов и другими величинами, сохраняемыми в этих коэффициентах. Это не означает неучет объемного заряда вообще, так как высшая производная  $\frac{d\delta}{dx}$  уравнения есть следствие такого учета. Кроме того, в коэффициентах уравнения пренебрегаем величиной  $p^x$ .

Учитывая сказанное и (1.12), мы можем (1.11) переписать так:

$$EN_g \frac{D}{e} \frac{d^2 E}{dx^2} + (\delta_0 N_g^2 - n_0^2) \frac{dE}{dx} = -\frac{N_g n_0^2}{p^x \mu_p \tau_n^0}. \quad (1.13)$$

Не трудно видеть, что если подвижность зависит от поля ( $\mu_p = \mu_{p\gamma} E^{-1}$ ), вместо (1.13) имеем:

$$EN_g \frac{D}{e} \frac{d^2 E}{dx^2} + (\delta_0 N_g^2 - n_0^2 - \gamma n_0 N_g) \frac{dE}{dx} = -\frac{N_g n_0^2}{p^x \mu_p \tau_n^0}. \quad (1.14)$$

В (1.14) величины  $p^x$ ,  $\tau_n^0$ ,  $\mu_n$ ,  $\mu_p$  следует считать функциями поля  $E$ .

В области больших токов при выводе уравнения для поля вместо  $p$  используем  $p = k(n_0 - N_g)$ .

Время жизни дырок, поскольку теперь  $p > p^x$ , принимает вид

$$\tau_p = \frac{k(n_0 - N_g)}{n} \tau_n^0. \quad (1.15)$$

Так как разность  $(n_0 - N_g)$  растет с током, то и время жизни растет с током (пока  $n \sim N_g$ ). При  $n$  в 2—3 раза большим  $N_g$  время жизни становится практически постоянным и равным  $\tau_n^0$ .

Для вывода основного уравнения в области больших токов, важно  $n$  в (1.15) рассчитать точнее.

Имеем

$$n_0 = n - \frac{p}{b} = kn_0 + \frac{N_g}{b+1}. \quad (1.16)$$

С учетом (1.8), (1.15) и (1.16) и при подвижности, не зависящей от поля, получаем искомое уравнение для  $E$  в следующем виде (пренебрегая членом со второй производной):

$$kN_g \frac{dE}{dx} = \frac{kn_0 + \frac{N_g}{b+1}}{\mu_p \tau_n^0}. \quad (1.17)$$

## 2. Решение основных уравнений. Вычисление напряжений и токов штыря

Интегрируя уравнение (1.17) и определяя постоянную интегрирования из условия  $E(0) = 0$ , находим

$$E - \frac{J}{e\mu_p N_g} \ln \left( 1 + \frac{e\mu_p N_g E}{J} \right) = \frac{x}{\mu_n \tau_n^0}. \quad (2.1)$$

При токах  $J > e\mu_p N_g E$  логарифм в (2.1) можно разложить и в этом случае для  $E$  получаем результат, известный из теории двойной инжекции:

$$E = \sqrt{\frac{2Jx}{e\mu_p \mu_n \tau_n^0 N_g}}. \quad (2.2)$$

В противном случае ( $J \lesssim e\mu_p N_g E$ ) имеем дело (приближенно) с законом Ома.

Очевидно, что когда во всей базе диода поле будет описываться формулой (2.2) ВАХ будет иметь вид

$$J = \frac{9}{8} \frac{e\mu_p \mu_n \tau_n^0 N_g}{d^3} V^2. \quad (2.3)$$

Здесь  $V$  — падение напряжения на базе;  $d$  — длина базы.

Замечая, что область, в которой поле описывается уравнением (2.1), начинается с концентрации электронов  $n \gtrsim N_g$  при соответствующей концентрации дырок  $p \gtrsim \sqrt{4k\nu p^x N_g}$ , для граничной напряженности электрического поля получим

$$E_{гр} = \frac{J}{e\mu_p [(b+1)\sqrt{4k\nu p^x N_g} + bN_g]}. \quad (2.4)$$

Точка в базе, где поле определяется выражением (2.4), запишется так:

$$x_1 / \mu_n \tau_n^0 = E_{гр} - \frac{J}{e\mu_p N_g} \ln \left( 1 + \frac{e\mu_p N_g E_{гр}}{J} \right). \quad (2.5)$$

В том случае, когда логарифм можно разложить, для  $x_1$  находим:

$$x_1 = \frac{J \tau_n^0 N_g b}{2e [(b+1)\sqrt{4k\nu p^x N_g} + bN_g]^2}. \quad (2.6)$$

Перейдем теперь к решению уравнения (1.13). Точно сделать это невозможно. Чтобы получить решение, правильное для  $E$  по порядку величины, обратимся к двум предельным случаям.

### а) Приближение объемного заряда

Рассмотрим сначала, как мы будем говорить, приближение „объемного заряда“. Другими словами в (1.13) опустим член с первой производной. Тогда это уравнение принимает вид

$$\frac{D}{e} E^3 \frac{d^2 E}{dx^2} = - \frac{J^2}{e^2 \mu_n^2 \mu_p \tau_n^0 p^x}. \quad (2.7)$$

Это уравнение можно решить точно. Однако, как показывают оценки, в этом нет необходимости, если нас интересует лишь порядок величины поля  $E$ . В (2.7) вместо  $E$  можно подставить его среднюю величину, равную  $\frac{V_1}{d-x_0}$ .

Здесь  $V_1$  — есть часть внешнего напряжения, падающая на область базы, в которой можно пользоваться (2.7);  $d$  — граница  $n^+$ -области.

Решая (2.7) с граничными условиями  $x = x_0, E = 0, x = d, E = 0$ , найдем

$$E(x) = \frac{ea}{2D} \cdot \frac{(d-x_0)^3}{V_1^3} \cdot (x-x_0)(d-x), \quad (2.8)$$

где

$$a = \frac{J^2}{e^2 \mu_n^2 \mu_p \tau_n^0 p^x}. \quad (2.9)$$

Интегрируя обе части (2.8) в пределах от  $x_0$  до  $d$ , найдем следующую формулу для ВАХ рассматриваемой области базы:

$$V_1^4 = \frac{e}{D} \cdot \frac{a(d-x_0)^6}{12}. \quad (2.10)$$

Часть внешнего напряжения падает также на сильно модулированную область базы  $0 \rightarrow x_0$ . Этим напряжением (которое можно найти из (2.3), заменив там  $d$  на  $x_0$ ) можно пренебречь. Таким образом, (2.10) приближенно дает нам ВАХ самого диода. В (2.10)  $x_0$  зависит от тока. Строго говоря,  $x_0$  соответствует точке, где  $p \lesssim p^x$ . Именно в этом приближении получено (1.13). Однако, учитывая, что концентрация электронов меняется незначительно (всего в два раза) при переходе от точки  $x_0$  к точке  $x_1$ , точно также как и величина поля  $E$ , можно ожидать, что координаты  $x_0$  и  $x_1$  близки.

Считая, таким образом, что  $x_0$  пропорционально току, также как и  $x_1$ , пользуясь (2.10), найдем ток срыва

$$J_{\max} = \frac{ed}{2bN_g \tau_n^0} \cdot [(b+1)\sqrt{4kvp^x N_g} + bN_g]^2. \quad (2.11)$$

Напряжение срыва определяется из (2.10), если в правой части ее заменить ток  $J$  на  $J_{\max}$ .

Имеем

$$V_{\max} = \frac{d^2}{2\mu_p \tau_n^0} \cdot \frac{[(b+1)\sqrt{4k\nu p^x N_g} + bN_g]}{N_g} \left[ \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^6 e^{\mu_p N_g^2 \tau_n^0}}{3b^4 D p^x} \right]^{1/4}. \quad (2.12)$$

### б) Приближение квазинейтральности

В этом приближении в (1.13) следует отбросить член со второй производной. Следовательно, предстоит решить уравнение первого порядка. Поэтому мы можем удовлетворить только одному условию.

Условие положительности поля  $E$  требует, чтобы при  $\delta_0 N_g^2 > n_0^2$  наименьшее значение поля было задано в точке  $x = d$ , поэтому полагаем, что  $E(d) = 0$ .

Итак,

$$E^2 \frac{dE}{dx} = - \frac{J^2}{e^2 \mu_n^2 \mu_p \tau_n^0 N_g p^x \delta_0}. \quad (2.13)$$

Выполняя здесь интегрирование и принимая во внимание условие  $E(d) = 0$ , получим

$$E = A(b-x)^{1/3}. \quad (2.14)$$

Здесь

$$A = \sqrt{\frac{3J^2}{\delta_0 e^2 \mu_n^2 \mu_p \tau_n^0 p^x N_g}}. \quad (2.15)$$

Из (2.16) находим напряжение в области базы

$$V_1 = \frac{3}{4} A(b-x_0)^{1/3}. \quad (2.16)$$

Пренебрегая напряжением в сильно модулированной части базы, примыкающей к  $p^+ - i$ -переходу ( $0 \rightarrow x_0$ ), мы можем рассматривать (2.18) как ВАХ диода для данного случая. Приравнявая  $\frac{dV}{dJ}$  нулю, имеем

$$x_0 = \frac{d}{3}. \quad (2.17)$$

Считая, что  $x_0 \approx x_1$ , и принимая во внимание (2.6) и (2.19), получаем

$$J_{\max} = \frac{2ed[(b+1)\sqrt{4k\nu p^x N_g} + bN_d]^2}{3\tau_n^0 bN_p}. \quad (2.18)$$

Напряжение срыва найдем из (2.18), подставляя туда вместо  $J$  правую часть (2.20):

$$V_{\max} = \frac{d^2}{\mu_p \tau_n^0} \cdot \frac{[(b+1)\sqrt{4k\nu p^x N_g} + bN_g]}{(3)^{1/2} N_g} \left[ \frac{(b+1)\sqrt{4k\nu p^x N_g} + bN_g}{b^4 p^x \delta_0} \right]^{1/3}. \quad (2.19)$$

## 3. Приближение сильного поля

В этом случае обращаемся к решению уравнения (1.14). Поскольку мы хотим выявить особенности ВАХ при наличии зависимости подвижности от поля, то сохраняем в левой части (1.14) только первую производную.

Причем считаем, что в скобках при  $\frac{dE}{dx}$  наибольшим является член с  $\gamma$ .

Далее, в случае сильного поля не только подвижность, но и  $p^x$ ,  $\tau_n^0$  являются, вообще говоря, функциями напряженности поля  $E$ . Полагаем

$$\mu_n(E) = \mu_{n\gamma_1} E^{\gamma_1}, \quad (3.1)$$

$$\tau_n^0(E) = \tau_{n\gamma_2}^0 E^{\gamma_2}, \quad (3.2)$$

$$p^x(E) = p_{\gamma_3}^x E^{\gamma_3}. \quad (3.3)$$

Уравнение (1.14) при подстановке в него вместо  $\mu_n$ ,  $\tau_n^0$ ,  $p^x$  и  $\mu_p$  их выражений через поле  $E$  принимает вид

$$\frac{dE}{dx} = \frac{J}{e\gamma \mu_{n\gamma_1} \tau_{n\gamma_2}^0 p_{\gamma_3}^x \mu_p \gamma} \cdot E^{-n}, \quad (3.4)$$

$$n = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma + 1.$$

Уравнение (3.4) имеет место лишь в области, где  $E > E_0 = \text{const}$ . Таким образом, мы принимаем следующие граничные условия:

$$x = x_0, \quad E = E_0. \quad (3.5)$$

Выполняя в (3.4) интегрирование и используя (3.5), находим

$$E = [(n+1) \delta_n J (x - x_0) + E_0^{n+1}]^{\frac{1}{n+1}}, \quad (3.6)$$

$$\delta_n = (e\gamma \mu_{n\gamma_1} \tau_{n\gamma_2}^0 p_{\gamma_3}^x)^{-1}. \quad (3.7)$$

Откуда

$$V = \frac{1}{(n+2) \delta_n J} [(n+1) \delta_n (d - x_0) + E_0^{n+1}]^{\frac{n+2}{n+1}}. \quad (3.8)$$

Приравняв нулю  $\frac{dV}{dJ}$  (при дифференцировании считаем  $x_0$  линейной функцией тока), найдем начало области сильного поля в момент достижения максимального напряжения на диоде:

$$x_0 = \frac{d}{n+3}, \quad (3.9)$$

Напряжение срыва вычисляем на основании (3.8), используя (3.9).

Имеем

$$V_{\max} = (n+2)^{\frac{1}{n+1}} \left( \frac{n+1}{n+3} \right)^{\frac{n+2}{n+1}} (\delta_n J_{\max})^{\frac{1}{n+1}} \cdot d^{\frac{n+2}{n+1}} \quad (3.10)$$

Здесь  $J_{\max}$  определяется (2.6), в котором  $x_1$  нужно заменить на  $\frac{d}{n+3}$ .

Член с  $E_0$  мы в (3.10) при определении  $x_0$  опустили, считая, что это не изменит порядка величины определяемого напряжения срыва.

Что касается тока, при котором оканчивается участок ОС, то его можно определить, полагая в (2.6)  $x_1$  равным  $d$ . Это дает несколько завышенное значение для напряжения поворота, но, видимо, правильное по порядку величины. Имеем, таким образом,

$$J_{\min} = \frac{2ed}{b\tau_n^0} \cdot \frac{[(b+1)\sqrt{4k\nu p^x N_g} + bN_g]^2}{N_g}, \quad (4.1)$$

$$V_{\min} = \frac{4d^2}{3b\tau_n^0 \mu_p} \cdot \frac{(b+1)\sqrt{4k\nu p^x N_g} + bN_g}{N_g}. \quad (4.2)$$

Как следует из (4.2),  $V_{\min}$  с ростом температуры растет примерно как

$$V_{\min} \sim \sqrt{p^x}. \quad (4.3)$$

В то же время, в приближении объемного заряда

$$V_{\max} \sim \sqrt[4]{p^x}, \quad (4.4)$$

В приближении квазинейтральности

$$V_{\max} \sim \sqrt[3]{p^x}, \quad (4.5)$$

а в приближении сильного поля

$$V_{\max} \sim (p^x)^0. \quad (4.6)$$

Легко видеть, что во всех случаях  $V_{\min}$  растет с температурой быстрее, чем  $V_{\max}$ . Это полностью соответствует экспериментальным данным [1].

Вместе с тем, из оценок решений следует, что наиболее полно экспериментальным параметрам диодов, также как и закономерностям на ВАХ, соответствует решение в приближении квазинейтральности.

Для сравнения теории с экспериментальными данными нами был проведен численный расчет зависимостей  $V_{\max}$ ,  $V_{\min}$  и  $J_{\max}$  от температуры при разных значениях  $N_g$ , используя формулы (2.18), (2.19) и (4.2).

При расчете принято, что  $d = 2 \cdot 10^{-2}$  см,  $\mu_p = 500$  см<sup>2</sup>/в. сек,  $\tau_n^0 = 10^{-6}$  сек и  $b = 3$ .

Расчетные данные температурной зависимости  $V_{\max}$ ,  $V_{\min}$  и  $J_{\max}$  при разных значениях  $N_g$  приведены на рис. 1, 2, 3.

Как видно из рис. 1,  $V_{\max}$  для диодов с  $N_g \sim 10^{14}$  см<sup>-3</sup> с ростом температуры сильно возрастает. При  $N_g \sim 2 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup> наблюдается относительная температурная стабильность  $V_{\max}$ . Диоды же, изготовленные из материала с  $N_g \sim 4 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>, обнаруживают уменьшение напряжения срыва с ростом температуры.

Теоретический ход температурной зависимости  $V_{\min}$  и тока срыва  $J_{\max}$  (рис. 2, 3) при разных значениях  $N_g$  также как и  $V_{\max}$  полностью соответствуют экспериментальным данным [1].

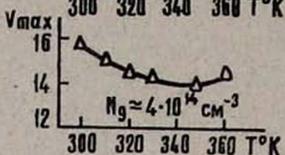
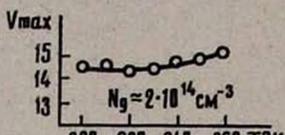
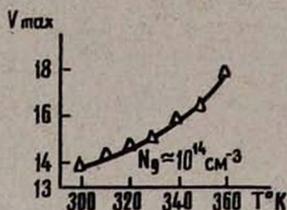


Рис. 1.

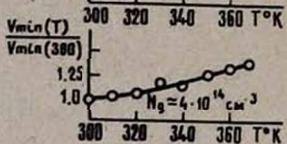
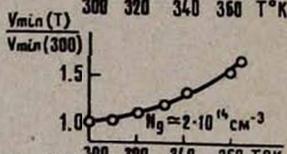
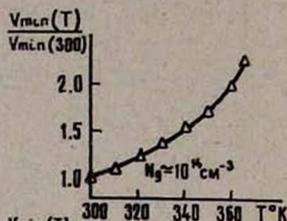


Рис. 2.

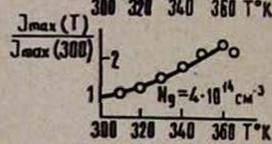
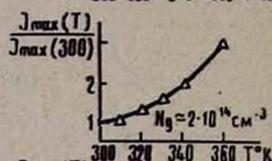
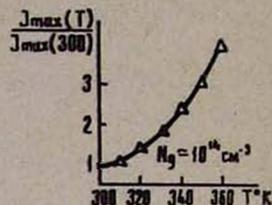


Рис. 3.

Таким образом, мы имеем качественное и по порядку величины количественное совпадение теории в приближении квазинейтральности с экспериментальными данными.

Институт радиопизики и электроники  
АН Армянской ССР

Поступила 20.VII.1969

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. М. Авакьянц, Ю. А. Абрамян, В. И. Сераго, Доклады АН АрмССР, № 1, 1968.
2. Г. М. Авакьянц, Ю. А. Абрамян, Изв АН АрмССР, том 4, вып. 4, 1969.

#### ՐԱՅԱՍԱԿԱՆ ԴԻՄԱԴՐՈՒԹՅԱՄԲ ԴԻՈԴՆԵՐԻ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋԸ

Գ. Մ. ԱՎԱԳՅԱՆՑ, Յ. Ա. ԱՐԲՈՂԱՄՅԱՆ

Առաջարկված է p-i-n դիոդների բացասական դիմադրության առաջացման տեսություն i-տիրույթում վալենտային զոնայի առաստաղից 0,31eV իոնիզացիոն էներգիա ունեցող խոր մակարդակների առկայության դեպքում: Կատարված է տեսության արդյունքների համեմատություն փորձնական տվյալների հետ:

#### ON DIODES WITH NEGATIVE RESISTANCE

G. M. AVAKIANTS, J. A. ABRAMIAN

The theory of negative resistance initiation silicon p-i-n-diodes in the presence of deep centres in the i-region with the 0.31 eV valence-band energy is developed. The theoretical results are compared with the experiment.