

ИЗЛУЧЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ИСТОЧНИКА, ПРОЛЕТАЮЩЕГО НАД ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКОЙ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ОСНОВАНИЕМ

К. А. БАРСУКОВ, С. Х. БЕКОВА

Исследуются свойства излучения, возникающего при движении линейного источника (заряженной или токовой нити) над дифракционной решеткой. Предполагается, что решетка образована системой проводящих лент, лежащих на плоской границе диэлектрика. В приближении геометрической оптики находится поле и энергия дифракционного излучения в диэлектрике. Показывается, что при сверхсветовом движении излучателя по отношению к диэлектрику возможно возникновение излучения Вавилова-Черенкова в диэлектрике и аномального эффекта Допплера.

В последнее время появилось довольно большое число работ, посвященных исследованию свойств излучения от различных источников, движущихся над системой проводящих полос [1—11]. Здесь можно отметить следующие направления. Прежде всего работы [6,7], в которых авторы предлагают точное решение подобных задач, как правило, сводящихся к машинному расчету различных частных случаев. Эти работы привлекательны в том отношении, что позволяют получить решение задачи при любых соотношениях между излучаемой длиной волны, скоростью источника и параметрами решетки. Однако отсутствие аналитического решения не позволяет выявить ряд общих свойств излучения. Поэтому представляет большой интерес построение соответствующей теории в двух предельных случаях. Именно в случаях когда период решетки значительно меньше или значительно больше длины волны излучения. Первый случай рассмотрен в работах [8,9], где исследовались особенности излучения заряда, движущегося над решеткой в вакууме [8], и над решеткой, находящейся на плоской границе диэлектрика [9]. Случай малых длин волн в приближении скалярной теории дифракции исследован в [10], где изучалось излучение заряда, движущегося в вакууме над дифракционной решеткой.

Ниже мы рассмотрим аналогичную задачу для излучения линейного источника (заряженной или токовой нити), движущегося над дифракционной решеткой, которая покоится на плоской границе диэлектрика. Наличие диэлектрика в этом случае вызывает появление новых свойств излучения, характерных для излучения движущихся в веществе источников. При решении будет использован электродинамический принцип Гюйгенса — Котлера [12].

Дифракционная решетка расположена на границе плоского диэлектрика $z = 0$ с постоянной ϵ (рис. 1). Ширину металлической ленты обозначим через b , ширину щели — $2a$, период решетки — $d = b + 2a$. На расстоянии h над решеткой параллельно оси y движется линейный

источник в виде бесконечно длинной заряженной нити с линейной плотностью заряда τ .

При вычислении коротковолновой части поля излучения, для которого справедливо приближение геометрической оптики, будем пользоваться электродинамическим принципом Гюйгенса — Котлера [12],

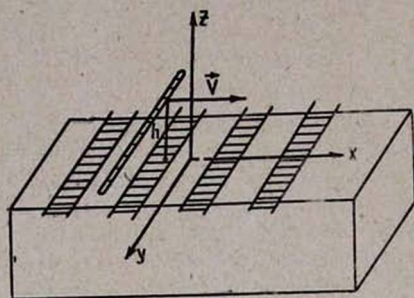


Рис. 1.

составляющим по существу основу векторной теории дифракции. Для расчета в качестве первичного поля в этой теории естественно взять поле линейного источника, движущегося параллельно плоской границе диэлектрика. Соответствующее выражение можно заимствовать из [13]. Будем описывать поле движущегося источника с помощью

векторного потенциала $\vec{A}(A, 0, 0)$,

у которого отлична от нуля единственная составляющая вдоль оси x . Из [13] имеем для компоненты Фурье этой величины:

$$A_{\omega}^{(1)} = \frac{\tau\beta}{\omega\sqrt{1-\beta^2}} e^{i\frac{\omega}{v}x} \left[e^{-\frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}|z-h|} + \frac{\sqrt{1-\beta^2\varepsilon}-\varepsilon\sqrt{1-\beta^2}}{(\sqrt{1-\beta^2\varepsilon}+\varepsilon\sqrt{1-\beta^2})} e^{-\frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}|z+h|} \right], \quad (1)$$

$$A_{\omega}^{(2)} = \frac{2\tau\beta\varepsilon\sqrt{1-\beta^2}}{\omega\sqrt{1-\beta^2\varepsilon}(\sqrt{1-\beta^2\varepsilon}+\varepsilon\sqrt{1-\beta^2})} \exp \left\{ i\frac{\omega}{v}x + \frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2\varepsilon}z - \frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}h \right\},$$

где индексы 1, 2 относятся соответственно к пространству $z > 0$ и $z < 0$, $\beta = \frac{v}{c}$. Векторы поля движущейся нити найдутся из соотношений

$$\vec{E}_{\omega}^{(j)} = -\frac{1}{ik\varepsilon_j} (\text{grad div } \vec{A}_{\omega}^{(j)} + k^2\varepsilon_j), \quad (2)$$

$$\vec{H}_{\omega}^{(j)} = \text{rot } \vec{A}_{\omega}^{(j)},$$

где $j = 1, 2$, $\varepsilon = 1$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$, $k = \frac{\omega}{c}$.

Дифракционное поле в диэлектрике от движущегося источника ищем с помощью электрического $\vec{A}_{\omega}(A_{\omega}, 0, 0)$ и магнитного $\vec{M}$ ($M_{\omega}, 0, 0$) векторных потенциалов, величина которых определяется формулами [11]

$$A_{\omega} = -\frac{1}{4\pi} \int_{s_0} \frac{e^{ik\sqrt{\varepsilon}R}}{R} H_y d\xi d\eta, \quad (3)$$

$$M_{\omega} = -\frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \frac{e^{ik\sqrt{\varepsilon}R}}{R} E_x^0 d\xi d\eta, \quad (3)$$

где интегрирование в (3) распространяется на щели дифракционной решетки, $R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}$, а E_x^0 , H_y^0 — значения соответствующих компонент электрического и магнитного векторов при $z=0$, которые могут быть найдены с помощью (1) и (2). Подстановка E_x^0 и H_y^0 в (3) после ряда довольно громоздких преобразований приводит к следующим выражениям потенциалов в волновой зоне ($k\sqrt{\varepsilon}R \gg 1$):

$$A_{\omega} = \frac{4\pi\varepsilon \sqrt{1-\beta^2} \exp\left\{i\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon} r - i\frac{\pi}{4} - h\frac{|\omega|}{v} \sqrt{1-\beta^2}\right\}}{i \sqrt{r} \sqrt{2\eta\omega\sqrt{\varepsilon}c} \cdot (\sqrt{1-\beta^2\varepsilon} + \varepsilon\sqrt{1-\beta^2})} \times \\ \times \frac{\sin \frac{\omega}{v} (1-\beta\sqrt{\varepsilon} \cos \theta) a}{\frac{\omega}{v} (1-\beta\sqrt{\varepsilon} \cos \theta)} \sum_n \delta\left[\frac{\omega}{v} d (1-\beta\sqrt{\varepsilon} \cos \theta) - 2\pi n\right], \quad (4)$$

$$M_{\omega} = \frac{\sqrt{1-\beta^2\varepsilon}}{i\varepsilon\beta} A_{\omega},$$

где $r = \sqrt{x^2 + z^2}$, $\cos \theta = \frac{x}{r}$. Векторы поля найдутся из (4) по формулам:

$$\vec{E}_{\omega} = -\frac{1}{ik\varepsilon} (\text{grad div } \vec{A}_{\omega} + k^2 \varepsilon \vec{A}_{\omega}) - \text{rot } \vec{M}_{\omega},$$

$$\vec{H}_{\omega} = -\frac{1}{ik} (\text{grad div } \vec{M}_{\omega} + k^2 \varepsilon \vec{M}_{\omega}) + \text{rot } \vec{A}_{\omega}. \quad (5)$$

Присутствие в формулах (4) δ -функций означает, что спектр излучения представляет собой ряд узких линий, частоты которых определяются соотношением

$$\omega_n = \frac{2\pi n v/d}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta}. \quad (6)$$

Формула (6) впервые была получена Франком в 1942 году [14], а затем в работах [1, 10, 11] при $\varepsilon=1$. Эта формула по существу определяет спектр доплеровского излучения в веществе [14] при движении в нем источника с собственными частотами $\Omega_n = 2\pi n v/d$. Поэтому здесь сохраняются все особенности, которые имеют место в спектре доплеровского излучения в веществе. Именно, при досветовом движении нити, т. е. при $1 - \beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta > 0$, в формуле (6) следует брать $n=1, 2, 3, \dots$ и частота излучения убывает с ростом угла. При сверхсветовой скорости излучателя, когда $1 - \beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta < 0$, в (6) следует положить $n=-1, -2, -3, \dots$, и при углах, удовлетворяющих написанному выше неравенству, частота излучения растет с увеличением угла. В частотной

области, где оказывается существенной дисперсия диэлектрика, возможно появление сложного эффекта Допплера, если имеет место соотношение

$$\beta \cos \theta \frac{d\omega \sqrt{\varepsilon}}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_n} > 1, \quad (7)$$

т. е. спектральные линии определенного порядка в этом случае приобретают мультиплетный характер.

Формула (6) теряет свой смысл в случае $\beta^2 \varepsilon > 1$, когда

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta \sqrt{\varepsilon}}. \quad (8)$$

Нетрудно видеть, что в случае (8) $n=0$ и это соотношение есть просто хорошо известное условие для угла в излучении Вавилова—Черенкова. При условии (8) в выражении (4) появляется δ -функция

вида $\delta \left[\frac{\omega}{v} d (1 - \beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta) \right]$. Это означает, что потенциал в (4)

всюду равен нулю за исключением угла, определяемого соотношением (8), где потенциал принимает бесконечно большие значения. Этот вывод является следствием определенной физической идеализации при выводе формулы (4). Именно в этом выводе использовалось приближенное соотношение

$$\frac{1}{2\pi} \sum_n e^{i \frac{\omega}{v} d (1 - \beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta) n} \cong \sum_n \delta \left[\frac{\omega}{v} d (1 - \beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta) - 2\pi n \right], \quad (9)$$

где сумма справа имеет конечное число членов, равное числу периодов у дифракционной решетки. Равенство (9) оказывается точным только в случае бесконечно протяженной решетки. На самом деле, решетка имеет конечную длину $2z$ и для нее (9) является лишь определенным приближением. Учет конечных размеров решетки приводит к тому, что каждая дифракционная линия имеет конечную ширину, а не является бесконечно узкой, как это следует из (6). В случае излучения Вавилова—Черенкова бесконечно большое значение потенциала в направлении угла (8) также соответствует бесконечно протяженной траектории излучателя. Учет конечных размеров решетки, как это обычно бывает при подобных расчетах, можно провести, если заменить δ -функцию в (4) на следующее выражение:

$$\delta \left[\frac{\omega}{v} d (1 - \beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta) \right] \sim \frac{1}{\pi d} \frac{\sin \frac{\omega}{v} (1 - \beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta) L}{\frac{\omega}{v} (1 - \beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta)}. \quad (10)$$

Заметим, что спектр излучения в этом случае в отличие от (6) является непрерывным.

Энергию дифракционного излучения можно подсчитать с помощью радиальной составляющей вектора Пойнтинга. Проводя с помощью фор-

мул (4) и (5) соответствующие выкладки, получим в конечном счете:
 а) $\beta^2 \varepsilon > 1$.

$$\frac{dw}{d\theta} = \frac{2\tau^2 L (1-\beta^2)}{\pi d} \sum_n \frac{\varepsilon_n (1 + \beta \sqrt{\varepsilon_n} \cos \theta)}{(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_n} \cos \theta)^2 (\sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon_n} + \varepsilon_n \sqrt{1 - \beta^2})^2} \times \\ \times \frac{\sin^2 \frac{2\pi n a}{d}}{n} e^{-\frac{2\omega_n}{v} \sqrt{1 - \beta^2} h}, \quad (11)$$

где $\varepsilon_n = \varepsilon(\omega_n)$ и суммирование ведется по $n = 1, 2, 3, \dots$

б) $\beta^2 \varepsilon < 1$.

$$\frac{dw}{d\theta} = \frac{2\tau^2 L (1-\beta^2)}{\pi d} \sum_n \frac{\varepsilon_n [\sqrt{\beta^2 \varepsilon_n - 1} + \beta \sqrt{\varepsilon_n} \sin \theta]^2}{(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_n} \cos \theta)^3 (\varepsilon_n - 1) [1 + \varepsilon_n (1 - \beta^2)]} \times \\ \times \frac{\sin^2 \frac{2\pi n a}{d}}{n} e^{-\frac{2\omega_n}{v} \sqrt{1 - \beta^2} h} \quad (12)$$

и суммирование идет по $n = -1, -2, -3, \dots$ при $\beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta > 1$ и $n = 1, 2, 3, \dots$ при $\beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta < 1$.

Из (11) и (12) следует, что интенсивность излучения убывает экспоненциально с ростом величины h .

При $\beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta = 1$, как указывалось выше, движущийся источник теряет энергию на излучение Вавилова — Черенкова в диэлектрике. Находя опять соответствующую компоненту вектора Пойнтинга с замкнутой δ -функции (4) по формуле (10), получим после интегрирования по углу θ

$$W_{\omega}^{\text{В.ч.}} = \frac{8\tau^2 \varepsilon (1-\beta^2) \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1} L}{v (\varepsilon - 1) [1 + \varepsilon (1 - \beta^2)]} \left(\frac{\sqrt{2} a}{d} \right)^2 e^{-\frac{2\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2} h}. \quad (13)$$

Сравнение формулы (13) с величиной энергии излучения Вавилова — Черенкова для заряженной нити, движущейся над плоской границей диэлектрика без решетки, [13] указывает на уменьшение энергии излучения в $\left(\frac{\sqrt{2} a}{d} \right)^2$ раз. Этот множитель эффективно характеризует уменьшение энергии излучения Вавилова — Черенкова благодаря частичной экранировке поверхности диэлектрика. Из (13) видно, что для „узких“ по сравнению с величиной периода решетки щелей излучение сильно падает по отношению к неэкранизованному диэлектрику.

Аналогично вышеизложенному рассматривается излучение нити с током, движущейся над дифракционной решеткой с диэлектрическим основанием. Не проводя детальных выкладок для этого случая, приведем выражения для энергии излучения токовой нити:

а) $\beta^2 \varepsilon < 1$.

$$\frac{dW}{d\theta} = \frac{2j_0^2 L}{\pi d c^2} \sum_n \frac{(1 + \beta \sqrt{\varepsilon_n} \cos \theta)}{(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_n} \cos \theta)^2 (\sqrt{1 - \beta^2} + \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon_n})^2} \times$$

$$\times \frac{\sin^2 \frac{2a\pi n}{d}}{n} e^{-2 \frac{\omega}{v} \sqrt{1-\beta^2} h}, \quad (14)$$

где $\varepsilon_n = \varepsilon(\omega_n)$ и суммирование ведется по $n = 1, 2, 3, \dots$; $\beta^2 \varepsilon > 1$.

$$\frac{dW}{d\theta} = \frac{2j_0^2 L}{\pi d v^2} \sum_n \frac{(V\beta^2 \varepsilon_n - 1 + \beta \sqrt{\varepsilon_n} \sin \theta)^2}{(\varepsilon_n - 1)(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_n} \cos \theta)^3} \times \frac{\sin^2 \frac{2a\pi n}{d}}{n} e^{-2 \frac{\omega}{v} \sqrt{1-\beta^2} h} \quad (15)$$

и суммирование идет по $n = -1, -2, -3, \dots$ при $\beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta > 1$ и $n = 1, 2, 3, \dots$ при $\beta \sqrt{\varepsilon} \cos \theta < 1$. Величина энергии излучения Вавилова—Черенкова для токовой нити определится соотношением

$$W_{\omega}^{B. \text{ч.}} = \frac{8j_0^2 L V \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1}}{v^3 (\varepsilon - 1)} \left(\frac{\sqrt{2} a}{d} \right)^2 e^{-2 \frac{\omega}{v} \sqrt{1-\beta^2} h}. \quad (16)$$

Заметим, что поля излучения заряженной и токовой нити отличаются поляризацией. В первом случае магнитный вектор цилиндрической волны в волновой зоне параллелен краям проводящих лент, во втором случае этим свойством обладает электрический вектор.

Московский государственный педагогический
институт им. В. И. Ленина

Поступила 21.II.1968

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. S. Smith, E. Purcell, Phys. Rev., 92, 1096 (1953).
2. K. Ishiguro, T. Tako, Optica Acta, 8, 25 (1951).
3. Дж. Джелли. Черенковское излучение и его применение. ИЛ, М., 1960.
4. В. Н. Парыгин, Изв. вузов, Радиофизика, 1, 139 (1958).
5. G. Toraldo di Francia, Nuovo Cimento, 16, 61 (1960).
6. В. А. Бережамян, О. А. Третьяков, Э. И. Черников, В. П. Шестопалов, Изв. АН АрмССР, 18, 90 (1965).
7. О. А. Третьяков, Э. И. Черников, В. П. Шестопалов, ЖТФ, 36, 33 (1966).
8. К. А. Барсуков, Л. Г. Нарышкина, ЖТФ, 36, 225 (1966).
9. К. А. Барсуков, Л. Г. Нарышкина, Изв. вузов, Радиофизика, 10, 4, 509 (1967).
10. Б. М. Болотовский, А. К. Бурцев, Оптика и спектроскопия, 19, 469 (1965).
11. A. A. Oliner and Palocz, Proc IEEE 53, 24 (1965).
12. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, „Сов. радио“ (1957).
13. А. И. Морозов, Вестник МГУ, № 1, 721 (1957).
14. И. М. Франк, Изв. АН СССР, серия физич., 6, 3 (1942).

ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ՀԻՄՔՈՎ ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ՑԱՆՅԻ ՎՐԱՅՈՎ ԹԻՉՈՂ ԳԵՄԱՅԻՆ ԱՂՔՅՈՒՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Ս. Խ. ԲԵԿՈՎԱ

Հետազոտվում են դիֆրակցիոն ցանցի վրայով թռչող գծային աղբյուրի (լիցքավորված կամ հոսանքատար լարի) ճառագայթման հատկությունները: Ենթադրվում է, որ ցանցը կազմված է դիէլեկտրիկի հարթ սահմանի վրա տեղադրված հաղորդիչ ժապավենների սխեմայից, երկրաչափական օպտիկայի մոտավորությամբ գտնվում է դիէլեկտրիկում դիֆրակցիոն ճառագայթման

դաշտը և էներգիան: Ցույց է տրված, որ ճառագայթիչի գերլույսային շարժման դեպքում դիէլեկտրիկում հնարավոր է Վավիլովի—Չերենկովի ճառագայթման և Դոպլերի անոմալ էֆեկտի առաջացում:

RADIATION OF A LINEAR SOURCE FLYING OVER THE DIFFRACTION LATTICE WITH DIELECTRIC BASIS

K. A. BARSUKOV and S. Kh. BEKOVA

The properties of the radiation arising when a linear source (charged or current-carrying wire) moves over a diffraction lattice is studied. It is assumed that the lattice is produced by a system of conductive strips lying on the plane boundary of a dielectric. In the approximation of geometrical optics it is found the field and the energy of the diffraction radiation in the dielectric. It is shown that when the velocity of the radiation relative to the dielectric is greater than the velocity of light, the creation of Vavilov—Čerenkov radiation in the dielectric as well as of the anomal Doppler's effect is possible.