

ИЗЛУЧЕНИЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА В ВОЛНОВОДЕ С ГИРОТРОПНЫМ ФЕРРИТОМ

Э. Д. ГАЗАЗЯН, Э. М. ЛАЗИЕВ, Э. С. ПОГОСЯН

Рассмотрено излучение Вавилова-Черенкова в феррите, заполняющем круглый цилиндрический металлический волновод при внешнем магнитном поле вдоль оси этого волновода.

Получены выражения для интенсивности излучения для лево и правополяризованной волны. Проведен анализ дисперсионного уравнения.

В экспериментах, посвященных исследованию излучения Вавилова-Черенкова, используется волновод, заполненный гиротропным ферритом [1]. Это вызвано необходимостью обеспечения синхронизма между электронным пучком и волной в волноводе. Поэтому представляет интерес рассмотрение вопроса о влиянии гиротропности феррита на характеристики излучения движущегося в волноводе заряда.

В работе [2] было рассмотрено черенковское излучение в круглом волноводе, заполненном ферритом, магнитная проницаемость которого описывалась тензором μ_{ik} , где $\mu_1 = \mu_3$. Однако, реально, тензор магнитной проницаемости феррита имеет вид (1), если направление постоянного магнитного поля совпадает с осью волновода z :

$$\mu_{ik} = \begin{vmatrix} \mu_1 - ig & 0 \\ ig & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{vmatrix}. \quad (1)$$

В настоящей работе рассмотрено излучение точечного заряда e , пролетающего вдоль оси круглого волновода радиуса r_0 , заполненного гиротропным ферритом с ε и μ_{ik} .

Будем исходить из уравнений Максвелла:

$$-[\vec{k} \vec{H}] = \frac{\omega}{c} \varepsilon \vec{E} + i \frac{e v}{2\pi^2 c}, \quad (2)$$

$$[\vec{k} \vec{E}] = \frac{\omega}{c} \vec{B},$$

$$(\vec{k} \vec{B}) = 0,$$

$$(\vec{k} \vec{E}) = -\frac{ie}{2\pi^2 c}$$

и материальных уравнений среды

$$B_i = \mu_{ik} H_k,$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}. \quad (3)$$

Решение задачи будем проводить методом, аналогичным в работе [2]. Фурье-компоненты полей разложим на составляющие:

$$\vec{E}(\vec{k}) = \vec{z}_0 E_{\vec{z}}(\vec{k}) + [\vec{z} \vec{v}]_0 E_{\vec{z} \vec{v}}(\vec{k}) + \vec{v}_0 E_{\vec{v}}(\vec{k}), \quad (4)$$

где $\vec{k} = \vec{z} + \frac{\omega}{v^2} \vec{v}$, $\vec{v}$ — скорость частицы,

а индексы нуль относятся к соответствующим единичным векторам. Разложение (4) позволяет нам определить компоненты полей E_z , E_{zv} и E_v . Можно показать, что поля E_ρ , E_φ и E_z в цилиндрической системе координат выражаются через E_z , E_{zv} и E_v следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} E_r &= \int E_{\vec{z}}(\vec{k}) \cos \Phi e^{i(xr \cos \Phi + \frac{\omega}{v} z - \omega t)} r dr d\Phi \frac{d\omega}{v}, \\ E_\varphi &= \int E_{\vec{z} \vec{v}}(\vec{k}) \cos \Phi e^{i(xr \cos \Phi + \frac{\omega}{v} z - \omega t)} r dr d\Phi \frac{d\omega}{v}, \\ E_z &= \int E_{\vec{v}}(\vec{k}) e^{i(xr \cos \Phi + \frac{\omega}{v} z - \omega t)} r dr d\Phi \frac{d\omega}{v}, \end{aligned} \quad (5)$$

откуда

$$\begin{aligned} E_z(\omega, \rho) &= -\frac{e}{4v^2} \frac{|\omega|}{\varepsilon \alpha} \left[C_1 \bar{H}_0^{(1)} \left(\frac{|\omega|}{v} S_{1\rho} \right) + C_2 \bar{H}_0^{(1)} \left(\frac{|\omega|}{v} S_{2\rho} \right) \right], \\ E_\varphi(\omega, \rho) &= \frac{e}{2v^2} \frac{\mu_3}{g} \frac{\omega}{\varepsilon \alpha} \left[-S_1 \bar{H}_1^{(1)} \left(\frac{|\omega|}{v} S_{1\rho} \right) + S_2 \bar{H}_1^{(1)} \left(\frac{|\omega|}{v} S_{2\rho} \right) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

В (5) нами введены обозначения

$$\begin{aligned} S_{1,2}^2 &= S^2 \frac{\mu_3 + \mu_1}{2\mu_1} + \frac{g^2}{2\mu_1^2} \beta^2 \varepsilon \mu_1 (-1 \pm \alpha), \\ \alpha &= \sqrt{1 + \frac{4\mu_3\mu_1}{g^2\beta^2\varepsilon\mu_1} + \frac{S^4\mu_1^4}{g^4\beta^4\varepsilon^2\mu_1^2} \left(\frac{\mu_3 - \mu_1}{\mu_1} \right)^2 - 2S^2 \frac{\mu_3 - \mu_1}{g^2\beta^2\varepsilon\mu_1} \mu_1}, \\ C_1 &= (\alpha - 1) \xi + \delta; \quad C_2 = (\alpha + 1) \xi - \delta, \\ \xi &= \left(S^2 - \frac{g^2}{\mu_1^2} \beta^2 \varepsilon \mu_1 \right), \quad \delta = \frac{2\mu_1^2}{g^2} \frac{S^4}{\beta^2 \varepsilon \mu_1} \frac{\mu_3 - \mu_1}{2\mu_1} - 2 \frac{\mu_1 + \mu_3}{2\mu_1} S^2 + 2\beta^2 \varepsilon \mu_3, \\ S^2 &= \beta^2 \varepsilon \mu_1 - 1, \\ \bar{H}_{0,1}^{(1)}(|x|) &= J_{0,1}(|x|) + i \frac{|x|}{x} N_{0,1}(|x|). \end{aligned}$$

$J_{0,1}$ и $N_{0,1}$ — функции Бесселя и Неймана соответственно нулевого и первого порядков.

Излучение возникает при выполнении условий, когда либо $S_1^2 > 0$, либо $S_3^2 > 0$, либо оба больше нуля, причем на частотах, соответствующих условию $S_1^2 > 0$, будет иметь место правополяризованная волна, а при $S_2^2 > 0$ — левополяризованная. Учет граничных условий волновода приведет к тому, что поле излучения волновода будет представлять собой

сумму полей излучения и полей, отраженных от стенок волновода. Отраженные поля будем искать в виде

$$\vec{E}'(r, t) = \int \vec{E}'(\omega, \rho) e^{i \frac{\omega}{v}(z - vt)} d\omega, \quad (7)$$

где

$$E_{z1,2}(\omega, \rho) = a_{1,2}(\omega) J_0\left(\frac{\omega}{v} S_{1,2} \rho\right), \quad (8)$$

$$E_{\varphi 1,2}(\omega, \rho) = b_{1,2}(\omega) J_1\left(\frac{\omega}{v} S_{1,2} \rho\right).$$

Между $a_{1,2}(\omega)$ и $b_{1,2}(\omega)$ имеет место соотношение

$$b_{1,2}(\omega) = \pm \frac{2\mu_3 a_{1,2}(\omega)}{\left[\alpha - 1 + \frac{\mu_1 - \mu_3}{g^2 \beta^2 \varepsilon \mu_1} \mu_1^2\right] g S_{1,2}}.$$

Граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} E_z + E_{z_1} + E_{z_2} &= 0, \\ E_\varphi + E_{\varphi_1} + E_{\varphi_2} &= 0 \Big|_{\rho=r_0}. \end{aligned} \quad (9)$$

Разрешая (9) относительно $a_{1,2}(\omega)$, получаем следующие выражения для этих коэффициентов:

$$\begin{aligned} a_1(\omega) = & \frac{e}{4v^2} \frac{\omega}{\varepsilon \alpha} \frac{1}{\Delta} \left\{ J_0\left(\frac{\omega}{v} S_2 r_0\right) \left[-S_1 \bar{H}_1^{(1)}\left(\frac{|\omega|}{v} S_1 r_0\right) + \right. \right. \\ & + S_2 \bar{H}_1^{(1)}\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 r_0\right) \Big] + \frac{J_1\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 r_0\right)}{S_2 \left[\alpha + 1 - \frac{\mu_1 - \mu_3}{g^2 \beta^2 \varepsilon \mu_1} \mu_1^2 \right]} \left[C_1 \bar{H}_0^{(1)}\left(\frac{|\omega|}{v} S_1 r_0\right) + \right. \\ & \left. \left. + C_2 \bar{H}_0^{(1)}\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 r_0\right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} a_2(\omega) = & \frac{e}{4v^2} \frac{\omega}{\varepsilon \alpha} \frac{1}{\Delta} \left\{ J_0\left(\frac{\omega}{v} S_1 r_0\right) \left[-S_2 \bar{H}_1^{(1)}\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 r_0\right) + S_1 \bar{H}_1^{(1)}\left(\frac{|\omega|}{v} S_1 r_0\right) \right] + \right. \\ & + \frac{J_1\left(\frac{|\omega|}{v} S_1 r_0\right)}{S_1 \left[\alpha - 1 + \frac{\mu_1 - \mu_3}{g^2 \beta^2 \varepsilon \mu_1} \mu_1^2 \right]} \left[C_1 \bar{H}_0^{(1)}\left(\frac{|\omega|}{v} S_1 r_0\right) + C_2 \bar{H}_0^{(1)}\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 r_0\right) \right] \Big\}. \end{aligned}$$

Легко видеть, что $a_2(\omega)$ получается из $a_1(\omega)$, если $S_1 \leftrightarrow S_2$ и $\alpha \rightarrow -\alpha$. Детерминант системы (9) имеет вид

$$\Delta = \frac{J_0\left(\frac{\omega}{v} S_1 r_0\right) J_1\left(\frac{\omega}{v} S_2 r_0\right)}{S_2 \left[\alpha + 1 - \frac{\mu_1 - \mu_3}{g^2 \beta^2 \varepsilon \mu_1} \mu_1^2 \right]} + \frac{J_0\left(\frac{\omega}{v} S_2 r_0\right) J_1\left(\frac{\omega}{v} S_1 r_0\right)}{S_1 \left[\alpha - 1 + \frac{\mu_1 - \mu_3}{g^2 \beta^2 \varepsilon \mu_1} \mu_1^2 \right]}. \quad (11)$$

Энергия, излученная частицей на единице длины пути, определяется тормозящей силой, действующей на частицу со стороны полного поля, и имеет вид

$$-\frac{dW}{dz} = -\frac{dW_1}{dz} - \frac{dW_2}{dz}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} -\frac{dW_1}{dz} = & \frac{ie^2}{4v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\omega|}{\varepsilon \Delta} \left\{ \frac{J_1\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 r_0\right)}{S_2 \left[\alpha + 1 - \frac{\mu_1 - \mu_3}{g^2 \beta^2 \varepsilon \mu_1} \mu_1^2 \right]} \times \right. \\ & \times \left[C_1 N_0 \left(\frac{|\omega|}{v} S_1 r_0 \right) + C_2 N_0 \left(\frac{|\omega|}{v} S_2 r_0 \right) \right] + \\ & \left. + J_0 \left(\frac{\omega}{v} S_2 r_0 \right) \left[S_2 N_1 \left(\frac{|\omega|}{v} S_2 r_0 \right) - S_1 N_1 \left(\frac{|\omega|}{v} S_1 r_0 \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

$\frac{dW_2}{dz}$ получается из $\frac{dW_1}{dz}$ заменами $S_1 \leftrightarrow S_2$ и $\alpha \rightarrow -\alpha$. Интеграл (13)

имеет отличные от нуля значения только в точках, где выполняется условие $\Delta = 0$, т. е. в полюсах подынтегрального выражения. Условие $\Delta = 0$ определяет дискретный спектр частот излучения, соответствующих корням трансцендентного уравнения

$$\Delta = 0. \quad (14)$$

Легко видеть, что уравнение (14) совпадает с характеристическим уравнением (27) работы [6], если положить $n=0$

Уравнение (14) перепишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{J_1\left(\frac{\omega}{v} S_2 r_0\right)}{\frac{\omega}{v} S_2 r_0 J_0\left(\frac{\omega}{v} S_2 r_0\right) \left[\alpha + 1 - \frac{\mu_1 - \mu_3}{g^2 \beta^2 \varepsilon \mu_1} \mu_1^2 \right]} = - \\ & - \frac{J_1\left(\frac{\omega}{v} S_1 r_0\right)}{\frac{\omega}{v} S_1 r_0 J_0\left(\frac{\omega}{v} S_1 r_0\right) \left[\alpha - 1 + \frac{\mu_1 - \mu_3}{g^2 \beta^2 \varepsilon \mu_1} \mu_1^2 \right]}. \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнение (15) будет удовлетворяться в трех случаях, когда $S_1^2 > 0$, $S_2^2 < 0$ или $S_1^2 < 0$, $S_2^2 > 0$, или $S_1^2 > 0$, $S_2^2 > 0$. Действительно, в случае, когда $S_1^2 < 0$, и $S_2^2 < 0$ (15) не будет удовлетворяться, так как функции J_0 и J_1 переходят в модифицированные функции I_0 и I_1 , отношение которых является монотонной положительной функцией. В случае, когда $S_1^2 > 0$, $S_2^2 < 0$ излучается правополяризованная волна, в случае $S_2^2 > 0$, $S_1^2 < 0$ — левополяризованная волна, а в случае $S_1^2 > 0$, $S_2^2 > 0$ — обе.

Если $\omega = \omega_l$ являются корнями уравнения $\Delta = 0$, то, интегрируя (13) по ω , получим следующее выражение для интенсивности правополяризованного излучения:

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{e^2 \pi}{2v^2} \sum_{\omega=\omega_l} \frac{\omega_l}{\varepsilon(\omega_l) \alpha(\omega_l)} \left\{ \frac{J_1\left(\frac{\omega_l}{v} S_2 r_0\right)}{S_2 \left[\alpha + 1 - \frac{r_1 - \mu_3}{g^2 \beta^2 \mu_1} \mu_1^2 \right]} \times \right. \\ \times \left[C_1 N_0 \left(\frac{\omega_l}{v} S_1 r_0 \right) + C_2 N_0 \left(\frac{\omega_l}{v} S_2 r_0 \right) + \right. \\ \left. \left. + J_0 \left(\frac{\omega_l}{v} S_2 r_0 \right) \left[S_2 N_1 \left(\frac{\omega_l}{v} S_2 r_0 \right) - S_1 N_1 \left(\frac{\omega_l}{v} S_1 r_0 \right) \right] \right] \right\} \frac{1}{\left[\frac{d}{d\omega} \Delta \right]_{\omega=\omega_l}}. \quad (16)$$

Заменами $\alpha \rightarrow -\alpha$ и $S_1 \leftrightarrow S_2$ можно получить выражение для интенсивности левополяризованной волны $\frac{dW_2}{dz}$, которое отлично от нуля в области $\Delta = 0$, $S_2^2 > 0$.

При $\mu_3 = \mu_1$ выражение (16) переходит в аналогичное выражение работы [2], при $g = 0$ гиротропия исчезает и рассмотренный случай переходит в случай черенковского излучения в волноводе с изотропным заполнением [4]:

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{2e^2}{r_0} \sum_{\omega_l} \frac{x_{0l}}{\varepsilon(\omega_l) \omega_l [J_1(x_{0l})]^2} \frac{1}{\left[\frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega}{v} \sqrt{\beta^2 \varepsilon \mu - 1} \right) \right]_{\omega=\omega_l}} \quad (17)$$

x_{0l} i -ый корень $J_0(x)$.

При $r_0 \rightarrow \infty$ выражение для интенсивности излучения принимает вид [5]:

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{e^2}{2v^2} \left\{ \int_{S_1^2 > 0} \frac{\omega}{\varepsilon(\omega) \alpha(\omega)} \left\{ (\alpha - 1) \xi + 2 \right\} d\omega + \right. \\ \left. + \int_{S_2^2 > 0} \frac{\omega}{\varepsilon(\omega) \alpha(\omega)} \left\{ (\alpha + 1) \xi - 2 \right\} d\omega \right\}. \quad (18)$$

Ереванский физический институт

Поступила 3.I. 1968.

ЛИТЕРАТУРА

1. Некоторые вопросы техники физического эксперимента при исследовании газового разряда. Под редакцией А. В. Чернетского и Л. Г. Ломизе, Госатомиздат, 1961.
2. Э. Д. Газазян, О. С. Мерелян, Изв. вузов, Радиофизика, 8, 629 (1965).
3. А. Л. Микаелян, Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах, М.-Л., 1963.
4. Б. М. Болотовский, УФН, 75, 295 (1961).
5. Э. Д. Газазян, Диссертация, МГУ, 1964.
6. Г. Сул и Л. Уокер, Вопросы волноводного распространения электромагнитных волн в гиротропных средах, ИЛ, М., 1955.

ԿԵՏԱՅԻՆ ԼԻՑԲԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՀԻՐՈՏՐՈՊ ՖԵՐԻՏՈՎ
ԼՅՎԱԾ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ

Է. Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Է. Մ. ԼԱԶԻԵՎ, Է. Ս. ՊՈԳՈՍՅԱՆ

Դիտարկված է Վավիլովի—Չերենկովի ճառագայթումը հիրոտրոպ ֆերիտով լցված ալիքատարի մեջ՝ ալիքատարի առանցքով ուղղված արտաքին մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում:

Ստացված են բանաձևեր աջ և ձախ բևեռացված ալիքների ինտենսիվությունների համար: Տրված է դիսպերսիոն հավասարման վերլուծությունը:

RADIATION OF A POINT-PARTICLE IN THE WAVE-GUIDE
WITH GYROTROPIC FERRITE

E. D. GAZAZIAN, E. M. LAZIEV and E. S. POGOSSIAN

The Vavilov—Čerenkov radiation of a point-particle in the wave-guide with gyrotropic ferrite in a constant magnetic field directed along the direction of axis of the wave-guide is considered. Expressions for the radiation intensity of the left-handed and right-handed polarization waves are obtained. The analysis of dispersion equation is performed.