

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ
К СИСТЕМАМ С ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМИ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ СКОРОСТЕЙ

Р. Е. МОВСЕСЯН

Эллипсоидальные функции распределения скоростей являются обобщением распределения Гиббса и описывают, в частности, системы, находящиеся в стационарном состоянии и имеющие макроскопическое вращение, частота которого зависит от расстояния [1].

Для доказательства применимости термодинамики к таким системам покажем, что в состоянии термодинамического равновесия в системе возможно макроскопическое внутреннее вращение.

Разделим систему на большое число подсистем. Так как энтропия является величиной аддитивной и зависит только от внутренней энергии, можем написать

$$S = \sum_i S \left(E_i - \frac{p_i^2}{2M_i} \right), \quad (1)$$

где E_i , p_i , M_i — полная энергия, импульс макроскопического движения и масса подсистемы соответственно.

В состоянии термодинамического равновесия энтропия принимает максимальное значение. Определим максимум энтропии при следующих дополнительных условиях:

1. Сохраняется z компонента момента импульса

$$\sum_i [\vec{r}_i \vec{p}_i]_z = \text{const.}$$

2. Сохраняется квадрат момента импульса

$$\sum_i [\vec{r}_i \vec{p}_i]^2 = \text{const.}$$

Последнее условие имеет место для систем с осевой симметрией и эллипсоидальной функцией распределения скоростей [2].

Составим сумму с помощью неопределенных множителей Лагранжа

$$\sum_i \left\{ S_i \left(E_i - \frac{p_i^2}{2M_i} \right) + \beta [\vec{r}_i \vec{p}_i]_z + \frac{\gamma}{M_i^2} [\vec{r}_i \vec{p}_i]^2 \right\}.$$

Приравнявая производную по p_i от суммы к нулю, получим

$$-\frac{1}{\theta} \frac{p_i}{M_i} + \beta r_i + 2\gamma \frac{p_i}{M_i} r_i^2 = 0. \quad (2)$$

Из (2) для скорости макроскопического движения имеем

$$u_i = \frac{\omega \tau_i}{1 + \frac{2\theta}{M_i} A r_i^2}, \quad (3)$$

где $\omega = \beta\theta$, $\tau_i = -A$ — эллипсоидальная постоянная.

Таким образом, доказано, что в состоянии термодинамического равновесия система, обладающая осевой симметрией, может вращаться нетвердотельно по закону (3). Именно таким вращением характеризуется система с эллипсоидальным распределением скоростей и, следовательно, она находится в термодинамическом равновесии.

Рассмотрим, как изменятся уравнения состояния.

Общий вид эллипсоидальной функции распределения следующий:

$$D = \exp \frac{1}{\theta} \left[\psi - \sum_k \left(\frac{m_k v_k^2}{2} + \frac{m_k \omega I_k}{2} + \theta A I_k^2 \right) - V \right] \quad (4)$$

$$(I_k = [\vec{r}_k, \vec{v}]).$$

В достаточно общем случае функцию распределения (4) можно представить как функцию распределения Гиббса с функцией Гамильтона, зависящей от температуры:

$$D = \exp \left[\frac{\psi - H(\theta)}{\theta} \right]. \quad (5)$$

В [1] показано, что для систем, характеризующихся функцией распределения (5), удобно менять калорическое уравнение состояния

$$U = \langle H \rangle - \theta \left\langle \frac{\partial H}{\partial \theta} \right\rangle.$$

Уравнение Гиббса-Гельмгольца при этом не меняется, ψ представляет свободную энергию системы. Не меняются и термические уравнения состояния.

Таким образом и при эллипсоидальном распределении скоростей можно использовать классический аппарат статистической термодинамики, изменяя только калорическое уравнение состояния.

Выражаю благодарность профессору А. А. Власову за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Власов, Статистические функции распределения, М., 1966.
2. К. Ф. Огородников, Динамика звездных систем, М., 1958.

ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԷԼԻՊՍՈՒԴԱԼ ԲԱՇԽՈՒՄ ՈՒՆԵՑՈՂ ՄԻՍՏԵՄՆԵՐԻ
ՆԿԱՏՄԱՍԲ ԹԵՐՄՈՒԴԻՆԱՄԵԿԱՅԻ ԿԻՐԱՌՄԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ռ. Ե. ՄՈՎՍԵՍՅԱՆ

*Ցույց է տրված, որ արագությունների ստացիոնար էլիպսոիդալ բաշխում ունեցող սխեմա-
ները գտնվում են թերմոդինամիկական հավասարակշռության վիճակում և նրանց նկատմամբ
կարելի է կիրառել թերմոդինամիկան:*

ON THE POSSIBILITY OF THE APPLICATION OF THERMODYNAMICS FOR THE SYSTEMS WITH ELLIPTICAL DISTRIBUTION OF VELOCITIES

R. E. MOVSESSIAN

It is shown that the systems with stationary elliptical distribution of the velocities are in thermodynamical equilibrium and it is possible to use the laws of thermodynamics for them.

О РАВНОВЕСИИ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КОНФИГУРАЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ СКОРОСТЕЙ

Р. Е. МОВСЕСЯН

Равновесное состояние гравитирующей системы можно описать с помощью гидродинамического уравнения движения, комбинируя его с уравнениями состояния и Пуассона. Уравнения состояния системы получим как вторые моменты эллипсоидальной функции распределения скоростей. Система с эллипсоидальным распределением скоростей характеризуется нетвердотельным вращением, частота которого зависит от расстояния:

$$u_0 = \frac{\omega r}{1 + \frac{2\theta}{m} Ar^2}, \quad (\omega = \text{const}, \quad A = \text{const}).$$

Эллипсоидальная функция распределения в цилиндрических координатах имеет вид

$$f = \rho \left(\frac{m}{2\pi\theta} \right)^{3/2} \sqrt{1 + \frac{2\theta}{m} Ar^2} \exp \left[-\frac{m}{2\theta} (v_r^2 + v_z^2) - \frac{m}{2\theta} \left(1 + \frac{2\theta}{m} Ar^2 \right) (v_\theta - u_0)^2 \right].$$

Для второго момента функции распределения (тензора давления) имеем