Изв. АН Армянской ССР, Физика, 4, 287—297 (1969)

ПОЛЯ И ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ПРИ ПРОЛЕТЕ ЧЕРЕЗ СЛОИСТУЮ СРЕДУ

В. А. АРАКЕЛЯН, Г. М. ГАРИБЯН, Э. А. НАЛЬЯН

Рассмотрен пролет заряженной частицы через стопку, состоящую из произвольного числа пластин, разделенных между собой вакуумом. Получены выражения для возникающих при этом полей излучения как внутри стопки, так и вне ее. С помощью этих формул получено общее выражение для полных потерь энергии заряда в стопке, просуммированное по всем пластинкам. Приведены также формулы для энергии излучения в пространствах до и после стопки пластин.

Задача о пролете заряда через пространственно бесконечную среду, состоящую либо из двух родов пластин, либо из среды с периодически плавно меняющимися электродинамическими свойствами, рассматривалась рядом авторов (см. обзор [1]). Значительно меньше работ (см. также [1]) посвящено рассмотрению пролета заряда через стопку, состоящую из произвольного (и, в частности, конечного) числа пластин, разделенных между собой вакуумом. В работе [2] поля излучения, возникающие при этом, были найдены лишь в пространствах до стопки пластин ($z<0$) и после нее ($z>Na+(N-1)\,b$). В настоящей работе мы пользуясь до некоторого этапа подходом работы [2], а затем поступая аналогично тому, как это было сделано в [3], получим относительно компактные выражения для полей излучения как вне стопки пластин, так и внутри нее, не сделав никаких приближений. Используя эти выражения для полей, получены формулы для полных потерь энергии, испытываемых зарядом при пролете через стопку пластин, а также для потерь на излучение.

1. Пусть заряженная частица, движущая со скоростью $v_z=v>0$, перпендикулярно пролетает через слоистую среду, состоящую из параллельных пластин с диэлектрической постоянной $\varepsilon(\omega)$, магнитной проницаемостью $\mu(\omega)$ и каждая толщины a, причем находятся они друг от друга на расстоянии b в вакууме. Поля заряда как в веществе, так и в вакууме общеизвестны и мы не будем их здесь приводить. Поля излучения в вакууме будем искать в виде [4]

$$\vec{E}'(\vec{r},t)=\int \vec{E}'(\vec{k})\, e^{i(\vec{\varkappa}\vec{\rho}+\lambda_0 z-\omega t)}\, d\vec{k},$$

$$\vec{E}''(\vec{r},t)=\int \vec{E}''(\vec{k})\, e^{i(\vec{\varkappa}\vec{\rho}-\lambda_0 z-\omega t)}\, d\vec{k}, \tag{1}$$

где $\lambda_0^2=\dfrac{\omega^2}{c^2}-\varkappa^2$, $\omega=k_z v$, $d\vec{k}=dk_x dk_y dk_z=d\vec{\varkappa}\,\dfrac{d\omega}{v}$.

Поля излучения в веществе, соответственно, будут иметь вид

$$\vec{E}'(\vec{r}, t) = \int \vec{E}'(\vec{k})\, e^{i(\vec{\varkappa}\vec{\rho} + \lambda z - \omega t)}\, d\vec{k},$$

$$\vec{E}''(\vec{r}, t) = \int \vec{E}''(\vec{k})\, e^{i(\vec{\varkappa}\vec{\rho} - \lambda z - \omega t)}\, d\vec{k}, \tag{2}$$

где $\lambda^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu - \varkappa^2$. Очевидно, что поля с одним штрихом соответствуют волнам, движущимся в положительном направлении оси z (проходящие волны), тогда как с двумя штрихами—в отрицательном направлении оси z (отраженные волны).

Из условия излучения следует, что в пространстве до стопки пластин ($z < 0$) будут присутствовать только отраженные волны, а в области за стопкой ($z > Na + (N-1)\, b$) будут присутствовать только проходящие волны.

Написав на границах $(m+1)$ пластины условия непрерывности для электрических векторов полного поля, состоящего из поля заряда и поля излучения, мы получим 4 уравнения. Исключив из этих уравнений поля в $(m+1)$ пластине, мы получим следующую связь между тангециальными Фурье-компонентами $E'_{m,t}(\vec{k}; N)$ и $E''_{m,t}(\vec{k}; N)$ векторов электрических полей излучения в m-ом и, соответственно, в $(m+1)$-ом отсеках:

$$E''_{m+1} = N_1 E''_m + M_1 E'_m - \frac{\lambda\lambda_0}{4\varepsilon}\cdot\frac{ei\varkappa}{2\pi^2}\, e^{im(a+b)\frac{\omega}{v}} A,$$

$$E'_{m+1} = N_2 E'_m + M_2 E''_m + \frac{\lambda\lambda_0}{4\varepsilon}\cdot\frac{ei\varkappa}{2\pi^2}\, e^{im(a+b)\frac{\omega}{v}} C, \tag{3}$$

где

$$E''_m = E''_{m,t}(\vec{k}; N)\, e^{-iL_m\lambda_0},$$

$$E'_m = E'_{m,t}(\vec{k}; N)\, e^{iL_m\lambda_0} \tag{3'}$$

($L_m = ma + (m-1)\, b$ — есть общая длина стопки, состоящей из m пластин).

$$M_1 = -\frac{\lambda\lambda_0}{4\varepsilon} e^{i\lambda_0 b} G;\quad M_2 = \frac{\lambda\lambda_0}{4\varepsilon} e^{i\lambda_0 b} H;$$

$$N_1 = \frac{\lambda\lambda_0}{4\varepsilon} e^{-i\lambda_0 b} F;\quad N_2 = \frac{\lambda\lambda_0}{4\varepsilon} e^{-i\lambda_0 b} G;$$

$$F = \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0}\right)^2 e^{-i\lambda a} - \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)^2 e^{i\lambda a},$$

$$H=\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_0}\right)^2 e^{i\lambda a}-\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)^2 e^{-i\lambda a}; \qquad (3'')$$

$$G=\left(\frac{\varepsilon^2}{\lambda^2}-\frac{1}{\lambda_0^2}\right)\left(e^{i\lambda a}-e^{-i\lambda a}\right).$$

Величины A и C определяются из следующих формул:

$$\left.\begin{matrix}A\\B\end{matrix}\right\}=\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_0}\right)\alpha e^{\mp i\lambda a}-\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)\beta e^{\pm i\lambda a}+\frac{2\varepsilon}{\lambda}\gamma e^{\pm ik_z a},$$

$$\left.\begin{matrix}C\\D\end{matrix}\right\}=\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)\alpha e^{\mp i\lambda a}-\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_0}\right)\beta e^{\pm i\lambda a}-\frac{2\varepsilon}{\lambda}\delta e^{\pm ik_z a},$$

причем $\left(k^2=\varkappa^2+\dfrac{\omega^2}{v^2}\right)$

$$\left.\begin{matrix}\alpha\\ \\ \beta\end{matrix}\right\}=\frac{+\dfrac{\varepsilon}{\lambda}\mp\dfrac{v}{\omega}}{k^2-\dfrac{\omega^2}{c^2}}+\frac{-\dfrac{1}{\lambda}\pm\dfrac{v}{\omega}}{k^2-\dfrac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu},$$

$$\left.\begin{matrix}\gamma\\ \\ \delta\end{matrix}\right\}=\frac{-\dfrac{1}{\lambda_0}\pm\dfrac{v}{\omega}}{k^2-\dfrac{\omega^2}{c^2}}+\frac{+\dfrac{1}{\lambda_0\varepsilon}\mp\dfrac{v}{\omega}}{k^2-\dfrac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu}.$$

Вместо полей E'_m и E''_m введем новые величины F'_m и F''_m, определяемые соотношениями [2]

$$F''_{m+1}=E''_{m+1}+\alpha'' e^{im(a+b)\frac{\omega}{v}},$$

$$F'_{m+1}=E'_{m+1}+\alpha' e^{im(a+b)\frac{\omega}{v}}, \qquad (4)$$

причем α' и α'' выберем так, чтобы связь между F_{m+1} и F_m имела бы вид

$$F''_{m+1}=N_1F''_m+M_1F'_m,$$

$$F'_{m+1}=N_2F''_m+M_2F'_m \qquad (5)$$

Для этого, подставляя в (4) значения E''_{m+1} и E'_{m+1} из (3), выразим в полученных формулах E''_m и E'_m через F''_m и F'_m, снова используя (4). Требуя далее, чтобы эти формулы совпали с (5), мы для определения α' и α'' получим систему, состоящую из двух уравнений. Решая ее, будем иметь

$$\alpha''=\frac{\lambda\lambda_0}{4\varepsilon}\cdot\frac{ei\varkappa}{2\pi^2}\cdot\frac{1}{T}\left(A+Be^{i\left(\lambda_0-\frac{\omega}{v}b\right)}\right),$$

$$\alpha' = -\frac{\lambda\lambda_0}{4\varepsilon}\cdot\frac{ei\varkappa}{2\pi^2}\cdot\frac{1}{T}\left(C + De^{-i\left(\lambda_0+\frac{\omega}{v}\right)b}\right), \tag{6}$$

причем

$$T = 1 - 2\zeta e^{-i\varphi} + e^{-2i\varphi};\ \varphi = \frac{\omega}{v}(a+b),$$

$$2\zeta = M_2 + N_1;\ M_2N_1 - M_1N_2 = 1. \tag{7}$$

Таким образом, величины F'_m и F''_m, в которые входят искомые поля, подчиняются не зависящему от m преобразованию (5) при переходе от одного отсека к соседнему.

2. В этом пункте мы найдем связь отдельно между величинами F'_m с одной стороны и отдельно между величинами F''_m с другой. Следуя работе [3], рассмотрим три соседних отсека: $m-1$, m и $m+1$. Для этого запишем уравнения (5) с индексом меньшим на единицу:

$$F''_m = N_1 F''_{m-1} + M_1 F'_{m-1},$$

$$F'_m = N_2 F''_{m-1} + M_2 F'_{m-1}. \tag{8}$$

Взяв второе из уравнений (5) и последовательно исключая в нем величины с двумя штрихами, с помощью уравнений (8) и используя (7), нетрудно получить

$$F'_{m+1} = 2\zeta F'_m - F'_{m-1}. \tag{9}$$

Соответственно, взяв первое из уравнений (5) и последовательно исключая в нем величины с одним штрихом, с помощью уравнений (8) и используя (7), получим

$$F''_{m+1} = 2\zeta F''_m - F''_{m-1}. \tag{10}$$

Уравнения (9) и (10) имеют вид реккурентных соотношений для полиномов Чебышева [5], а следовательно, они должны удовлетворяться полиномами Чебышева либо первого рода $T_m(\zeta)$, либо второго рода $U_m(\zeta)$, либо их линейной комбинацией.

Выбор соответствующего решения однозначно определится условиями излучения. Для этого полагая в (4) $m+1=0$ и $m+1=N$ и учитывая, что $E'_0=0$ и $E'_N=0$, получим

$$F'_0 = \alpha' e^{-i\varphi};\ F''_0 = E''_0 + \alpha'' e^{-i\varphi},$$

$$F'_N = E'_N + \alpha' e^{i(N-1)\varphi};\ F''_N = \alpha'' e^{i(N-1)\varphi}. \tag{11}$$

3. Определим сначала тангенциальные Фурье-компоненты электрических векторов полей излучения, движущихся вдоль отрицательного направления оси z, в произвольном m-ом отсеке. Для этого установим связь между величинами F''_m и F''_0. Подставляя в уравнения (8) $m=1, 2, 3\cdots$, исключая в них члены с одним штрихом и учитывая граничные условия (11), легко можно найти следующую последовательность выражений:

$$F_1'' = N_1 F_0'' + M_1 \alpha' e^{-i\varphi},$$

$$F_2'' = (2\zeta N_1 - 1) F_0'' + 2\zeta M_1 \alpha' e^{-i\varphi},$$

$$F_3'' = [(4\zeta^2 - 1) N_1 - 2\zeta] F_0'' + (4\zeta^2 - 1) M_1 \alpha' e^{-i\varphi},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

В полученных формулах выражения 2ζ, $4\zeta^2-1$, $\cdots\cdots$ являются полиномами Чебышева второго рода $U_m(\zeta)$. Следовательно, исходя из вышеприведенной последовательности выражений, мы для F_m'' можем написать следующую общую формулу:

$$F_m'' = [U_{m-1}(\zeta) N_1 - U_{m-2}(\zeta)] F_0'' + M_1 \alpha' e^{-i\varphi} U_{m-1}(\zeta), \tag{12}$$

причем $m = 0, 1 \cdots\cdots N$. Написанное выражение правильно учитывает условия излучения, если иметь в виду, что

$$U_2(\zeta) = -1,\ U_{-1}(\zeta) = 0,\ U_0(\zeta) = 1,$$

$$U_1(\zeta) = 2\zeta, \cdots\cdots$$

Таким образом, для F_m'', в согласии с вышеуказанным, получено выражение, состоящее из суперпозиции полиномов Чебышева второго рода $(m-2)$ и $(m-1)$ порядков.

Величину F_0'' можно определить из того же уравнения (12) при $m = N$, учитывая, что $F_N'' = \alpha'' e^{i(N-1)\varphi}$, как это следует из (11). Тогда для F_0'' будем иметь

$$F_0'' = \frac{e^{-i\varphi}}{Q_N} (\alpha'' e^{iN\varphi} - \alpha' M_1 U_{N-1}), \tag{13}$$

где

$$Q_N = U_{N-1} \cdot N_1 - U_{N-2} \tag{13'}$$

(здесь и в дальнейшем аргумент ζ полиномов U_m опускается). Подставляя (13) в (12), получим следующее выражение для F_m'':

$$F_m'' = \frac{e^{-i\varphi}}{Q_N} [\alpha'' e^{iN\varphi} Q_m - \alpha' M_1 U_{N-m-1}]. \tag{14}$$

Подстановка (4) и (3') в выражение (14) для F_m'' даст значение тангенциальной Фурье-компоненты вектора электрического поля излучения, движущегося вдоль отрицательного направления оси z, в произвольном m-ом отсеке стопки, состоящей из N пластин:

$$F_{m,t}''(\vec{k}; N) = \frac{e^{-i\varphi + iL_m\lambda_0}}{Q_N} [\alpha'' (e^{iN\varphi} Q_m - e^{im\varphi} Q_N) - \alpha' M_1 U_{N-m-1}]. \tag{15}$$

В частности, подставляя в формулу (15) значение $m = 0$, можно получить тангенциальную Фурье-компоненту вектора электрического поля излучения в пространстве до стопки пластин (отраженную волну):

$$E_{0,t}''(\vec{k}; N) = \frac{e^{-i\varphi - i\lambda_0 b}}{Q_N} [\alpha'' (e^{iN\varphi} - Q_N) - \alpha' M_1 U_{N-1}]. \tag{16}$$

Можно показать. что формула (16) совпадает с формулой (7), полученной в работе [2], при подстановке в (16) выражения для $U_m(\varsigma)$ в следующем виде

$$U_m(\varsigma)=\frac{1}{2\sqrt{\varsigma^2-1}}[(\varsigma+\sqrt{\varsigma^2-1})^{m+1}-(\varsigma-\sqrt{\varsigma^2-1})^{m+1}].$$

4. Теперь определим поля излучения, движущиеся вдоль положительного направления оси z. Предварительно найдем связь между F'_N и F'_{N-n}. Для этого последовательно подставляя в уравнения (8) $m=N,\ N-1,\ N-2,\cdots$, используя соотношения (11) и исключая члены с двумя штрихами, получим

$$F'_{N-1}=N_1F'_N-\alpha''N_2\,e^{i(N-1)\varphi},$$

$$F'_{N-2}=(2\varsigma N_1-1)F'_N-\alpha''2\varsigma N_2\,e^{i(N-1)\varphi},$$

$$F'_{N-3}=[(4\varsigma^2-1)N_1-1]F'_N-\alpha''(4\varsigma^2-1)N_2e^{i(N-1)\varphi}.$$

Следовательно,

$$F'_{N-n}=Q_nF'_N-\alpha''U_{n-1}N_2\,e^{i(N-1)\varphi}. \tag{17}$$

Полагая в последней формуле $N-n=m$, получим

$$F'_m=Q_{N-m}F'_N-\alpha''U_{N-m-1}N_2\,e^{i(N-1)\varphi}. \tag{18}$$

Таким образом, зная F'_N, мы можем определить F'_m.

Для определения F'_N положим в уравнении (18) $m=0$ и используем первую пару граничных условий (11).

Тогда для F'_N получим

$$F'_N=\frac{e^{-i\varphi}}{Q_N}(\alpha''U_{N-1}N_2e^{iN\varphi}+\alpha') \tag{19}$$

и соответственно F'_m запишется в виде

$$F'_m=\frac{e^{-i\varphi}}{Q_N}[\alpha'Q_{N-m}+\alpha''U_{m-1}N_2c^{iN\varphi}]. \tag{20}$$

Наконец, выражая F'_m через поля, получим (используя (4))

$$E'_{m,t}(\vec{k};N)=\frac{e^{i(N-1)\varphi-iL_m\lambda_0}}{Q_N}[\alpha'(e^{-iN\varphi}Q_{N-m}-e^{i(m-N)\varphi}Q_N)+\alpha''N_2U_{m-1}]. \tag{21}$$

Полагая в формуле (21) $m=N$, можно получить поле излучения в пространстве за стопкой пластин:

$$E'_{N,t}(\vec{k};N)=\frac{e^{i(N-1)\varphi-iL_N\lambda_0}}{Q_N}[\alpha'(e^{-iN\varphi}-Q_N)+\alpha''U_{N-1}N_2]. \tag{22}$$

Нетрудно и в этом случае показать, что выражение (22) для $F'_{N,t}$ совпадает с формулой (8) работы [2].

Для полноты отметим, что если воспользоваться для F''_m и F'_m формулами (14) и (20) и подставить их в правые части уравнений (5), то эти последние уравнения дадут для F''_{m+1} и F'_{m+1} выражения, совпадающие с (14) и (20), с m, замененным на $m+1$.

5. Наконец, получим выражения для полей излучения в самих пластинах. Для этого достаточно воспользоваться условиями непрерывности полных полей на границах пластин. В результате для тангенциальных Фурье-компонент векторов электрических полей излучения в m-ой пластине получим формулы

$$\underline{E}''_{m,t}(\vec{k};\,N)=\frac{\lambda e^{iL_m\lambda}}{2\varepsilon}\left\{\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_0}\right)F''_m+\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)F'_m-\right.$$

$$\left.-e^{i(m-1)\varphi}\left[\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_0}\right)\alpha''+\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)\alpha'+\frac{ei\varkappa}{2\pi^2}\,\alpha e^{i\frac{\omega}{v}a}\right]\right\};$$

$$\underline{E}'_{m,t}(\vec{k};\,N)=\frac{\lambda e^{-iL_m\lambda}}{2\varepsilon}\left\{\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)F''_m+\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)F'_m-\right. \tag{23}$$

$$\left.-e^{i(m-1)\varphi}\left[\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)\alpha''+\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_0}\right)\alpha'+\frac{ei\varkappa}{2\pi^2}\,\beta e^{i\frac{\omega}{v}a}\right]\right\}.$$

6. Вычислим работу, производимую полем излучения над заряженной частицей за все время ее пролета. Нетрудно получить для нее выражение

$$W=e\int\limits_{-\infty}^{0}\vec{E}''_{0,n}(t)\,\vec{v}\,dt+e\sum_{m=1}^{N}\int\limits_{\frac{(m-1)(a+b)}{v}}^{\frac{L_m}{v}}\left(\underline{\vec{E}}'_{m,n}(t)+\underline{\vec{E}}''_{m,n}(t)\right)\vec{v}\,dt+$$

$$+e\sum_{m=1}^{N-1}\int\limits_{\frac{L_m}{v}}^{\frac{m(a+b)}{v}}\left(\vec{E}'_{m,n}(t)+\vec{E}''_{m,n}(t)\right)\vec{v}\,dt+e\int\limits_{\frac{L_N}{v}}^{\infty}\vec{E}'_{N,n}(t)\,\vec{v}\,dt,$$

где первое слагаемое есть работа, производимая до стопки пластин, второе—работа внутри пластинок, третье—работа в отсеках, четвертое—работа за стопкой пластин. Индекс n обозначает нормальную составляющую полей, а сами поля взяты в точке, где находится частица, т. е. при $\rho=0$ и $z=vt$.

Интегрируя по t и переходя в этом выражении от нормальных Фурье-компонент к тангенциальным, с помощью условий поперечности

$$\lambda_0 E'_{m,n}(\vec{k};\,N)+\varkappa E'_{m,t}(\vec{k};\,N)=0,\quad \lambda\underline{E}'_{m,n}(\vec{k};\,N)+\varkappa\underline{E}''_{m,t}(\vec{k};\,N)=0,$$

$$-\lambda_0 E''_{m,n}(\vec{k};\,N)+\varkappa E''_{m,t}(\vec{k};\,N)=0,\quad -\lambda\underline{E}''_{m,n}(\vec{k};\,N)+\varkappa\underline{E}''_{m,t}(\vec{k};\,N)=0$$

получим

$$W=ie\int\frac{\varkappa}{\lambda_0\left(\lambda_0+\frac{\omega}{v}\right)}E'_{0,t}(\vec{k};N)\,d\vec{k}+ie\sum_{m=1}^{N}\int\frac{\varkappa}{\lambda}\left\{\frac{e^{i\left(\lambda-\frac{\omega}{v}\right)a}-1}{\lambda-\frac{\omega}{v}}\times\right.$$

$$\times e^{i(m-1)(a+b)\left(\lambda-\frac{\omega}{v}\right)}\cdot \underline{E}'_{m,t}(\vec{k};N)+\frac{e^{-i\left(\lambda+\frac{\omega}{v}\right)a}-1}{\lambda+\frac{\omega}{v}}\times$$

$$\left.\times e^{-i(m-1)(a+b)\left(\lambda+\frac{\omega}{v}\right)}\underline{E}''_{m,t}(\vec{k};N)\right\}d\vec{k}+$$

$$+ie\sum_{m=1}^{N-1}\int\frac{\varkappa}{\lambda_0}\left\{\frac{e^{i\left(\lambda_0-\frac{\omega}{v}\right)b}-1}{\lambda_0-\frac{\omega}{v}}\,e^{iL_m\left(\lambda_0-\frac{\omega}{v}\right)}E'_{m,t}(\vec{k};N)+\right.$$

$$\left.+\frac{e^{-i\left(\lambda_0+\frac{\omega}{v}\right)b}-1}{\lambda_0+\frac{\omega}{v}}\,e^{iL_m\left(\lambda_0+\frac{\omega}{v}\right)}E''_{m,t}(\vec{k};N)\right\}d\vec{k}-ie\int\frac{\varkappa}{\lambda_0\left(\lambda_0-\frac{\omega}{v}\right)}\times$$

$$\times e^{iL_m\left(\lambda_0-\frac{\omega}{v}\right)}E'_{N,t}(\vec{k};N)\,d\vec{k}\,.$$

В полученной формуле объединим первый и последний члены, а также первую и вторую суммы, предварительно отделив из первой суммы N-ый член. Воспользовавшись формулами (3), (4) и (23), получим

$$W=ie\int\frac{\varkappa}{\lambda_0}\left\{\frac{E''_{0,t}(\vec{k};N)}{\lambda_0+\frac{\omega}{v}}-\frac{E'_{N,t}(\vec{k};N)}{\lambda_0-\frac{\omega}{v}}\,e^{iL_N\left(\lambda_0-\frac{\omega}{v}\right)}\right\}d\vec{k}+$$

$$+ie\int\varkappa\left[\left(\xi_1-\frac{e^{-i\varphi}}{\lambda_0}\cdot\frac{e^{i\lambda_0 b}-e^{i\frac{\omega}{v}b}}{\lambda_0-\frac{\omega}{v}}\right)\left((\alpha''U_{N-1}N_2e^{iN\varphi}+\alpha')\frac{e^{-iN\varphi}}{Q_N}-\alpha'\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{ei\varkappa N}{2\pi^2}Le^{i\frac{\omega}{v}a}\right]d\vec{k}+ie\sum_{m=1}^{N-1}\int\varkappa\left\{\xi_1F'_m\,e^{-i(m-1)\varphi}+\xi_2F''_m\,e^{-i(m-1)\varphi}-\right.$$

$$\left.-\xi_1\alpha'-\xi_2\alpha''\right\}d\vec{k}, \tag{24}$$

где использованы следующие обозначения:

$$\xi_1=\frac{1}{2\varepsilon}\left[\frac{e^{-i\frac{\omega}{v}a}-e^{-i\lambda a}}{\lambda-\frac{\omega}{v}}\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_0}\right)+\frac{e^{-i\frac{\omega}{v}a}-e^{i\lambda a}}{\lambda+\frac{\omega}{\lambda}}\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)\right]+$$

$$+\frac{e^{-i\varphi}}{\lambda_0}\cdot\frac{e^{i\lambda_0 b}-e^{i\frac{\omega}{v}b}}{\lambda_0-\frac{\omega}{v}},$$

$$\xi_2=\frac{1}{2\varepsilon}\left[\frac{e^{-i\frac{\omega}{v}a}-e^{-i\lambda a}}{\lambda-\frac{\omega}{v}}\left(\frac{\varepsilon}{\lambda}-\frac{1}{\lambda^0}\right)+\frac{e^{-i\frac{\omega}{v}a}-e^{i\lambda a}}{\lambda+\frac{\omega}{v}}\left(\frac{\varepsilon}{\lambda_0}+\frac{1}{\lambda_0}\right)\right]+$$

$$+\frac{e^{-i\varphi}}{\lambda_0}\cdot\frac{e^{-i\lambda_0 b}-e^{i\frac{\omega}{v}b}}{\lambda_0+\frac{\omega}{v}}, \tag{25}$$

$$L=\frac{e^{-i\frac{\omega}{v}a}-e^{-i\lambda a}}{\lambda-\frac{\omega}{v}}\beta+\frac{e^{-i\frac{\omega}{v}a}-e^{i\lambda a}}{\lambda+\frac{\omega}{v}}\alpha.$$

Для вычисления суммы, имеющейся в (24), подставим в нее выражения F'_m и F''_m из (20) и (14). Само суммирование нетрудно произвести, если записать полиномы Чебышева второго рода в виде

$$U_m(\varsigma)=\frac{e^{i(m+1)\theta}-e^{-i(m+1)\theta}}{2i\sin\theta},$$

где $\sin\theta=\sqrt{1-\varsigma^2}$. Наконец, подставим в (24) выражения для $E''_{0,t}(\vec{k};N)$ и $E'_{N,t}(\vec{k};N)$ из (16) и (22). После достаточно длинных преобразований получим

$$W=ie\int\frac{\varkappa e^{-i\varphi}}{Q_N T}\Big\{\alpha'(U_{N-2}-e^{-i\varphi}U_{N-1}+e^{-iN\varphi})\Big[\xi_1(e^{-i\varphi}-M_2)-\xi_2 M_1-$$
$$-\frac{T}{\lambda_0}\frac{e^{i\lambda_0 b}}{\lambda_0-\frac{\omega}{v}}\Big]+\alpha''(U_{N-2}-e^{i\varphi}U_{N-1}+e^{iN\varphi})\Big[\xi_1 N_2+\xi_2(N_1-e^{-i\varphi})+$$
$$+\frac{T}{\lambda_0}\frac{e^{-i\lambda_0 b}}{\lambda_0+\frac{\omega}{v}}\Big]+(\xi_1\alpha'+\xi_2\alpha'')e^{i\varphi}\cdot TU_{N-2}\Big\}d\vec{k}+ \tag{26}$$
$$+ie\int\varkappa\Big\{\frac{ei\varkappa}{2\pi^2}\frac{\lambda\lambda_0}{4\varepsilon}e^{-i\lambda_0 b}\frac{U_{N-1}}{Q_N}\Big[\frac{A}{\lambda_0\left(\lambda_0+\frac{\omega}{v}\right)}-$$
$$-De^{i\frac{\omega}{v}a}\left(\xi_1-\frac{e^{-i\varphi}}{\lambda_0}\cdot\frac{e^{i\lambda_0 b}}{\lambda_0-\frac{\omega}{v}}\right)\Big]-N\frac{ei\varkappa}{2\pi^2}\cdot\frac{L}{2\varkappa}e^{i\frac{\omega}{v}a}-$$
$$-(N-1)(\xi_1\alpha'+\xi_2\alpha'')\Big\}d\vec{k}.$$

Причем, полиномы Чебышева U_m зависят от величины ς, определяемой формулой (7). Для проверки формулы (26) можно рассмотреть следующие частные случаи. Полагая $N=1$, получим формулу для одной пластинки (см. [6]). При $b=0$ имеем случай одной пластинки с толщиной Na. При $b=\infty$ выражение (26) переходит в выражение для одной пластинки, умноженное на N. При $a=0$, также как при $N=0$, получаем $W=0$.

7. В заключение приведем формулу для количества электромагнитной энергии черенковского и переходного излучений, испускаемых заряженной частицей в слоистой среде, за все время ее пролета через плоскость, перпендикулярную оси z и находящуюся в пространстве за стопкой пластин:

$$S'_N = \frac{4\pi^2}{v^2 c} \int\limits_0^{\infty} \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} |E'_{N,t}(\vec{k};\ N)|^2\, \omega^2\, d\omega\, d\Omega, \tag{27}$$

где $d\Omega = \sin\vartheta d\vartheta \cdot 2\pi$, $\varkappa = \dfrac{\omega}{c}\sin\vartheta$, а Фурье-компонента электрического поля определяется формулой (22).

Для аналогичного потока электромагнитной энергии, но испущенного в отрицательном направлении оси z в пространстве до стопки пластин будем иметь

$$S''_0 = \frac{4\pi^2}{v^2 c} \int\limits_0^{\infty} \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} |E''_{0,t}(\vec{k};\ N)|^2\, \omega^2\, d\omega\, d\Omega, \tag{28}$$

где Фурье-компонента электрического поля определяется формулой (16).

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР,
Ереванский физический институт

Поступила 11.VIII.1969

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ф. Г. Басс* и *В. М. Яковенко*, УФН, 86, 189 (1965).
2. *Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ, 35, 1435 (1958).
3. *J. A. Fleck*, Jr. Journ. Appl. Phys, 34, 2997 (1963).
4. *Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ, 33, 1403 (1957).
5. *Д. С. Кузнецов*, Специальные функции, Москва, 1965.
6. *Г. М. Гарибян*, *М. П. Лорикян*, ДАН АрмССР, 40, 21 (1965).

ՇԵՐՏԱՎՈՐ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՎ ԱՆՑՆՈՂ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԿՈՐՈՒՍՏԸ ԵՎ ՃԱՌԱԳԱՅԹՎԱԾ ԴԱՇՏԵՐԸ

Վ. Հ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ, Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, Է. Հ. ՆԱԼՅԱՆ

Դիտարկված է լիցքավորված մասնիկի անցումը շերտավոր միջավայրով, որը բաղկացած է միմյանցից վակուումով բաժանված կամավոր թվով շերտերից։ Ստացված են ճառագայթված դաշտերի արտահայտությունները ինչպես շերտավոր տեղամասում, այնպես էլ նրանցից դուրս։

Այդ բանաձևերի օգնությամբ ստացվել է շերտավոր միջավայրում լիցքի էներգիայի կորուստի համար ընդհանուր արտահայտություն։

Բերված են բանաձևեր ինչպես մինչ շերտավոր տեղամասը ճառագայթված էներգիայի համար, այնպես էլ շերտավոր տեղամասից հետո։

RADIATION AND ENERGY LOSSES OF A CHARGED PARTICLE TRAVERSING A LAYERED MEDIUM

V. A. ARAKELIAN, G. M. GARIBIAN, E. A. NALIAN

The passage of a charged particle through an arbitrary number of material layers which are separated by vacuum spaces is considered. The expresions for fields of radiation generated both inside and outside a stack of plates are derived. With the help of these formulas the expression for total energy losses of a charge in a stack of plates is also derived.