Изв. АН Армянской ССР, Физика 3, 155—166 (1968)

ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В АНИЗОТРОПНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ

В. С. САРДАРЯН

Построена теория гальваномагнитных явлений в тонких анизотропных полупроводниковых пленках с учетом поверхностного заряда и произвольном, в смысле зеркально-диффузном, рассеянии носителей заряда поверхностью. При этом толщина пленки считалась меньше характерной длины свободного пробега и дебаевской длины экранирования. С помощью афинных преобразований кинетическое уравнение для анизотропной дисперсии было сведено к таковому для сферического закона дисперсии. Получены точные выражения для коэффициентов тензора проводимости. Вычислены продольная и поперечная составляющие тензора подвижности. Показано, что проводимость и подвижность тонкой пленки полупроводника с кубической симметрией становится анизотропной величиной, в то время как в массивных образцах эти параметры изотропны. Анализированы основные причины уменьшения подвижности в тонкой пленке.

ЛА-9880

§ 1. Введение и постановка задачи

Гальвано и термомагнитным явлениям в тонких анизотропных полупроводниковых пленках посвящено незначительное количество работ [1—7]. В то же время в последние годы в области технологии монокристаллических пленок достигнут значительный прогресс, что дает возможность провести широкие экспериментальные и теоретические исследования электрофизических параметров пленок с целью применения их в технике.

Макдональд [1] рассмотрел полупроводник со сферическими энергетичеткими поверхностями кубической симметрии, в частности, вычислил коэффициент Холла и удельное сопротивление. Шриффер, Цемель [3] рассчитали проводимость, подвижность и коэффициент Холла с учетом поверхностного заряда для полупроводников с изотропным энергетическим спектром электронов.

Вычислен также коэффициент Холла для пленки с собственной проводимостью и изотропным квадратичным законом дисперсии. Хэм, Маттис и Прайс [5] вычислили тензор проводимости одного лишь эллипсоида тонкой пленки с кубической симметрией типа Ge и Si без учета заряда на поверхностях пленки. Рашба [7] рассчитал проводимость ограниченного анизотропного полупроводника и показал, что если длина свободного пробега по междолинному рассеянию велика по сравнению с внутридолинной, то условие непрерывности токов электронов каждой из долин приводит в приповерхностном слое толщиной порядка $\sqrt{D\cdot\tau_M}$ (D — коэффициент диффузии электронов, τ_M — среднее время релаксации по междолинному рассеянию) к нарушению перераспределения электронов в долинах. Как следствие этого, при приложении тянущего поля в плоскости XOY возникает поперечное электрическое поле по Z.

Цель настоящей работы заключается в вычислении гальваномагнитных коэффициентов в слабых электрическом и магнитном полях для тонкопленочных полупроводников Ge и Si с учетом поверхностного заряда. При этом будем рассматривать пленки с толщиной меньшей средней длины свободного пробега по внутридолинному рассеянию и дебаевской длины экранирования; поверхности, ограничивающие пленку, будем считать одинаковыми (симметричными).

Так как во всех практически исследованных полупроводниках длина свободного пробега по внутридолинному рассеянию намного меньше или порядка таковой по междолинному рассеянию [13], то естественно считать, что вышеуказанное ограничение на толщину пленки означает, что толщина заодно меньше длины пробега по междолинному рассеянию. Последнее обстоятельство указывает на то, что эффект Рашбы [7] в таких пленках не появится. Раз это так, то в рассматриваемых ниже нами пленках хорошо выполняется $\operatorname{div} j = 0$.

Физически рассматриваемая нами задача состоит в том, чтобы выяснить как влияет толщина пленки („размерный" фактор) и поверхностный заряд на подвижность, проводимость и другие кинетические коэффициенты в полупроводниковых пленках с анизотропным энергетическим спектром. Ниже будем рассматривать две практически важные ориентации пленок: а) Нормаль пленки направлена вдоль $\langle 001 \rangle$, б) нормаль пленки—вдоль $\langle 111 \rangle$. Одновременно вычисления будем вести как для Ge, так и для Si.

Малыми параметрами в соответствии с вышеприведенной постановкой задачи являются $2d/L_D \ll 1$, $2d/\bar{L} \ll 1$, где L_D— длина дебаевского экранирования, $\bar{L}$—средняя по распределению длина свободного пробега электронов.

Следует сразу отметить, что при соответствующих вычислениях будет произведено разложение по этим малым параметрам должным образом. Так как мы рассматриваем квазиклассическую задачу, то толщина пленки должна быть ограничена снизу $2d > \left[\dfrac{\hbar^2/2m^* \cdot \pi^2 (2n+1)}{2k_0 T}\right]^{1/2}$ ($n=1$, 2. 3). Это ограничение является необходимым для температурного размазывания размерно квантованных уровней электронов. Таким образом пленки, для которых будут справедливы приведенные нами расчеты, должны иметь толщину, ограниченную сверху и снизу:

$$\left[\frac{\hbar^2 \pi^2 (2n+1)}{4m^* k_0 T}\right]^{1/2} < d < L_D ,$$

$$d < \bar{L}.$$

§ 2. Кинетическое уравнение Больцмана

Линеаризованное уравнение Больцмана для полупроводниковых пленок типа n— германия и кремния в системе, связанной с главными осями одного из эллипсоидов энергии, есть:

$$-(\vec{v}, \Delta_{\vec{r}} f) + \left(\frac{e}{\hbar c}\right)([\vec{V}, \vec{H}]\ \nabla_{\vec{k}} f_1) - \frac{f_1}{\tau} = -\frac{e}{\hbar}(\vec{E}, \nabla_{\vec{k}} f);\ f = f_0 + f_1. \quad (1)$$

В (1) обозначения те же, что и в [8].

Магнитное поле считается слабым не только в смысле $\frac{\mu B'}{c} \ll 1$, а еще $|B_1'| \ll \frac{c\sqrt{2m^*\varepsilon}}{2ed}$, где $B_l' = \alpha_l^{-1/2}(\alpha_s^2 \alpha_p)^{1/2} H_l$,

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_s = \frac{m_0}{m_\perp^*}, \quad \alpha_3 = \alpha_p = \frac{m_0}{m^*_{\parallel}}$$

c— скорость света, $2d$ — толщина, ε — энергия электрона, $B_\perp'$ — перпендикулярная к нормали пленки компонента $\vec{B}'$.

Второе условие, налагаемое на магнитное поле, требует, чтобы ларморов радиус носителей или с характерной энергией, или с энергией Ферми в случае фермиевского распределения был, по крайней мере, порядка или больше толщины пленки. В противном случае после включения магнитного поля носители не будут „чувствовать" поверхностей пленки, и, соответственно, формулы для пленки будут тождественно совпадать с формулами для массивных полупроводников.

По этой причине ясно, что рассмотрение случая классически сильных ∥ пленке магнитных полей в тонких пленках в нектоором отношении бессмысленно. Граничные условия для решения (1)есть условия на неравновесную функцию распределения

$$f_1(k_1', k_2', k_3', -d) = pf_1(k_1', k_2', -k_3', -d),\ f_1(k_1', k_2', -k_3', +d) = \\ = pf_1(k_1', k_2', k_3', +d), \quad (2)$$

где $\vec{k}'$ — волновый вектор электрона в системе координат, третья ось которой перпендикулярна к пленке, $2d$—толщина пленки, $p=0$ при диффузном и $p=1$ при зеркальном рассеяниях на поверхности.

Для учета поверхностного заряда пленки нужно решить совместно с (2) уравнение Пуассона

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} = \frac{4\pi}{\varkappa}\rho(r). \quad (3)$$

Для решения (1) с граничными условиями (2) разумно перейти к системе координат, третья ось которой перпендикулярна пленке, так как условия (2) заданы в системе координат пленки, остальные же две—произвольны, (в дальнейшем эту систему координат назовем системой координат пленки).

Это можно выполнить, произведя афинное преобразование, состоящее из преобразований деформации и поворота пространства. В дальнейшем с точностью до постоянного множителя третья координата пленки будет заменена на Z, дабы лишний раз подчеркнуть выделенное направление рассматриваемой системы.

Теперь в принципе можно решить преобразованное уравнение Больцмана с граничными условиями (2).

Нужно решить уравнение (3) с граничными условиями типа

$$(d\Psi/dy_3)_{y_3=0}=0, \tag{4}$$

$$\Psi/_{y_3=0}=0. \tag{5}$$

Случай, когда дебаевская длина меньше толщины, довольно простой и рассмотрен Шрифером [3] для полубесконечного полупроводника.

Довольно интересно рассмотретъ противоположный случай, указанный выше, когда одна поверхность будет существенно влиять на другую в смысле экранирования. Дабы не загромождать настоящее сообщение приведем сразу решение (3) с учетом (5)

$$\Psi=-\frac{k_0T}{e}\ln\left(\cos^2\frac{2\pi e^2 n_s y_3}{\varkappa K_0 T\sqrt{\left|\exp\left(-\frac{e\Psi_s}{k_0T}\right)-1\right|}}\right), \tag{6}$$

следовательно,

$$E_z=\frac{4\pi e\, n_s}{\varkappa\sqrt{\left|\exp\left(-\frac{e\Psi_s}{k_0T}\right)-1\right|}}\,\mathrm{tg}\,\frac{2\pi e^2 n_s y_s}{\varkappa k_0 T\sqrt{\left|\exp\left(-\frac{e\Psi_s}{k_0T}\right)-1\right|}}, \tag{7}$$

где Ψ_s — величина поверхностного потенциала, n_s — концентрация поверхностных заряженных центров.

§ 3. Гальваномагнитные коэффициенты

Громоздкость выражений для функций распределения электронов не позволяет нам привести их в статье. Поэтому ниже приводим лишь конечные формулы для кинетических коэффициентов

$$\overline{\sigma_{xx}^{(l)}}=\overline{\alpha_1^{(l)}(z)}\,\frac{m_\parallel^{*\,1/2}\cdot m_\perp^*}{m_0^{3/2}}\left(\frac{m_0}{m_1^*}\sin^2\Phi_l+\frac{m_0\cos^2\Phi_l}{m_\parallel^*\sin^2\theta_l+m_\perp^*\cos^2\theta_l}\right)+$$

$$+\overline{\alpha_2^{(l)}}(z)\cdot\frac{m_\parallel^*-m_\perp^*}{m_0^{1/2}m_*^{*\,1/2}}\cdot\frac{\cos^2\theta_l\cdot\sin^2\theta_l\cdot\cos^2\Phi_l}{m_\parallel^*\sin^2\theta_l+m_\perp^*\cos^2\theta_l}, \tag{8}$$

$$\overline{\sigma_{yy}^{(l)}}=\overline{\alpha_1^{(l)}}(z)\frac{m_\parallel^{*\,1/2}\cdot m_\perp^*}{m_0^{3/2}}\left(\frac{m_0}{m_\perp^*}\cos^2\Phi_l+\frac{m_0\sin^2\Phi_l}{m^*\sin^2\theta_l+m_\perp^*\cos^2\theta_l}\right)+$$

$$+\alpha_2^{(l)}(z)\,\frac{(m_\parallel^*-m_\perp^*)^2}{(m_0m_\parallel^*)^{1/2}}\times\frac{\cos^2\theta_l\sin^2\theta_l\,\sin^2\Phi_l}{m_\parallel^*\sin^2\theta_l+m_\perp^*\cos^2\theta_l}\,. \tag{9}$$

$$\overline{\sigma_{zz}^{(l)}}=\alpha_z^{(l)}(z)\,\frac{m_\parallel^{*\,1/2}\cdot m_\perp^*}{m_0^{3/2}}\left(\frac{m_0}{m_\perp^*}\sin^2\theta_l+\frac{m_0}{m_\parallel^*}\cos^2\theta_l\right), \tag{10}$$

$$\overline{\sigma_{xy}^{(l)}} = \overline{\alpha_1^{(l)}}(z)\frac{m_\parallel^{*\,1/2}\cdot m_\perp^{*}}{m_0^{3/2}}\left(-\frac{m_0}{m_\parallel^{*}\sin^2\theta_l + m_\perp^{*}\cos^2\theta_l} - \frac{m_0}{m_\perp^{*}}\right)\sin^2\Phi_l\cos^2\Phi_l +$$

$$+\overline{\alpha_2^{(l)}}(z)\frac{(m_\parallel^{*}-m_\perp^{*})^2\sin^2\theta_l\cos^2\theta_l\sin\Phi_l\cos\Phi_l}{m_0^{1/2}m_\parallel^{*\,1/2}(m_\parallel^{*}\sin^2\theta_l + m_\perp^{*}\cos^2\theta_l)} -$$

$$-\overline{\alpha_4^{(l)}}(z)\frac{m_0^{1/2}(m_\parallel^{*}-m_\perp^{*})}{m_\parallel^{*\,1/2}\cdot m_\perp^{*}}\sin\theta_l\cos\theta_l\,(H_x\cos\Phi_l + H_y\sin\Phi_l) -$$

$$-H_z\left\{\overline{\alpha_3^{(l)}}(z)\frac{(m_0 m_\parallel^{*})^{1/2}}{m_\parallel^{*}\sin^2\theta_l + m_\perp^{*}\cos^2\theta_l} + \overline{\alpha_4^{(l)}}(z)\frac{m_0^{1/2}(m_\parallel^{*}-m_\perp^{*})^{1/2}\sin^2\theta_l\cos^2\theta_l}{m_\parallel^{*\,1/2}m_\perp^{*}(m_\parallel^{*}\sin^2\theta_l + m_\perp^{*}\cos^2\theta_l)}\right\}, \tag{11}$$

$$\overline{\sigma_{yz}^{(l)}} = -\overline{\alpha_2^{(l)}}(z)\frac{(m_\parallel^{*}-m_\perp^{*})\cos\theta_l\sin\theta_l\sin\Phi_l}{(m_0 m_\parallel^{*})^{1/2}} -$$

$$\overline{\alpha_1^{(l)}}(z)\left(\frac{m_\parallel^{*}}{m_0}\right)^{1/2}\left\{H_x\left(\frac{m_0}{m_\parallel^{*}} + \frac{m_\parallel^{*}-m_\perp^{*}}{m_\parallel^{*}m_\perp^{*}}m_0\sin^2\theta_l\cos^2\Phi_l\right) +\right.$$

$$\left. + H_y\left(\frac{m_\parallel^{*}-m_\perp^{*}}{m_\parallel^{*}m_\perp^{*}}\cdot m_0\sin^2\theta_l\sin\Phi_l\cos\Phi_l\right) + H_z\frac{m_\parallel^{*}-m_\perp^{*}}{m_\parallel^{*}m_\perp^{*}}m_0\sin\theta_l\cos\theta_l\cos\Phi_l\right\}, \tag{12}$$

$$\overline{\sigma_{xy}^{(l)}} = -\overline{\alpha_2(z)}\frac{m_\parallel^{*}-m_\perp^{*}}{(m_0 m_\perp^{*})^{1/2}}\cos\theta_l\sin\theta_l\cos\Phi_l + \alpha_4^{(l)}(z)\left(\frac{m_\parallel^{*}}{m_0}\right)^{1/2}\left\{H_z\cdot\frac{m_\parallel^{*}-m_\perp^{*}}{m_\parallel^{*}m_\perp^{*}}m_0\times\right.$$

$$\times\cos\Phi_l\sin\Phi_l\sin^2\theta_l + H_y\left(\frac{m_0}{m_\parallel^{*}} + \frac{m_\parallel^{*}-m_\perp^{*}}{m_\parallel^{*}m_\perp^{*}}\sin^2\theta_l\sin^2\Phi_l\right) +$$

$$\left. + H_z\frac{m_0(m_\parallel^{*}-m_\perp^{*})}{m_\parallel^{*}m_\perp^{*}}\sin\theta_l\cos\theta_l\sin\Phi_l\right\}.$$

Приведем выражения $\overline{\alpha_1^{(l)}}$, $\overline{\alpha_2^{(l)}}$, $\overline{\alpha_3^{(l)}}$, $\overline{\alpha_4^{(l)}}$ для скалярного внутридолинного механизма рассеяния.

$$\overline{\alpha_1^{(l)}}(z) = \frac{e^2\sqrt{A_1\sin^2\theta_l + A_2\cos^2\theta_l}}{2k_0T\cdot d}\left[1 - e^{s_l^2}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{s_l} e^{-z^2}dz\right)\right]$$

$$\int^{\Lambda} Ae^{-\frac{\varepsilon}{k_0T}}\frac{8\pi m_0\varepsilon}{\hbar}\cdot\tau\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\times$$

$$\times\frac{K\sin^2\theta_l\cos^2\theta + \cos^2\theta_l\sin^2\theta\cos^2\varphi + \sqrt{K}\cdot 2\sin\theta_l\cos\theta_l\cos\theta\sin\theta\cos\varphi}{k\sin^2\theta_l + \cos^2\theta_l}\left[1 +\right.$$

$$\left. + (p-1)\exp\frac{-z \pm d\cdot(A_1\sin^2\theta_l + A_2\cos^2\theta_l)^{-\frac{1}{2}}}{\tau\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\cdot\frac{\sqrt{K}\sin\theta_l\sin\theta\cos\varphi + \cos\theta_l\cos\theta}{\sqrt{K\sin^2\theta_l + \cos^2\theta_l}}}\right], \tag{14}$$

$$\overline{\alpha_2^{(l)}}(z)=\frac{e^2\sqrt{A_1\sin^2\theta_l+A_2\cos^2\theta_l}}{2k_0T\cdot d}\left[1-e^{s_l^2}\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{s_l}e^{-z^2}dz\right)(1-2s_l^2)-\right.$$

$$\left.-\frac{2}{\sqrt{\pi}}s_l\right]\times\int\limits^{\Lambda}Ae^{-\frac{\varepsilon}{k_0T}}\cdot\frac{8\pi m_0\varepsilon}{\hbar^3}\cdot\tau\cdot\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\cdot$$

$$\cdot\frac{K\sin^2\theta_l\sin^2\theta\cos^2\varphi+\cos^2\theta_l\cos^2\theta+2\sqrt{K}\sin\theta_l\cos\theta_l\cos\theta\cos\varphi\sin\theta}{K\sin^2\theta_l+\cos^2\theta_l}\times$$

$$\times\left[1+(p-1)\exp\frac{-z\pm d(A_1\sin^2\theta_l+A_2\cos^2\theta_l)^{-\frac{1}{2}}}{\tau\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\cdot\frac{\sqrt{K}\sin\theta_l\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta_l\cos\theta}{\sqrt{K\sin^2\theta_l+\cos^2\theta_l}}}\right], \tag{15}$$

$$\overline{\alpha_3^{(l)}}(z)=\frac{e^3\sqrt{A_1\sin^2\theta_l+A_2\cos^2\theta_l}}{2k_0T\cdot d\cdot c\cdot m_0}\left[1-e^{s_l^2}\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{s_l}e^{-z^2}dz\right)\right]\cdot$$

$$\cdot\int\limits^{\Lambda}Ae^{-\frac{\varepsilon}{k_0T}}\frac{8\pi m_0\varepsilon}{\hbar^3}\times\tau^2\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\cdot$$

$$\cdot\frac{K\sin^2\theta_l\cos^2\theta+\cos^2\theta_l\sin^2\varphi\cos^2\varphi+\sqrt{K}\cdot 2\sin\theta_l\cos\theta\cos\varphi}{K\sin^2\theta_l+\cos^2\theta_l}\cdot\left\{1+\right.$$

$$+(p-1)\left(1+\frac{z\mp d(A_1\sin^2\theta_l+A_2\cos^2\theta_l)^{-\frac{1}{2}}}{\tau\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\cdot\frac{\sqrt{K}\sin\theta_l\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta_l\cos\theta}{\sqrt{K\sin^2\theta_l+\cos^2\theta_l}}}\right)\exp\times$$

$$\left.\times\frac{-z\pm d(A_1\sin^2\theta_l+A_2\cos^2\theta_l)^{-\frac{1}{2}}}{\tau\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\cdot\frac{\sqrt{K}\sin\theta_l\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta_l\cos\theta}{\sqrt{K\sin^2\theta_l+\cos^2\theta_l}}}\right\}, \tag{16}$$

$$\alpha_4^{(l)}(z)=\frac{e^3\sqrt{A_1\sin^2\theta_l+A_2\cos^2\theta_l}}{k_0T\cdot m_0c}\left[1-e^{s_l^2}\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{s_l}e^{-z^2}dz\right)\right]\times$$

$$\times\int\limits^{\Lambda}Ae^{-\frac{\varepsilon}{k_0T}}\frac{8\pi m_0\varepsilon}{\hbar^3}\tau^2\times\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\times$$

$$\cdot\frac{K\sin^2\theta_l\cos^2\theta+\cos^2\theta_l\sin^2\theta\cos^2\varphi+\sqrt{K}\cdot 2\sin\theta_l\cos\theta_l\cos\theta\cos\varphi}{K\sin^2\theta_l+\cos^2\theta_l}\times$$

$$\times\left\{1+(p-1)\left[\frac{z\mp d(A_1\sin^2\theta_l+A_2\cos^2\theta_l)^{-\frac{1}{2}}}{\tau\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\left(\frac{\sqrt{K}\sin\theta_l\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta_l\cos\theta}{\sqrt{K\sin^2\theta_l+\cos^2\theta_l}}\right)}+\right.\right.$$

$$+\frac{\left[z\mp d\left(A_1\sin^2\theta_i+A_2\cos^2\theta_i\right)^{-\frac{1}{2}}\right]^2}{2\tau^2\frac{2\varepsilon}{m_0}\cdot\frac{\left(\sqrt{K}\sin\theta_i\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta_i\cos\theta\right)^2}{K\sin^2\theta_i+\cos^2\theta_i}}\times$$

$$\times\exp\frac{-z\pm d\left(A_1\sin^2\theta_i+A_2\cos^2\theta_i\right)^{-\frac{1}{2}}}{\tau\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}\cdot\frac{\sqrt{k}\sin\theta_i\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta_i\cos\theta}{\sqrt{K\sin^2\theta_i+\cos^2\theta_i}}}\Bigg]\Bigg\}. \qquad (17)$$

Ради краткости в формулах (14—17) введены следующие обозначения: $\int^{\Lambda}\equiv\int_{-d}^{+d}dz\int_0^{\infty}d\varepsilon\int_0^{2\pi}d\varphi\left(\int_0^{\pi/2}d\theta+\int_{\pi/2}^{\pi}d\theta\right)$ причем при интегрировании по θ от 0 до $\pi/2$ во всех выражениях, содержащих двойной знак (например, $Z\pm d$) нужно взять нижний знак, а от $\pi/2$ до π — верхний знак, $K=\frac{m_\parallel^*}{m_\perp^*}$ — коэффициент анизотропии эффективной массы электронов. $A_1\equiv\frac{m_0}{m_\perp^*}$, $A_2\equiv\frac{m_0}{m_\parallel^*}$, A — константа, определяемая из условия нормировки равновесной функции распределения $f_0=A\exp\left\{-\frac{\varepsilon+e\Psi(r)}{k_0T}\right\}$, ε — энергия электрона, e — заряд электрона, c — скорость света, m_0 — масса свободного электрона, θ, φ — сферические углы, θ_i и Φ_i — углы между третьей осью (осью вращения) i-го эллипсоида энергии Ge или Si и нормалью пленки, и осью X соответственно

$$S_i=\frac{\sqrt{2m_0k_0T}}{e\langle\tau\rangle\left(A_1\sin\theta_i+A_2\cos\theta_i\right)^{1/2}}.$$

Везде индекс i будь он сверху или снизу (например, $\alpha^{(i)}$, θ_i, S_i и так далее) нумерует эквивалентные эллипсоиды энергии данного анизотропного полупроводника, для n-германия $i=1, 2, 3, 4$, для n-кремния $i=1, 2, 3$.

Выражения (8—17) относятся к одному лишь эллипсоиду. Полный тензор проводимости для Ge есть $\overline{(\hat{\sigma}(\vec{H}))}_{en}=\sum_{i=1}^{4}\overline{(\hat{\sigma}^{(i)}(\vec{H})_{en})}$, для кремния — $\overline{(\hat{\sigma}(\vec{H}))}_{en}=2\sum_{i=1}^{3}\overline{(\hat{\sigma}^{(i)}(\vec{H}))}_{en}$. Приведем таблицы значений θ_i и Φ_i для Ge и Si при двух случаях.

Итак, в принципе из (8—17) можно сконструировать гальваномагнитные эффекты до линейного приближения по $\vec{H}$.

Гальваномагнитные коэффициенты в дальних приближениях по магнитному полю можно получить выразив их через $\hat{\sigma}_{ij}(\vec{H})$ по алгоритму, приведенному нами в работе [12].

а) Нормаль пленки параллельна <001>

Si

i	1	2	3
$\sin\Phi_i$	0	0	0
$\cos\Phi_i$	-1	-1	-1
$\sin\theta_i$	0	0	0
$\cos\theta_i$	1	1	1

Ge

i	1	2	3	4
$\sin\Phi_i$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	$+\sqrt{\frac{2}{3}}$	$+\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\cos\Phi_i$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$
$\sin\theta_i$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\cos\theta_i$	$+\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(1)

б) Нормаль пленки параллельна <111>

Si

i	1	2	3
$\sin\Phi_i$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\cos\Phi_i$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\sin\theta_i$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\cos\theta_i$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$

Ge

i	1	2	4	4
$\sin\Phi_i$	0	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\cos\Phi_i$	-1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\sin\theta_i$	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta_i$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(2)

Было бы интересно рассмотреть несколько частных случаев и получить для конкретных объемных и поверхностных, в смысле зеркально диффузных, механизмов рассеяния окончательные выражения кинетических коэффициентов.

Для иллюстрации рассмотрим один из наиболее простых частных случаев. Пусть задана кремниевая пленка с поверхностной нормалью $\langle 100 \rangle$, преобладающим механизмом рассеяния является рассеяние на фононах с $\tau \sim \tau_0 \varepsilon^{-1/2}$, а поверхность пусть рассеивает диффузно, $E_z(d)$ же берется из решения уравнения Пуассона для пленок с толщиной, удовлетворяющей указанному выше условию.

Вычислим тензор подвижности, определив ее по Шриферу [3]:

$$\mu_{zz}^{<100>} = \frac{\overline{\Sigma_{zz}^{<100>}}}{eN_{\text{полн}}}, \quad \mu_{xx}^{<100>} = \frac{\overline{\Sigma_{xx}^{<100>}}}{eN_{\text{полн}}}, \tag{18}$$

где N полная концентрация электронов в дебаевском слое на единицу площади поверхности.

$$\mu_{xx}^{<100>} = \frac{e}{3}\left(\frac{1}{m_{\parallel}^{*}} + \frac{2}{m_{\perp}^{*}}\right)\langle \bar{\tau}_1(\varepsilon)\rangle, \quad \mu_{zz}^{<100>} = \frac{e}{3}\left(\frac{e}{m_{\parallel}^{*}} + \frac{2}{m_{\perp}^{*}}\right)\langle \bar{\tau}_2(\varepsilon)\rangle, \tag{19}$$

где

$$\langle \bar{\tau}_1(\varepsilon)\rangle = \frac{1}{(k_0 T)^{-5/2}}\int_0^{\infty} \tau e^{-\frac{\varepsilon}{k_0T}} \varepsilon^{3/2}\left\{1-\left[\frac{4\,(1-a^2L^2\delta_1)}{\pi\delta_1^2}F_1^s - \frac{8a^2L^2}{\pi}F_2^c + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{8a^2L^2}{\pi\delta_1}F_3^s\right]\left[1-e^{s^2}\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^s e^{-z^2}dz\right)\right]\right\}d\varepsilon, \tag{20}$$

$$\langle \bar{\tau}_2(\varepsilon)\rangle = \frac{1}{(k_0 T)^{-5/2}}\int_0^{\infty} \tau e^{-\frac{\varepsilon}{k_0T}} \varepsilon^{3/2}\left\{\left[1-\left(\frac{2a^2L^2\delta_1}{\pi} - \frac{2}{\pi\delta_1}\right)\varphi_1^s - \frac{4a^2L^2}{\pi}\varphi_2^c + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{4a^2L^2}{\pi\delta_1}\varphi_3^s\right] - \frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{4-4a^2L^2\delta_1}{\pi\delta_1^2}F_1^s - \frac{8a^2L^2}{\pi}F_2^c + \frac{8a^2L^2}{\pi\delta_1}F_3^s\right)\right]\Bigg\}\times$$

$$\times\left\{\left[1-e^{s^2}\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^s e^{-z^2}dz\right)(1-2s)\right]\right\}d\varepsilon. \tag{21}$$

В формулах (20) и (21) введены следующие обозначения:

$$\delta_1 \equiv \frac{2d}{L}, \quad S \equiv \frac{k_0T}{e\Psi_s}, \quad a = \frac{2\pi e^2 n_s}{\varkappa k_0 T\sqrt{\left|\exp\left(-\frac{e\Psi_s}{k_0T}\right)-1\right|}},$$

$L = \vec{v}\cdot\tau$ — средняя длина свободного пробега электрона по внутридолинному рассеянию,

$$F_n^s \equiv \int_0^1 x^n\sqrt{1-x^2}\cdot e^{-\frac{\delta_1}{x}}\cdot \operatorname{sh}\left(\frac{\delta_1}{x}\right)dx,$$

$$F_n^c \equiv \int_0^1 x_n\sqrt{1-x^2}\cdot e^{-\frac{\delta_1}{x}}\operatorname{ch}\left(\frac{\delta_1}{x}\right)dx, \quad \varphi_n^s \equiv \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1-x^2}}e^{-\frac{\delta_1}{x}}\operatorname{sh}\frac{\delta_1}{x}\cdot dx.$$

$$\varphi_n^c \equiv \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1-x^2}}e^{-\frac{\delta_1}{x}}\cdot \operatorname{ch}\frac{\delta_1}{x}\cdot dx. \tag{22}$$

Интегралы типа $F_n^{s,\,c}$, $\varphi_n^{s,\,c}$ в принципе можно оценить или точно вычислить на электронных машинах. Подставив их в (20) и (21), с учетом (19) можно с любой точностью рассчитать подвижность электронов в тонких пленках. Даже не вычислив „в лоб“ интегралы, уже можно сделать ряд качественных, но весьма существенных выводов. Во-первых, подвижность электронов в тонких пленках будет уменьшаться, как из-за рассеяния поверхностью (геометрический фактор), так из-за влияния заряда на поверхности. Величина уменьшения подвижности из-за геометрического фактора заключена в первой фигурной скобке выражений (20) и (21), величина же уменьшения подвижности из-за влияния поверхностного заряда заключена во второй фигурной скобке тех же выражений.

Если бы параметры, входящие в эти фигурные скобки, слабо зависели от энергии и температуры, то $\langle \bar{\tau}_2(\varepsilon) \rangle$, $\langle \bar{\tau}_1(\varepsilon) \rangle$ совпали бы с $\langle \tau(\varepsilon) \rangle$ для массивных полупроводников с точностью до постоянного множителя. Так как на самом деле это не имеет место, то следует утверждать, что „пленочные" температурные зависимости подвижности очень сильно будут отличаться от таковых в массивных полупроводниках. По этой причине при интерпретации экспериментальных исследований нужно с осторожностью делать заключение о механизмах рассеяния.

Холловская подвижность при ее стандартном определении в пленках может в принципе отличаться от омической подвижности более чем на порядок. Это потому, что если в массивных полупроводниках $\mu_{\text{холл}} = A'(r)\,\mu_{\text{ом}}$, то в пленках $\mu_{\text{холл}} = A'\left(r, \frac{d}{L}, \Psi_s, \frac{d}{L_D}\right)\mu_{\text{ом}}$, поэтому в то время как в массивных полупроводниках $A(r) \sim 1 \div 2$, в пленках $A'\left(r, \frac{d}{L}, \Psi_s, \frac{d}{L_D}\right) \sim 1 \div 100$ при разумных параметрах, входящих в A'. Отсюда вывод: в пленках холловская подвижность не есть „хороший" микроскопический параметр: зная ее величину, трудно сделать заключение об омической подвижности.

Далее, при чисто зеркальном рассеянии $(p=1)$ уменьшение подвижности полностью обусловлено шриферовским фактором, т. е. обусловлено влиянием поверхностного заряда.

Для малых толщин основное уменьшение подвижности обусловлено геометрическим фактором, если границы пленки симметричные. Это потому, что поле, созданное приповерхностным зарядом одной границы при $\frac{d}{L_D} \ll 1$, будучи не заэкранированным, проникает в приповерхностную область другой границы, уменьшая там величину поля. Таким образом, для таких толщин в силу сказанного даже при концентрации поверхностных центров порядка 10^{14} $см^{-2}$ загиб зон на поверхности получается очень маленьким.

Наконец, при диффузном рассеянии электронов поверхностью $(p=0)$ и $\delta_1 \to 0$ подвижность, как следует из (19)—(21) стремится к нулю, что и следует ожидать из физических соображений. Так как приведенные выше формулы содержат в явном виде коэффициент диффузности рассеяния на поверхности, то сравнение экспериментальных величин с теоретическими позволит установить механизм рассеяния поверхностью.

Исходя из вышесказанного добавим, однако, что исследование энергетического спектра и механизмов рассеяния методом кинетических коэффициентов гораздо сложнее, чем это делалось для массивных полупроводников [9—10].

Приведенная нами теория была построена для скалярного времени релаксации. Для перехода к тензорному времени релаксации нужно пользоваться приемом, приведенным нами в [11].

Далее, для учета междолинного рассеяния, которое проявляется в основном в полупроводниках типа *Si* и то только при высоких температурах ($T > 150°K$), (в *Ge* она мала) нужно использовать оценки, приведенные в [13].

В дальнейшем надеемся получить кинетические коэффициенты для квантованной пленки.

В заключение хочется выразить благодарность В. В. Серебрякову, А. А. Селезневу, П. П. Вильмсу за ценные советы и помощь.

СО АН СССР Поступила 18 октября 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. *D. Mac Donald*, *K. Sarginson*, Proc. Roy. Soc. (London), *A* 203, 225 (1950).
2. *E. Sondheimer*, Proc. Roy. Soc. *A* 224 260 (1950) *R. Englman*, *E. Sondheimer*, Proc. Phys. Soc. 449 1369 (1956).
3. *J. Schriffer*, Phys. Rev., 97, 641 (1956) (см. перевод „Проблемы физики полупроводников" под ред. В. Л. Бонч-Бруевича. М., ИЛ (1957)).
4. *Н. Критору*, *Г. Чобану*, Rev. de Phys. (Acad. Rep. Pop. Rom) 5, 133 (1960).
5. *F. Ham*, *D. Mattis*. IBM Jonrnal, *vol* 4, 143 (1960). *P. Price*, IBM. Journal, *vol* 4, 152 (1960).
6. *S. Tosima*, *T. Hattori*, J. Phys. Soc. Japan, 19, 2022 (1964). *T. Nattori*, *M. Steele*, J. Phys. Soc. Japan, 18, 1924J(1963).
7. *Э. И. Рашба*, ФТТ, 6, 3247, (1965), ЖЭТФ, 48, 1427 (1965).
8. *И. М. Цидильковский*, Термомагнитные явления в полупроводниках. Физ.-мат. Гиз. М.—Л. (1960).
9. A. *F. Kravchenko*, *V. S. Sardaryan*. Phys. Stat. Sol. 17, 2 (1966).
10. *A. F. Kravchenko*, *V. S*, *Sardaryan*. *W. W. Efimov*, of the Intern. Confer. on the phys. of Semiconductons. Kyoto (1966).
11. *А. Ф. Кравченко*, *В. С. Сардарян*, *Л. И. Магарилл*, ФТТ, 8, 6 (1966).
12. *В. С. Сардарян*, *Н. Д. Блох*, *С. А. Соколов*. Известия АН АрмССР, Физика 1, (1968).
13. *А. Ф. Кравченко*, *А. А. Корнилович*, *Л. А. Сакс*, *В. П. Сироткина*. Изв. СО АН СССР, № 10, вып. 3, 79 (1965) серия техническая.

ԳԱԼՎԱՆՈՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐԻ ՇԵՐՏԵՐՈՒՄ

Վ. Ս. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ

Ռելակսացիոն ժամանակի մոտավորությամբ լուծված է Բոլցմանի կինետիկ հավասարումը փոքր էլեկտրական և մագնիսական դաշտերում, մակերևույթային լիցքի հաշվառումով և *էլեկտրոնային ֆունկցիայի դիֆուզիոն-հայելային եզրային պայմաններում։*

Խնդիրը աֆինական ձևափոխությունների օգնությամբ բերված է իզոտրոպ դիսպերսիայի օրենքին համապատասխան խնդրին։

Շերտերի երկու հատուկ, պրակտիկորեն կարևոր, կողմնորոշման համար հաշված է գալվանոմագնիսական տենզորը։

Հաշվված է շերտավորման շարժունակությունը մասսիվ կիսահաղորդիչների շարժունակության նկատմամբ, երբ էլեկտրոնները ցրվում են ակուստիկ ֆոնոնների վրա։

GALVANOMAGNETIC PHENOMENA IN THE ANISOTROPIC SEMICONDUCTOR FILMS

V. S. SARDARIAN

In the relaxation time approximation the Boltzman equation has been solved for the anisotropic semiconductor thin film in weak electric and magnetic fields. It has been taken into account the surface and the imposed diffuse-specular boundary conditions on the distribution of electrons. The problem can be reduced by affine transformation of variables to the problem of the isotropic dispersion law. For two special direcfions of the normal to the film the galvanomagnetic tensor is calculated. The ratio of the thin film to the bulk mobilities has been calculated in the case when the electrons are scattered on the acoustic phonons.