Изв. АН Армянской ССР, Физика, 3, 408—419 (1968)

О МАГНИТНЫХ МОМЕНТАХ БАРИОНОВ В СХЕМЕ $SU(6)$ СИММЕТРИИ

В. А. ДЖРБАШЯН

Магнитная восприимчивость протона, которая связана с квадратом магнитного момента, рассмотрена в ненарушенной симметрии SU (6).

При измерении этой величины также проявляется несогласованность с экспериментом значения магнитного момента перехода, предсказываемого SU (6) симметрией, ранее замеченная при рассмотрении других эффектов.

1. Введение

Бег и др. [1] и Сакита [2] впервые отметили полезность использования группы $SU(6)$ для определения манитных моментов барионов. Они сконтруировали эффективный электромагнитный ток из тензоров, описывающих представление $\underline{56}$ группы $SU(6)$ и разложенных по представлениям группы $SU(3) \times SU(2)$. Отсюда они получили ряд соотношений между магнитными моментами барионов, предполагая, что оператор магнитного момента преобразуется как $(\underline{8},\underline{3})$ член представления $\underline{35}$. Одно из этих соотношений, касающееся отношения магнитных моментов нейтрона и протона, согласуется с результатами измерений. В то время как для другого, поддающегося экспериментальному исследованию предсказания, касающегося магнитного момента перехода $\langle p|M|N^{*+}\rangle$, согласия нет [3, 4].

В параграфе 2 настоящей статьи выведены соотношения для магнитных моментов барионного 56-плета с использованием теоремы Вигнера—Эккарта с коэффициентами Клебша—Гордана $SU(6)$. Часть из них совпадает с приведенными в исправленном виде в обзоре Пайса [5] результатами работ [1, 2]. С другой стороны, для четырех магнитных моментов перехода получены значения, отличающиеся знаком от известных [1, 2, 5].

Для абсолютного значения одного из них, отмеченного выше $\langle p|M|N^{*+}\rangle$, данные [4] из фотообразования пиона на протоне и электророждения не являются единственными противоречащими.

В параграфе 3 указана физическая величина — магнитная восприимчивость протона, результат [6,7] измерения которой также не согласуется с предсказанием $SU(6)$ для $\langle p|M|N^{*+}\rangle$. Естественно, ситуация удовлетворительна в схеме $SU(3)$.

Магнитная восприимчивость частицы пропорциональна квадрату магнитного момента в первом неисчезающем приближении. В связи с этим в параграфе 4 вычислены квадраты магнитных моментов барионов, заполняющих несводимое представление $\underline{56}$ группы $SU(6)$.

В параграфе 5 получены свойства симметрии коэффициентов К.Г. $SU(6)$ и унитарных скалярных факторов и на этой основе уточнены имеющиеся в литературе некоторые табличные значения этих величин.

2. Соотношения для магнитных моментов барионов

В качестве оператора магнитного момента M_q в $SU(6)$ принимается выражение

$$M_q = T^{35}_{8,3;\,q,\,010} + \frac{1}{\sqrt{3}} T^{35}_{8,3;\,q,000}\,, \tag{2.1}$$

где $T^{\lambda}_{\mu,\,\sigma;\,q,\,YII_z}$ есть оператор с размерностями несводимых представлений $SU(6)$, $SU(3)$ и $SU(2)$, равными λ, μ, σ соответственно.

Величины Y, I, I_z представляют [8] квантовые числа $SU(3)$, а число q связано с проекциями спина так, что

$$M_0 = M_z, \tag{2.2}$$

$$M_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (M_x \pm iM_y). \tag{2.3}$$

Из выбора M_q в виде (2.1) при использовании теоремы Вигнера-Эккарта с коэффициентами К. Г. $SU(6)$, которые обсуждены в параграфе 5, вытекают соотношения для магнитных моментов μ_B барионного 56-плета. Именно, понимая под μ_B диагональный матричный элемент оператора между состояниями с максимальной проекцией спина m, например, $\mu_p = \langle p, m = \frac{1}{2} | M_0 | p, m = \frac{1}{2} \rangle$, наряду с известными соотношениями Колемана и Глешоу [9] для барионного октета из (2.1) получается дополнительно

$$\mu_n/\mu_p = -\frac{2}{3}, \tag{2.4}$$

что находится в согласии с экспериментом. Для магнитных моментов барионного декуплета со спином 3/2 из (2.1) следует выражение

$$\mu_{10} = Q\mu_p, \tag{2.5}$$

которое, как и (2.4), первоначально выведено тензорным методом [1,2] и в модели кварков [10].

Обозначая

$$\langle B_8, m = \frac{1}{2} | M_0 | B_{10}, m = \frac{1}{2} \rangle \equiv \langle B_8 | M | B_{10} \rangle,$$

для отличных от нуля недиагональных матричных элементов между компонентами декуплета и октета из (2.1) будем иметь

$$-\langle p | M | N^{*+} \rangle = \langle \Sigma^+ | M | Y^{*+} \rangle = -\langle n | M | N^{*0} \rangle =$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{3}} \langle \Lambda | M | Y^{*0} \rangle = 2 \langle \Sigma^0 | M | Y^{*0} \rangle = \langle \Xi^0 | M | \Xi^{*0} \rangle = \frac{2}{3} \sqrt{2}\, \mu_p, \tag{2.6}$$

$$<\Sigma^-|M|\,Y^{*-}> = <\Xi^-|M|\Xi^{*-}> = 0. \tag{2.7}$$

Первые 4 момента перехода уравнений (2.6) отличаются от приведенных в обзоре Пайса (5) знаком, а от полученных в работе [1], кроме того, степенью -1 коэффициента перед $<\Lambda|M|\,Y^{*0}>$. Причем эта разница обусловлена лишь входящими в состав коэффициентов К. Г. $SU(6)$ коэффициентами К. Г. $SU(3)$, для которых в настоящей статье использованы не вызывающие сомнения значения, приведенные Мак Неими и Чилтон [8].

Остальные моменты перехода уравнений (2.6), а также уравнений (2.7) совпадают с известными [5].

3. Магнитная восприимчивость протона и несогласованность с экспериментом магнитного момента перехода

Величина $<p|M|N^{*+}>$ была оценена из данных фотообразования пиона на протоне в области 33 резонанса. Бег и др. [1] из анализа данных Гурдина и Салина [3] получили

$$|<p|M|\,N^{*+}>| \cong 1{,}6\ (2\sqrt{2}/3)\ \mu_p, \tag{3.1}$$

что согласно уравнениям (2.6) соответствует сечению в 2,5 раза большему, чем предсказывает $SU(6)$. Позднее Далиц и Сутерленд [4] получили значение, более близкое к предсказанию $SU(6)$:

$$|<p|M|\,N^{*+}>| = (1,28 \pm 0,02)\,(2\sqrt{2}/3)\ \mu_p. \tag{3.2}$$

Однако, если учесть, что согласно их расчетам взаимодействие, нарушающее симметрию $SU(6)$, приводит к уменьшению теоретического значения $|<p|\,|M|\,N^{*+}>|$ до 0,79 $(2\sqrt{2}/3)\ \mu_p$, то экспериментальное сечение остается опять примерно в 2,5 раза больше предсказываемого теорией.

Кроме того, они показали, что аналогичная ситуация имеет место для данных электророждения, обусловленного также $<p|M|\,N^{*+}>$.

В этом параграфе мы остановимся на одном эффекте, где также проявляется несогласованность с экспериментом предсказываемого $SU(6)$ симметрией магнитного момента перехода.

Речь идет об измеренной на эксперименте величине—магнитной восприимчивости протона.

Магнитная восприимчивость χ по определению [11] есть отношение проекции магнитного момента единицы объема к напряженности поля H

$$\chi = \frac{N}{H}<M_z>. \tag{3.3}$$

Среднее значение проекции магнитного момента частицы $<M_z>$ может быть вычислено исходя из общей формулы [12, 13] для произвольной наблюдаемой O. Когда мы имеем дело со статистическими ансамблями,

$$\langle O \rangle = Tr\,[O\rho]/Tr\,[\rho], \tag{3.4}$$

где матрица плотности ρ для системы в тепловом равновесии при температуре T дается посредством

$$\rho = \exp[-W/kT]. \tag{3.5}$$

Здесь в качестве W мы должны подставить часть полного гамильтониана системы, зависящую от тех же квантовых чисел, что и O.

В случае интересующей нас величины $\langle M_z \rangle$ оператор W равен

$$W = -M_z H. \tag{3.6}$$

Ниже, прежде чем рассмотреть величину χ в схеме $SU(6)$, мы воспроизведем краткий квантовомеханический вывод известной формулы Ланжевена [14]

$$\chi = \frac{J(J+1)(\mu_b/J)^2}{3kT} N, \tag{3.7}$$

которая была получена, используя представления о магнитном моменте, принятые до $SU(6)$. По этим представлениям [15] вектор $\mathbf{M}_b$ магнитного момента частицы B со спином $\mathbf{J}$ можно написать в виде

$$\mathbf{M}_b = (\mu_b/J)\,\mathbf{J}. \tag{3.8}$$

Из уравнений (3.3—3.6) и (3.8), введя обозначение $a = \mu_b H/JkT$, для χ в первом неисчезающем приближении получим

$$\chi = \frac{NkT\sum\limits_m am \exp[am]}{H^2 \sum\limits_m \exp[am]} \cong \frac{NkT\sum\limits_m am\,(1+am)}{H^2\sum\limits_m (1+am)} =$$

$$= \frac{NkTa^2 \sum\limits_m m^2}{H^2 \sum\limits_m 1} = \frac{NkT\,a^2\,\frac{1}{3}J(J+1)(2J+1)}{H^2\,(2J+1)}. \tag{3.9}$$

Нетрудно убедиться, что, в итоге, в уравнениях (3.9) мы пришли к формуле (3.7).

С целью получения формулы, заменяющей в $SU(6)$ это выражение Ланжевена для закона Кюри, в качестве M_z в (3.6) мы должны подставить оператор проекции магнитного момента в $SU(6)$. Этот оператор дается уравнениями (2.2) и (2.1).

Заметим, что оператор W в (3.5), вообще говоря, наряду с диагональными может иметь также недиагональные матричные элементы, которые дадут* вклад в (3.4). Ограничиваясь пока рассмотрением магнитной восприимчивости протона, нетрудно видеть, что с таким общим случаем мы имеем дело в схеме $SU(6)$, согласно которой не все недиагональные элементы оператора M_z в (3.6) равны нулю.

---

* Такая ситуация имеет место, например, в случае поляризации ядер через сверхтонную связь [13, 16].

Из уравнений (3.3) и (3.4) следует выражение для магнитной восприимчивости протона

$$\chi_p = \frac{N \sum\limits_m < p,\, m\,|M_z\,\rho|\,p,\, m >}{H \sum\limits_m < p,\, m\,|\rho|\, p,\, m >}\,. \tag{3.10}$$

Используя уравнения (3.5) и (3.6), в первом приближении мы найдем

$$\sum_m < p,\, m\,|\rho|\, p,\, m > \cong \sum_m < p,\, m \left| 1 + \frac{H}{kT} M_z \right| p,\, m > = 2. \tag{3.11}$$

Соответственно

$$\sum_m < p,\, m\,|M_z\rho|\, p,\, m > \cong \sum_m < p,\, m \left| M_z \left(1 + \frac{H}{kT} M_z \right)\right| p,\, m > =$$

$$= \frac{H}{kT} \sum_m < p,\, m\,|M_z^2|\, p,\, m > = \frac{H}{kT} \Big\{ \sum_{mm'} [< p,\, m\,|M_z|\, p,\, m' > \times \tag{3.12}$$

$$\times < p,\, m'\,|M_z|\, p,\, m > + < p,\, m\,|M_z|\, N^{*+},\, m' > < N^{*+},\, m'\,|M_z|\, p,\, m >] \Big\}.$$

При вычислении матричного элемента квадрата оператора проекции магнитного момента в (3.12) в качестве промежуточных состояний должна быть подставлена полная система функций.

Поскольку нами рассматривается протон в представлении $\underline{56}$ группы $SU(6)$, то в качестве промежуточных состояний должны быть подставлены все 56 функций, из которых отличный от нуля вклад дают одно состояние протона и одно состояние резонанса N^{*+} с проекцией спина $m' = m$.

Подставляя значения матричных элементов магнитного момента согласно теореме Вигнера—Эккарта (5.1) в (3.12), для левой части последнего с точностью до первого неисчезающего приближения получим

$$\sum_m < p,\, m\,|M_z\rho|\, p,\, m > = \frac{H}{kT} \Big\{ \sum_{mm'} \Big[\sqrt{3}\, \mu_p < \frac{1}{2}\, m',\, 10 \Big| \frac{1}{2} m > \times$$

$$\times \sqrt{3}\, \mu_p < \frac{1}{2} m,\, 10 \Big| \frac{1}{2} m' > + 2 \sqrt{\frac{2}{3}}\, \mu_p < \frac{3}{2}\, m',\, 10 \Big| \frac{1}{2} m > \times$$

$$\times \left(- \frac{2}{\sqrt{3}} \mu_p \right) < \frac{1}{2} m,\, 10 \Big| \frac{3}{2} m' > \Big] \Big\} = \frac{H}{kT} \left[2\mu_p^2 + \frac{16}{9}\, \mu_p^2 \right] =$$

$$= \frac{34}{9} \frac{H}{kT}\, \mu_p^2\,. \tag{3.13}$$

Уравнение (3.13) вместе с (3.10) и (3.11) дает нам значение магнитной восприимчивости протона в схеме $SU(6)$

$$\chi_p = \frac{(17/3)\, \mu_p^2}{3kT} N. \tag{3.14}$$

Выражение (3.14) отличается от значения, которое дает формула Ланжевена (3.7) для протона, коэффициентом 17/9.

Как нетрудно видеть из (3·13), это отличие целиком обусловлено значением магнитного момента перехода, предсказываемым $SU(6)$ симметрией. В схеме* $SU(3)$, например, где величина $\langle p, m|M_z|N^{*+}, m\rangle$ не имеет отношения к величине $\langle p, m|M_z|p, m\rangle \equiv 2m\mu_p$, отличия от значения (3·7) для протона не будет.

Как показывает результат [6,7] измерения ядерной парамагнитной восприимчивости водорода при очень низких температурах, в природе реализуется формула Ланжевена (3·7), а не предсказание $SU(6)$ (3.14). Причем в качестве μ_p в этих формулах подставляется известное значение $\langle p, m=\frac{1}{2}|M_z|p, m=\frac{1}{2}\rangle$, измеренное резонансным методом молекулярных пучков, методом исследования расщепления сверхтонкой структуры и с помощью других эффектов, в которых проявляется лишь первая степень энергии взаимодействия (3·6).

4. Квадраты магнитных моментов барионов

Выражение в числителе формулы Ланжевена (3·7) есть квадрат магнитного момента по обычным представлениям (3·8), принятым в квантовой механике. Его появление обусловлено соотношением спектроскопической стабильности [17] $\overline{\cos^2\theta} = \frac{1}{3}$, связывающим средний квадрат проекции с квадратом магнитного момента.

Ниже мы покажем, что соотношение спектроскопической стабильности сохраняет свою силу и в схеме $SU(6)$, т. е. числитель в (3.14) представляет собой собственное значение квадрата оператора магнитного момента (2.1) для протона.

Квадрат магнитного момента согласно уравнениям (2.2) и (2.3) есть

$$\mathbf{M}^2 = \sum_q (-1)^q M_q M_{-q}. \tag{4.1}$$

Используя выражение (2.1), рассмотрим матричный элемент оператора (4.1), между протонными состояниями с проекциями спинов m' и m, который при $m' = m$ соответствует квадрату магнитного момента протона

$$\langle p, m'|\mathbf{M}^2|p, m\rangle = S_1 + S_2. \tag{4.2}$$

В (4.2) через S_1 обозначен чисто протонный член

$$S_1 = \sum_{qm''} (-1)^q \langle p, m'|M_q|p, m''\rangle\langle p, m''|M_{-q}|p, m\rangle, \tag{4.3}$$

в то время как S_2 есть вклад магнитного момента перехода

* Легко видеть, что в барионном октете $SU(3)$ лишь χ_Λ и χ_{Σ^0} будут отличаться (коэффициентом 4) от значений формулы (3.7).

$$S_2=\sum_{qm''}(-1)^q<p,\ m'\ |M_q|\ N^{*+},\ m''><N^{*+},\ m''\ |M_{-q}|\ p,\ m>. \tag{4.4}$$

Из (4.3), применяя теорему Вигнера—Эккарта (5.1), имеем

$$S_1=\sum_{qm''}(-1)^q\sqrt{3}\,\mu_p<\frac{1}{2}\,m'',\,1q\left|\frac{1}{2}\,m'\right>\sqrt{3}\,\mu_p<\frac{1}{2}\,m,\,1-q\left|\frac{1}{2}\,m''\right>=$$

$$=3\mu_p^2\sum_{qm''}<\frac{1}{2}\,m'',\,1\,q\left|\frac{1}{2}\,m'\right><\frac{1}{2}\,m'',\,1\,q\left|\frac{1}{2}\,m\right>=3\mu_p^2\,\delta_{m'm}\,, \tag{4.5}$$

что совпадает с обычным выражением квадрата магнитного момента следуемым из (3.8) в квантовой механике. Из (4.4) аналогично находим

$$S_2=\sum_{qm''}(-1)^q\,2\sqrt{\frac{2}{3}}\,\mu_p<\frac{3}{2}\,m'',\,1\,q\left|\frac{1}{2}\,m\right>\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\,\mu_p\right)\times$$

$$\times<\frac{1}{2}\,m,\,1-q\left|\frac{3}{2}\,m''\right>=\frac{8}{3}\,\mu_p^2\sum_{qm''}<\frac{3}{2}\,m'',\,1\,q\left|\frac{1}{2}\,m'\right>\times$$

$$\times<\frac{3}{2}\,m'',\,1\,q\left|\frac{1}{2}\,m\right>=\frac{8}{3}\,\mu_p^2\,\delta_{m'm}, \tag{4.6}$$

что в сумме с выражением (4.5), согласно (4.2), дает

$$<p,\ m'\ |\mathbf{M}^2|\ p,\ m>=\frac{17}{3}\,\mu_p^2\,\delta_{m'm}. \tag{4.7}$$

Из сравнения уравнений (3.14) и (4.7) теперь непосредственно следует справедливость сделанного выше утверждения о применимости соотношения спектроскопической стабильности в SU(6).

Таким образом, несогласие величины χ_p (3.14) с экспериментом означает несогласие последнего с предсказанием SU (6) для квадрата магнитного момента протона.

Естественно, магнитные восприимчивости всех барионов будут получаться заменой в (3.14) величины $(17/3)^2\mu_p^2$ соответствующим значением квадрата магнитного момента.

Предсказания SU (6) этих величин для остальных членов барионного 56-плета можно найти способом, аналогичным рассмотренному для случая протона.

Для октета имеет место

$$\frac{3}{17}<p\,|\mathbf{M}^2|\,p>=\frac{3}{17}<\Sigma^+\,|\mathbf{M}^2|\,\Sigma^+>=\frac{1}{4}<n\,|\mathbf{M}^2|\,n>=\frac{1}{4}\times$$

$$\times<\Xi^0\,|\mathbf{M}^2|\,\Xi^0>=\frac{1}{2}<\Sigma^0\,|\mathbf{M}^2|\,\Sigma^0>=\frac{3}{10}<\Lambda\,|\mathbf{M}^2|\,\Lambda>=3<\Sigma^-\,|\mathbf{M}^2|\,\Sigma^->=$$

$$=3<\Xi^-\,|\mathbf{M}^2|\,\Xi^->=-\frac{\sqrt{3}}{2}<\Sigma^0\,|\mathbf{M}^2|\,\Lambda>=\mu_p^2\,. \tag{4.8}$$

Для декуплета со спином 3/2 оказывается, что не только проекция [1] (2.5) магнитного момента, но и его квадрат определяется зарядом частицы Q:

$$<B_{10}|\mathbf{M}^2|B_{10}> = \left(Q^2 + \frac{2}{2}Q + \frac{4}{3}\right)\mu_p^2. \tag{4.9}$$

Для отрицательных компонент 56-плета и для N^{*++}, которые не имеют матричных элементов перехода, как легко убедиться, формула (3.8) остается в силе.

Заметим, что оператор $\mathbf{M}^2$ диагонален не только относительно проекций спина, как это следует из (4.7). Матричные элементы переходов декуплет—октет также оказываются равными нулю:

$$<B_9|\mathbf{M}^2|B_{10}> = 0. \tag{4.10}$$

5. Свойства симметрии коэффициентов Клебша—Гордана группы $SU(6)$

Теорема Вигнера—Эккарта для группы $SU(6)$ позволяет выделить в явной форме зависимость матричного элемента тензорного оператора $T^{(\lambda_2)}_{\eta_2}$ между базисными состояниями $\Phi^{(\lambda_1)}_{\eta_1}$ и $\Phi^{(\lambda)}_{\eta}$ от квантовых чисел η_1, η_2, η. В обозначениях формулы (2.1) η есть совокупность квантовых чисел μ, $\sigma = 2s+1$, s_z, Y, I, I_z, классифицирующих состояния внутри несводимого представления λ.

Согласно [18 — 20] этой теореме

$$<\Phi^{(\lambda)}_{\eta}|T^{(\lambda_2)}_{\eta_2}|\Phi^{(\lambda_1)}_{\eta_1}> = \sum_{\gamma'} <\lambda\|T^{(\lambda_2)}\|\lambda_1>_{\gamma'} \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta \end{pmatrix}, \tag{5.1}$$

где $<\lambda\|T^{(\lambda_2)}\|\lambda_1>_{\gamma'}$ есть приведенный матричный элемент, а $\begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta \end{pmatrix}$ коэффициент Клебша—Гордана группы $SU(6)$. Последний равен

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta \end{pmatrix} = \sum_{\gamma} \left(\begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2 \end{matrix} \middle\| \begin{matrix} \lambda_{\gamma'} \\ \mu_\gamma \sigma \end{matrix} \right) <s_1 s_{1z},\ s_2 s_{2z}| s s_z> \times$$

$$\times \left(\begin{matrix} \mu_1 & \mu_2 \\ Y_1 I_1 & Y_2 I_2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \mu_\gamma \\ Y I \end{matrix} \right) <I_1 I_{1z},\ I_2 I_{2z}| I I_z>. \tag{5.2}$$

Здесь $\left(\begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2 \end{matrix} \middle\| \begin{matrix} \lambda_{\gamma'} \\ \mu_\gamma \sigma \end{matrix} \right)$ есть унитарный скалярный фактор, а $\left(\begin{matrix} \mu_1 & \mu_2 \\ Y_1 I_1 & Y_2 I_2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \mu_\gamma \\ Y I \end{matrix} \right)$ изоскалярный фактор, произведение которого с коэффициентом К. Г. $SU(2)$ $<I_1 I_{1z}, I_2 I_{2z}|I I_z>$ представляет коэффициент [8] К. Г. $SU(3)$. Принимая во внимание поведение функций $\Phi^{(\lambda)}_{\eta}$ при преобразованиях [18, 21] группы $SU(6)$ и обращения времени, нетрудно получить следующие свойства симметрии*:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta \end{pmatrix} = \xi_1' \begin{pmatrix} \lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_{\gamma'} \\ \eta_2 & \eta_1 & \eta \end{pmatrix}, \tag{5.3}$$

* Для случая (5.3а) в работе [20] приведено соотношение. Его правая часть, однако, содержит лишнюю зависимость от изоспинов.

$$\left(\begin{array}{cc||c} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2 & \mu_\gamma\sigma \end{array}\right) = \xi_1' \xi_1 (-)^{s_1+s_2-s} \left(\begin{array}{cc||c} \lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_{\gamma'} \\ \mu_2\sigma_2 & \mu_1\sigma_1 & \mu_\gamma\sigma \end{array}\right), \tag{5.3a}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta \end{pmatrix} = \xi_2' (-)^{s_2+s-s_{2z}-s_z+I_{1z}+Y_1/2} \left(\frac{N_\lambda}{N_{\lambda_2}}\right)^{1/2} \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda^* & \dot\lambda_{2\gamma''} \\ \eta_1 & -\eta & -\eta_2 \end{pmatrix}, \tag{5.4}$$

$$\left(\begin{array}{cc||c} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2 & \mu_\gamma\sigma \end{array}\right) = \xi_2' \xi_2 (-)^{s_1+s_2-s} \left(\frac{N_\lambda N_{\mu_2}\sigma_2}{N_{\lambda_2} N_\mu \sigma}\right)^{1/2} \left(\begin{array}{cc||c} \lambda_1 & \lambda^* & \dot\lambda_{2\gamma''} \\ \sigma_1\mu_1 & \mu^*\sigma & \dot\mu_{2\gamma''}\sigma_2 \end{array}\right), \tag{5.4a}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta \end{pmatrix} = \xi_3' (-)^{s_1+s_2-s} \begin{pmatrix} \dot\lambda_1 & \dot\lambda_2 & \dot\lambda_{\gamma'} \\ -\eta_1 & -\eta_2 & -\eta \end{pmatrix}, \tag{5.5}$$

$$\left(\begin{array}{cc||c} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2 & \mu_\gamma\sigma \end{array}\right) = \xi_3' \xi_3 \left(\begin{array}{cc||c} \dot\lambda_1 & \dot\lambda_2 & \dot\lambda_{\gamma'} \\ \dot\mu_1\sigma_1 & \dot\mu_2\sigma_2 & \dot\mu_\gamma\sigma \end{array}\right). \tag{5.5a}$$

В формулах (5.3) — (5.5а) через $-\eta$ обозначена совокупность квантовых чисел $-\eta \equiv (\mu^*, \sigma, -s_z, -Y, I, -I_z)$. Фазы $\xi_i \equiv \xi_i(\mu_1, \mu_2, \mu_\gamma)$, $(i = 1, 2, 3)$, относящиеся к $SU(3)$, приведены в статье [18] Сварта. Они определяются обобщением условия Кондона—Шортли.

Аналогично, $\xi_i' \equiv \xi_i(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_{\gamma'})$, $(i = 1, 2, 3)$, относящиеся к $SU(6)$ как к целому, определяются рассмотрением наивысшего состояния представления λ. Суть процедуры заключается в том, что для него коэффициент К. Г. $SU(6)$ с наивысшими возможными I_{1z}, I_1, I_2, s_{1z}, s_1, s_2 выбирается положительным.

В работах [19, 20] табулированы значения унитарного скалярного фактора $\left(\begin{array}{cc||c} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2 & \mu_\gamma\sigma \end{array}\right)$. Их абсолютные величины, использованные в этой статье, в обеих таблицах совпадают.

Однако, к сожалению, в некоторых случаях эти значения отличаются знаком. Это, в частности, проявляется в том, что значения работы [20] в отличие от значений работы [19] приводят к неправильному результату $\mu_{10} = -Q\mu_p$ вместо выражения (2. 5). Кроме того, обе таблицы приводят к антиэрмитовости оператора магнитного момента относительно переходов декуплет—октет:

$$< B_8 |M_z| B_{10} > = - B_{10} |M_z| B_8 > = - < B_{10} |M_z| B_8 >^*.$$

Поэтому возникает необходимость проверки знаков используемых значений $\left(\begin{array}{cc||c} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_\gamma \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2 & \mu_\gamma\sigma \end{array}\right)$.

Значения квадрата проекции (3.12) и квадрата магнитного момента (4.2) зависят лишь от относительного знака факторов $\left(\begin{array}{cc||c} 56 & 35 & 56 \\ 10,4 & 8,3 & 8,2 \end{array}\right)$ и $\left(\begin{array}{cc||c} 56 & 35 & 56 \\ 8,2 & 8,3 & 10,4 \end{array}\right)$. Используя соотношения (5.4а), (5.3а) и (5.5а), нетрудно получить

$$\left(\begin{array}{cc||c} 56 & 35 & 56 \\ 10,4 & 8,3 & 8,2 \end{array}\right) = \xi_2(10, 8, 8)\, \xi_1(10, 8, 8)\, \xi_2(8, 10, 8)\, \xi_3(8, 8, 10^*) \times$$

$$\times \xi_2'(56, 35, 56)\, \xi_1'(56, 56^*, 35)\, \xi_2'(56^*. 56, 35)\, \xi_3'(56^*, 35, 56^*)\times$$

$$\times \sqrt{\frac{5}{2}} \begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 8,2 & 8,3 & \| & 10,4 \end{pmatrix}. \tag{5.6}$$

Подставляя в (5.6) конкретные значения определенных выше ξ_i и ξ_i' $(i = 1, 2, 3)$, из которых последние вычислены с помощью формул (5.3—5.5), придем к соотношению

$$\begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 10,4 & 8,2 & \| & 8,2 \end{pmatrix} = (-)(+)(+)(+)(-)(+)(-)(-) \times$$

$$\times \sqrt{\frac{5}{2}} \begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 8,2 & 8,3 & \| & 10,4 \end{pmatrix} = -\sqrt{\frac{5}{2}} \begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 8,2 & 8,3 & \| & 10,4 \end{pmatrix}. \tag{5.7}$$

Выражение (5.7) обеспечивает эрмитовость оператора магнитного момента в $SU(6)$. Кроме того, вместе с коэффициентами [8] К. Г. $SU(3)$, $SU(2)$ и абсолютными значениями [19, 20]

$$\begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 10,4 & 8,3 & \| & 8,2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 8,2 & 8,3 & \| & 10,4 \end{pmatrix}$$

оно приводит к результатам (3.13) и (3.14) для магнитной восприимчивости и (4.6—4.9) для квадрата магнитного момента.

Можно определить также абсолютные знаки унитарных скалярных факторов. Воспользуясь формулой (5.4а), получим

$$\begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 10,4 & 8,3 & \| & 8,2 \end{pmatrix} = 2\sqrt{\frac{3}{5}} \begin{pmatrix} 56 & 56^* & \| & 35 \\ 10,4 & 8,2 & \| & 8,3 \end{pmatrix}. \tag{5.8}$$

Относящийся к наивысшему состоянию представления $\lambda = 35$ фактор $\begin{pmatrix} 56 & 56^* & \| & 35 \\ 10,4 & 8,2 & \| & 8,3 \end{pmatrix}$ согласно определению, приведенному в начале этого параграфа, положителен и с учетом абсолютного значения [20] равен $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$. Таким образом, из соотношений (5.8) и (5.7) следует, что

$$\begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 10,4 & 8,3 & \| & 8,2 \end{pmatrix} = \frac{2}{3}$$

и

$$\begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 8,2 & 8,3 & \| & 10,4 \end{pmatrix} = -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{5}}.$$

Фактор $\begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 10,4 & 8,3 & \| & 10,4 \end{pmatrix}$, относящийся к наивысшему состоянию представления $\lambda = 56$, также положителен. Он равен $\frac{2}{3}$. Для факторов, соответствующих переходам октет—октет, можем принять значения

$$\begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 8,2 & 8,3 & \| & 8_s, 2 \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix} 56 & 35 & \| & 56 \\ 8,2 & 8,3 & \| & 8_a, 2 \end{pmatrix} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{5}}$$

работы [19], поскольку они совместно с предыдущим приводят к правильному знаку в формуле (2.5). Эти значения вместе с полученным $\left(\begin{matrix}56 & 35\\ 10{,}4 & 8{,}3\end{matrix}\middle\|\begin{matrix}56\\ 8{,}2\end{matrix}\right)$ приводят к результатам (2.6).

Отметим, что использование табличных [19, 20] значений

$$\left(\begin{matrix}56 & 35\\ 10{,}4 & 8{,}3\end{matrix}\middle\|\begin{matrix}56\\ 8{,}2\end{matrix}\right) \text{ и } \left(\begin{matrix}56 & 53\\ 8{,}2 & 8{,}3\end{matrix}\middle\|\begin{matrix}56\\ 10{,}4\end{matrix}\right)$$

привело бы, например, для протона к квадрату магнитного момента $\frac{1}{3}\mu_p^2$, вместо (4,7), что также не согласуется с экспериментом.

Автор благодарит участников теоретического семинара Ереванского физического института за полезные обсуждения.

Ереванский физический
институт

Поступила 29.VIII.1968

ЛИТЕРАТУРА

1. *M. A. B. Beg, B. W. Lee* and *A. Pais*, Phys. Rev. Lett., 13, 514 (1964).
2. *B. Sakita*, Phys. Rev. Lett., 13, 643 (1964).
3. *M. Gourdin* and *Ph. Salin*, Nuovo Cim., 27, 193 (1963).
4. *R. H. Dalitz* and *D. G. Sutherland*, Phys. Rev., 146, 1180 (1966).
5. *A. Pais*, Rev. Mod. Phys., 38, 215 (1966).
6. *N. F. Ramsey*, in Experimental Nuclear Physics, ed. by E. Segre, Vol. 1 (John Wiley & Sons, Inc., New York, Chapman & Hall, Limited, London, 1953) p. 425
7. *B. Lasarew* and *L. Schubnikow*, Physik. Z. Sowjetunion, 11, 445 (1937).
8. *P. McNamee* and *F. Chilton*, Rev. Mod. Phys., 36, 1005 (1964).
9. *S. Coleman* and *S. L. Glashow*, Phys. Rev. Lett., 6, 423 (1961).
10. *B. Struminsky*, Dubna Report (1965).
11. *J. H. Van Vleck*, The Theory of Electric and Magnetic susceptibilities (Oxford University Press, London, 1959), pp. 3, 4.
12. *R. C. Tolman*, The Principles of Statistical Mechanics (Oxford University Press, London, 1948) p. 347.
13. *A. Simon, M. E. Rose* and *J. M. Jauch*, Phys. Rev., 84, 1155 (1951); in Nuclear Orientation, ed. by M. E. Rose (Gordon and Breach, New York, 1963) p. 314.
14. *N. F. Ramsey*, in Experimental Nuclear Physics, ed. by E. Segre, Vol. 1 (John Wiley & Sons, Inc., New York, Chapman & Hall, Limited, London, 1953) p. 413.
15. *Ibid*, p. 359.
16. *V. A. Djrbashian*, Nuclear Physics, A 103, 177 (1967).
17. *J. H. Van Vleck*, The Theory of Electric and Magnetic Susceptibilities (Oxford University Press, London, 1959) p. 152.
18. *J. J. de Swart*, Rev. Mod. Phys., 35, 916 (1963).
19. *L. Schulke*, *Z. Phys*., 183, 424 (1965).
20. *C. L. Cook* and *G. Murtaza*, Nuovo Cim., 39, 531 (1965).
21. *E. P. Wigner*, Group Theory (Academic Press. New York and London, 1959), p. 345.

SU(6) ՍԻՄԵՏՐԻԱՅԻ ՍԽԵՄԱՅՈՒՄ ԲԱՐԻՈՆՆԵՐԻ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՄՈՄԵՆՏՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Վ. Հ. ՋՐԲԱՇՅԱՆ

Պրոտոնի մագնիսական թափանցելիությունը, որը կապված է մագնիսական մոմենտի քառակուսու հետ, դիտարկված է չխախտված SU(6) սիմետրիայում։ Այդ մեծության չափման ժամանակ ևս դրսևորվում է ըստ SU(6) սիմետրիայի կանխատեսվող անցման մագնիսական մոմենտի անհամաձայնությունը էքսպերիմենտի հետ, անհամաձայնություն, որն ավելի վաղ նկատվել է այլ էֆեկտների հետազոտման ժամանակ։

ON MAGNETIC MOMENTS OF BARYONS IN SU (6) SYMMETRY SCHEME

V. A. DJRBASHIAN

The proton magnetic susceptibility which is connected with the squares of magnetic moment in the unbroken SU (6) symmetry is considered. It is found a disagreement between the experimental value and the prediction of SU (6) symmetry for the transition magnetic moment observed earlier for other effects.