

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЧАСТИЦЫ ПРИ ПРОЛЕТЕ ЧЕРЕЗ ТРЕХСЛОЙНУЮ ПЛАСТИНУ

М. М. МУРАДЯН

Рассмотрены полные потери энергии заряженной частицы при пролете через трехслойную пластину в общем случае. С помощью общей формулы дан анализ случая трехслойной тонкой пластины.

В ряде работ (обзор [1]) были рассмотрены потери энергии заряженной частицы при пролете через пластину. В работе [2] было показано, что в однослойной тонкой пластине, расположенной в вакууме, ионизационные потери идут без эффекта плотности. Далее в работе [3] было показано, что в двухслойной тонкой пластине, расположенной также в вакууме, ионизационные потери в обоих слоях идут без эффекта плотности, если оптические свойства веществ слоев пластины далеки друг от друга, а на толщины каждого из слоев накладываются такие условия, как если бы мы имели две независимые однослойные пластины. Поэтому представляет интерес рассмотреть случай трехслойной пластины и в частности исследовать, когда ионизационные потери в трех слоях идут без эффекта плотности, а на толщины каждого из слоев накладываются такие условия, как если бы мы имели три независимые однослойные пластины, находящиеся в вакууме.

1. Пусть частица заряда e пролетает с постоянной скоростью $V = V_z$ перпендикулярно через трехслойную пластину, расположенную в вакууме (для удобства дальнейших обозначений мы введем диэлектрическую постоянную вакуума ϵ_0 , которая равна единице).

Пластинку будем считать состоящей из первого слоя толщины a_1 и диэлектрической постоянной $\epsilon_1(\omega)$ (везде полагаем магнитную проницаемость вещества $\mu(\omega) = 1$), второго слоя a_2 , $\epsilon_2(\omega)$, и третьего слоя a_3 , $\epsilon_3(\omega)$. Задачу будем решать таким же методом, как и в [4], т. е. для получения полного решения, удовлетворяющего условиям на границах сред, мы к решениям неоднородных уравнений Максвелла добавим к пространству до пластин в качестве решений однородных уравнений Максвелла отраженную волну $E_0^*(\vec{r}, t)$, в пространстве за пластинкой — прошедшую волну $E_0^*(\vec{r}, t)$, и, наконец, в каждом из слоев пластины как одну волну, так и другую $E_1^*, E_1', E_2^*, E_2', E_3^*, E_3'$.

Указанные поля излучения будем искать в следующем виде:

$$\vec{E}_m^*(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_m^*(\vec{k}) e^{i(\vec{r} \cdot \vec{k} - \lambda_m z - \omega t)} d\vec{k}, \quad (1)$$

$$\vec{E}_m(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_m(\vec{k}) e^{i(\vec{x} \cdot \vec{k} + \lambda_m z - \omega t)} d\vec{k},$$

где

$$\lambda_m^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_m - k^2, \quad \lambda_m = \lambda'_m + i\lambda''_m, \quad \lambda'_m > 0 \text{ для } \omega > 0 \text{ и } \lambda'_m < 0 \\ \text{для } \omega < 0, \quad \lambda''_m > 0 \text{ для } \omega \geq 0,$$

$m = 0, 1, 2, 3$, $\vec{x}$ и $\vec{r}$ есть компоненты векторов $\vec{k}$ и $\vec{r}$ в плоскости (xy) , $\omega = k_z v$, а Фурье-компоненты полей $\vec{E}_m(\vec{k})$ и $\vec{E}'_m(\vec{k})$ должны быть определены из граничных условий. Что же касается магнитных векторов полей излучения, то они выражаются через электрические векторы с помощью однородных уравнений Максвелла. Помимо этого имеются также условия поперечности, из которых следует связь между нормальными и тангенциальными компонентами электрических векторов полей излучения.

Приравняв тангенциальные компоненты электрического и магнитного векторов полных полей и нормальные компоненты их индукции при $z = 0$, a_1 , $a_1 + a_2$, $a_1 + a_2 + a_3$, мы получим 16 уравнений. Из 8 уравнений для магнитных векторов следует, что тангенциальные компоненты электрических векторов полей излучений направлены по вектору $\vec{x}$. Тогда из оставшихся 8 уравнений получаются следующие выражения для Фурье-компонент тангенциальных составляющих электрических векторов полей излучения:

$$\vec{E}_{0t}(\vec{k}) = \frac{ie\vec{x}}{2\pi^2 F} \left[(\rho_{11}^+ \gamma_{21}^- e^{i\frac{\omega}{v} a_1} + \rho_{12}^+ \gamma_{10}^- e^{-i\lambda_1 a_1} + \rho_{12}^- \gamma_{10}^+ e^{i\lambda_1 a_1}) (\rho_{03}^+ \rho_{23}^+ - \right. \\ \left. - \rho_{03}^- \rho_{23}^-) e^{-i\lambda_2 a_2} + (\rho_{11}^+ \gamma_{21}^+ e^{i\frac{\omega}{v} a_1} + \rho_{12}^- \gamma_{10}^- e^{-i\lambda_1 a_1} + \rho_{12}^+ \gamma_{10}^+ e^{i\lambda_1 a_1}) (\rho_{03}^+ \rho_{23}^- - \right. \\ \left. - \rho_{03}^- \rho_{23}^+) e^{i\lambda_2 a_2} + \rho_{11}^+ \rho_{22}^+ (\rho_{03}^+ \gamma_{32}^- - \rho_{03}^- \gamma_{32}^+ + \rho_{33}^+ \gamma_{03}^-) e^{i\frac{\omega}{v} (a_1 + a_2)} \right]; \quad (2)$$

$$\vec{E}_{1t}(\vec{k}) = \frac{ie\vec{x}}{2\pi^2 F} \left[(\rho_{01}^+ \gamma_{21}^- - \rho_{12}^- \gamma_{01}^+) (\rho_{03}^+ \rho_{23}^+ - \rho_{03}^- \rho_{23}^-) e^{-i\lambda_2 a_2} + \right. \\ \left. + (\rho_{01}^+ \gamma_{21}^+ - \rho_{12}^+ \gamma_{01}^+) (\rho_{03}^+ \rho_{23}^- - \rho_{03}^- \rho_{23}^+) e^{i\lambda_2 a_2} + \rho_{22}^+ \rho_{01}^+ (\rho_{03}^+ \gamma_{32}^- - \rho_{03}^- \gamma_{32}^+ + \right. \\ \left. + \rho_{33}^+ \gamma_{03}^-) e^{i\frac{\omega}{v} a_2} \right] e^{i(\frac{\omega}{v} + \lambda_1) a_1};$$

$$\vec{E}_{2t}(\vec{k}) = \frac{ie\vec{x}}{2\pi^2 F} \left[(\rho_{01}^- \gamma_{12}^- - \rho_{01}^+ \gamma_{12}^+ - \rho_{11}^+ \gamma_{01}^+) (\rho_{03}^+ \rho_{23}^- - \rho_{03}^- \rho_{23}^+) e^{i\lambda_2 a_2} + \right. \\ \left. + (\rho_{03}^+ \gamma_{32}^- - \rho_{03}^- \gamma_{32}^+ + \rho_{33}^+ \gamma_{03}^-) (\rho_{01}^+ \rho_{12}^+ + \rho_{01}^- \rho_{12}^-) e^{i\frac{\omega}{v} a_2} \right] e^{i(\frac{\omega}{v} + \lambda_2) a_1},$$

где

$$\rho_{ml}^{\pm} = \left(\frac{\varepsilon_m}{\lambda_m} \pm \frac{\varepsilon_l}{\lambda_l} \right) e^{\mp i \lambda_l a_l \delta_{m0}};$$

$$\gamma_{ml}^{\pm} = \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_l}{\Lambda_m \Lambda_l} \left(\frac{\omega}{c} \beta \pm \frac{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_l - \Lambda_m}{\varepsilon_l \lambda_m} \right) e^{\mp i \frac{\omega}{v} a_e \delta_{m0}}; \quad (3)$$

$$F = (\rho_{01}^+ \rho_{12}^+ + \rho_{01}^- \rho_{12}^-) (\rho_{03}^+ \rho_{23}^+ - \rho_{03}^- \rho_{23}^-) e^{-i \lambda_2 a_2} + (\rho_{01}^+ \rho_{12}^- + \rho_{01}^- \rho_{12}^+) (\rho_{03}^+ \rho_{23}^- - \rho_{03}^- \rho_{23}^+) e^{i \lambda_2 a_2};$$

$$\Lambda_m = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_m; \quad k^2 = x^2 + \frac{\omega^2}{v^2}; \quad \beta = \frac{v}{c};$$

$m, l = 0, 1, 2, 3$; δ_{m0} — символ Кронекера.

Прошедшие поля излучения в каждом слое пластины $\vec{E}_{il}$ ($l = 1, 2, 3$) равны соответственно отраженным полям $\vec{E}_{il}^*$, если только в последних заменить λ_l , соответствующее данному слою пластины, на $-\lambda_l$, т. е.

$$\vec{E}_{il} = \vec{E}_{il}^* (\lambda_l \rightarrow -\lambda_l). \quad (l=1, 2, 3) \quad (2')$$

Поле же $\vec{E}_{0l}$ получается из поля $\vec{E}_{0l}^*$, если в последнем сделать замену скорости $v \rightarrow -v$, индексов $1 \leftrightarrow 3$ и помножить его на фазу $e^{i(\frac{\omega}{v} - \lambda_0)(a_1 + a_2 + a_3)}$, т. е.

$$\vec{E}_{0l} = \vec{E}_{0l}^* \left(\begin{matrix} v \rightarrow -v \\ 1 \leftrightarrow 3 \end{matrix} \right) \cdot e^{i(\frac{\omega}{v} - \lambda_0)(a_1 + a_2 + a_3)}. \quad (2'')$$

Легко убедиться, что из решений (2), (2') и (2'') правильно получаются все частные случаи, к которым можно перейти от случая трехслойной пластины.

2. Вычислим теперь работу сил поля излучения над частицей. Очевидно, что она совершается только нормальными составляющими электрического поля, Фурье-компоненты которых следующим образом связаны с Фурье-компонентными тангенциальных составляющих:

$$E'_{mn}(\vec{k}) = -\frac{x}{\lambda_m} E'_{ml}(\vec{k}); \quad E''_{mn}(\vec{k}) = \frac{x}{\lambda_m} E''_{ml}(\vec{k}). \quad (4)$$

Эта работа будет равна

$$W = e \int_{-\infty}^0 \vec{E}_{0n} \vec{v} dt + e \int_0^{\frac{a_1}{v}} (\vec{E}'_{1n} + \vec{E}''_{1n}) \vec{v} dt + e \int_{\frac{a_1}{v}}^{\frac{a_1 + a_2}{v}} (\vec{E}'_{2n} + \vec{E}''_{2n}) \vec{v} dt +$$

$$+ e \int_{\frac{a_1+a_2}{v}}^{\frac{a_1+a_2+a_3}{v}} (\vec{E}'_{31} + \vec{E}''_{3n}) \vec{v} dt + e \int_{\frac{a_1+a_2+a_3}{v}}^{+\infty} \vec{E}'_{0n} \vec{v} dt, \quad (5)$$

где стоящие под интегралами электрические поля взяты в точке нахождения частицы, т. е. при $\rho = 0$, $z = vt$.

Интегрируя по времени и представив $d\vec{k} = 2\pi k dk \frac{d\omega}{v}$, после весьма длинных преобразований приходим к следующей формуле:

$$W = W_1 + W_2, \quad (6)$$

$$W_1 = -\frac{e^2}{\pi v^2} \int_0^{x_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 dx d\omega}{F} \times \\ \times \{ e^{-i\lambda_2 a_2} [(\rho_{01}^+ \rho_{12}^+ + \rho_{01}^- \rho_{12}^-) (\rho_{23}^+ \alpha_{03}^+ + \rho_{03}^+ \alpha_{32}^+ - \rho_{23}^- \alpha_{03}^- - \rho_{03}^- \alpha_{32}^- - \rho_{33}^+ (\gamma_{03}^+ \gamma_{23}^+ + \\ + \gamma_{03}^- \gamma_{23}^-)) + (\rho_{03}^+ \rho_{23}^+ - \rho_{03}^- \rho_{23}^-) (\rho_{12}^+ \alpha_{01}^+ + \rho_{01}^+ \alpha_{12}^+ + \rho_{12}^- \alpha_{01}^- - \rho_{01}^- \alpha_{12}^- - \\ - \rho_{11}^+ (\gamma_{01}^+ \gamma_{21}^+ + \gamma_{01}^- \gamma_{21}^-))] - e^{i\lambda_2 a_2} [(\rho_{01}^+ \rho_{12}^- + \rho_{01}^- \rho_{12}^+) (-\rho_{23}^- \alpha_{03}^+ + \rho_{03}^+ \alpha_{32}^+ + \rho_{23}^+ \alpha_{03}^- - \\ - \rho_{03}^- \alpha_{32}^+ - \rho_{33}^+ (\gamma_{03}^+ \gamma_{23}^- + \gamma_{03}^- \gamma_{23}^+)) + (-\rho_{03}^+ \rho_{23}^- + \rho_{03}^- \rho_{23}^+) (\rho_{12}^- \alpha_{01}^+ + \rho_{01}^+ \alpha_{12}^- + \\ + \rho_{12}^+ \alpha_{01}^- - \rho_{01}^- \alpha_{12}^+ - \rho_{11}^+ (\gamma_{01}^+ \gamma_{21}^- + \gamma_{01}^- \gamma_{21}^+))] \}. \quad (7)$$

где

$$\alpha_{ml}^{\pm} = \frac{(\varepsilon_m - \varepsilon_l)^2}{\Lambda_m^2 \Lambda_l^2} \left[\frac{\omega^2}{c^2} \beta^2 \pm \frac{\left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_m - \Lambda_l \right)^2}{\varepsilon_m \varepsilon_l \lambda_m \lambda_l} \right] e^{\mp i \lambda_l a_l \delta_{m0}}, \\ W_2 = \frac{e^2}{\pi v^2} \int_0^{x_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 dx d\omega}{F} \left[e^{-i \frac{\omega}{v} a_2} \rho_{22}^+ (\rho_{11}^+ \gamma_{01}^+ - \rho_{01}^- \gamma_{12}^- + \rho_{01}^+ \gamma_{12}^+) (\rho_{33}^+ \gamma_{03}^+ - \rho_{03}^- \gamma_{32}^- + \right. \\ \left. + \rho_{03}^+ \gamma_{32}^+) + e^{i \frac{\omega}{v} a_2} \rho_{22}^+ (\rho_{33}^+ \gamma_{03}^- - \rho_{03}^- \gamma_{32}^+ + \rho_{03}^+ \gamma_{32}^-) (\rho_{11}^+ \gamma_{01}^- - \rho_{01}^- \gamma_{12}^+ + \rho_{01}^+ \gamma_{12}^-) \right]. \quad (8)$$

Величина $\frac{1}{x_0}$ определяется пределами применимости макроскопического рассмотрения.

Имеет смысл отметить, что выражение (6) не зависит от знака скорости частицы, как в случае двухслойной пластины [3], т. е. работа сил поля излучения пад частицей инвариантна относительно замены скорости v на $-v$, но не инвариантна относительно перестановки слоев пластины. Полагая $\alpha_1 = 0$ (или $\alpha_3 = 0$, или $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, или $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$), из (6) мы получаем выражение для потерь в двухслойной пластине [3]

3. Далее нам необходимо произвести в формуле (6) интегрирование по переменным ω и χ .

В частном случае малых толщин слоев пластины произведем разложение формулы (6) в ряд по степеням a_1 , a_2 и a_3 . В результате преобразований получим:

$$W = \sum_{n=1}^3 W(a_n) + \sum_{n=1}^3 W(a_n^2) + \sum_{n,m=1}^3 W(a_n \cdot a_m); \quad (8)$$

($n > m$)

$$W(a_n) = \frac{ie^2 a_n}{\pi v^2} \int_0^{z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 dx \omega d\omega (1 - \varepsilon_n)^2 \left(\Lambda_n - \frac{\omega^2}{c^2} \beta^2 \right)}{\varepsilon_n \Lambda_0^2 \Lambda_n}; \quad (9)$$

$$W(a_n^2) = - \frac{e^2 a_n^2}{2\pi v^2} \int_0^{z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 dx \omega d\omega (1 - \varepsilon_n) \lambda_0 \left(1 + \frac{\omega^2}{v^2} \frac{(1 - \beta^2)^2}{\varepsilon_n^2 \lambda_0^2} \right)}{\Lambda_0^2}; \quad (10)$$

$$W(a_n \cdot a_m) = -$$

$$= - \frac{e^2 a_n a_m}{\pi v^2} \int_0^{z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 dx \omega d\omega (1 - \varepsilon_n) (1 - \varepsilon_m) \lambda_0 \left(1 + \frac{\omega^2}{v^2} \frac{(1 - \beta^2)^2}{\varepsilon_n \varepsilon_m \lambda_0^2} \right)}{\Lambda_0^2}.$$

Выражения (10) аналогичны выражениям, полученным в [3]. Здесь также используя метод Ландау [5] и вводя понятие усредненной $\bar{\omega}_n$ и дважды усредненной $\bar{\Omega}_{mn}$ частоты [3], для выражений (10) получаем следующие результаты:

$$W(a_n) = - \frac{e^2 a_n \sigma_n}{v^2} \left(\ln \frac{\beta \sqrt{V \sigma_n}}{\omega_n \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right); \quad (11)$$

$$W(a_n^2) = \frac{\pi e^2 a_n^2 \sigma_n^2}{4v^3 \bar{\Omega}_{nn}}; \quad (12)$$

$$W(a_n \cdot a_m) = \frac{\pi e^2 a_n a_m \sigma_n \sigma_m}{2v^3 \bar{\Omega}_{nm}}; \quad (13)$$

где

$$\ln \bar{\omega}_n = \frac{\int_0^{\infty} \omega \varepsilon_n^*(\omega) \ln \omega \cdot d\omega}{\int_0^{\infty} \omega \varepsilon_n^*(\omega) d\omega}; \quad (14)$$

$$\bar{\Omega}_{mn} = \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty xy \varepsilon_m^*(x) \varepsilon_n^*(y) dx dy}{\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{xy}{x+y} \varepsilon_m^*(x) \varepsilon_n^*(y) dx dy}. \quad (15)$$

Из (15) видно, что $\bar{\Omega}_{mn} = \bar{\Omega}_{nm}$.

Отметим, что при вычислении интегралов (10) было предположено, что частица достаточно быстрая:

$$\frac{v_{x0}}{\Omega \sqrt{1-\beta^2}} \gg 1. \quad (16)$$

где Ω максимальная собственная частота среды.

В случае прозрачных сред

$$\varepsilon_n^*(\omega) = \frac{\pi \sigma_n}{2} \sum_k f_{nk} \frac{\delta(\omega - \omega_{nk})}{\omega_{nk}},$$

где f_{nk} — силы осциллятора ($\sum_k f_{nk} = 1$), для (15) получается следующее выражение:

$$\bar{\Omega}_{mn} = \frac{1}{\sum_{i,k} \frac{f_{mi} f_{nk}}{\omega_{mi} + \omega_{nk}}}. \quad (17)$$

Потребуем, чтобы было правильным разложение (9) в ряд по степеням толщин слоев пластины, т. е. чтобы

$$\sum_{n=1}^3 W(a_n) \gg \sum_{n=1}^3 W(a_n^2) + \sum_{n,m=1}^3 W(a_n \cdot a_m). \quad (18)$$

($n > m$)

Подставляя сюда их значения и вводя параметр $\alpha \gg 1$, получим общее условие, накладываемое на толщины слоев пластины:

$$\alpha \sum_{n=1}^3 \left(\ln \frac{\sqrt{\sigma_n}}{\omega_n \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2} \right) = \sum_{n,m=1}^3 \frac{\pi a_n a_m \sigma_n \sigma_m}{4c \bar{\Omega}_{nm}}. \quad (19)$$

В случае, когда среды слоев одинаковы, т. е.

$$\sigma_n = \sigma, \quad \bar{\omega}_n = \bar{\omega}, \quad \bar{\Omega}_{nm} = \bar{\Omega},$$

из (19) получается условие, накладываемое на всю толщину пластины:

$$a_1 + a_2 + a_3 = \alpha \frac{4c \bar{\Omega}}{\pi \sigma} \left(\ln \frac{\sqrt{\sigma}}{\omega \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2} \right). \quad (20)$$

Это условие совпадает с условием, полученным в [3].

Если возьмем среды произвольных двух слоев трехслойной пластины одинаковыми, то условие (19) переходит в соответствующее условие для двухслойной пластины (формула (21) работы [3]). Поэтому рассмотрим самый интересный случай, когда среды всех слоев пластины разные и потери энергии в трех слоях пластины будут обладать логарифмическим ростом, а условия, накладываемые при этом на толщину каждого из слоев, будут такими же, как если бы имелись три независимые однослойные пластины.

Допустим, что толщины a_1 и a_2 удовлетворяют условию (20), т. е.

$$a_1 = a \frac{4c \bar{Q}_{11}}{\pi \sigma_1} \left(\ln \frac{V \sigma_1}{\omega_1 \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{1}{2} \right),$$

$$a_2 = a \frac{4c \bar{Q}_{22}}{\pi \sigma_2} \left(\ln \frac{V \sigma_2}{\omega_2 \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{1}{2} \right),$$
(21)

и при этом, как следует из [3], имеет место следующее условие

$$\bar{Q}_{11} \ll \bar{Q}_{12},$$
(22)

или

$$\bar{Q}_{22} \ll \bar{Q}_{12}.$$
(22')

Подставляя в (19) выражения (21), получим

$$a_3 = a \frac{4c \bar{Q}_{33}}{\pi \sigma_3} \left(\ln \frac{V \sigma_3}{\omega_3 \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{1}{2} \right) \times$$

$$\times \left(1 - \frac{2 \bar{Q}_{11}}{\bar{Q}_{13}} \cdot \frac{\ln \frac{V \sigma_1}{\omega_1 \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{1}{2}}{\ln \frac{V \sigma_3}{\omega_3 \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{1}{2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{2 \bar{Q}_{22}}{\bar{Q}_{23}} \cdot \frac{\ln \frac{V \sigma_2}{\omega_2 \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{1}{2}}{\ln \frac{V \sigma_3}{\omega_3 \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{1}{2}} \right).$$
(23)

Из (23) следует, что толщина a_3 будет удовлетворять условию (20)

$$a_3 = a \frac{4c \bar{Q}_{33}}{\pi \sigma_3} \left(\ln \frac{V \sigma_3}{\omega_3 \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{1}{2} \right),$$
(24)

если

$$\bar{Q}_{11} \ll \bar{Q}_{13} \text{ и } \bar{Q}_{22} \ll \bar{Q}_{23}.$$
(25)

Таким образом, из (22), (22') и (25) следует, что при выполнении условий

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{11} &\ll \bar{Q}_{13}, \\ \bar{Q}_{11} &\ll \bar{Q}_{12}, \\ \bar{Q}_{22} &\ll \bar{Q}_{23}\end{aligned}\quad (26)$$

или

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{22} &\ll \bar{Q}_{23}, \\ \bar{Q}_{22} &\ll \bar{Q}_{21}, \\ \bar{Q}_{11} &\ll \bar{Q}_{13}\end{aligned}\quad (27)$$

ионизационные потери во всех трех слоях пластины растут логарифмически, а на толщины каждого из слоев накладываются условия (21) и (24), как если бы мы имели три независимые однослойные тонкие пластины, расположенные в вакууме.

Аналогично можно показать, что наложив условие (21), сначала на толщины a_1 и a_3 , или a_2 и a_3 , получим другие условия, подобные условиям (26) и (27), при которых также имеет место вышеуказанное. Все возможные эти условия, учитывая, что $\bar{Q}_{mn} = \bar{Q}_{nm}$, можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{mm} &\ll \bar{Q}_{mn}, \\ \bar{Q}_{mm} &\ll \bar{Q}_{mp}, \\ \bar{Q}_{pp} &\ll \bar{Q}_{pn},\end{aligned}\quad (28)$$

где $m, n, p = 1, 2, 3$ и $m \neq p \neq n$.

Например, при $m = 1, n = 3$ и $p = 2$ из (28) получается условие (26), а при $m = 2, n = 3$ и $p = 1$ получается условие (27).

Условие (28) можно записать менее точно, но в более наглядной форме:

$$\bar{Q}_{mm} \ll \bar{Q}_{nn} \ll \bar{Q}_{pp}, \quad (29)$$

где $m, n, p = 1, 2, 3$.

Условие (29) означает, что области собственных частот сред любых слоев в трехслойной пластине должны быть далеки друг от друга.

В заключение считаю своим приятным долгом поблагодарить Г. М. Гарибяна за руководство и большую помощь в проведении настоящей работы.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ф. Г. Басс, А. М. Яковенко, УФН, 86, 189 (1965).
2. Г. М. Гарибян, ЖЭТФ, 37, 527 (1959).
3. Г. М. Гарибян, М. М. Мурадян, Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 310 (1966).
4. Г. М. Гарибян, Г. А. Чаликян, ЖЭТФ, 35, 1282 (1958). Изв. АН АрмССР, серия физ. мат. наук, 12, № 3 (1959).
5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред. Москва, ГИТЛ, 1957.

ՄԱՍՆԻԿԻ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԸ ԵՌՇԵՐՏԱՎՈՐ
ԹԻԹԵՂԻ ՄԻՋՈՎ ԱՆՑՆՆԻՒՄ

Մ. Մ. ՄՈՒՐԱԴԻԱՆ

Քննարկված են լիցքավորված մասնիկի էներգիայի լրիվ կորուսաները եռշերտավոր թիթեղի միջով անցնելիս, երբ շերտերի հաստությունների վրա ոչ մի սահմանափակում չի դրվում: Ստացված ընդհանուր բանաձևը միևնույն ժամանակ վերջ հաշված և վերլուծված է բարակ շերտերի դեպքում: Ցույց է տրված, որ եթե թիթեղի շերտերի նյութերի սեփական հաճախականությունների տիրույթները միմյանցից հեռու են գտնվում, ապա իոնիզացիոն կորուստներն երեք շերտերումն էլ աճում են լոգարիթմորեն, այնպես, ինչպես երեք միմյանցից անկախ միաշերտ թիթեղների դեպքում:

ENERGY LOSSES OF A PARTICLE PASSING THROUGH
A THREE-LAYER PLATE

M. MURADIAN

Total energy losses of the charged particle passing through a three-layer plate, when the thickness of the layer is not limited, are considered. The obtained general formula is thoroughly calculated and analyzed for the case of thin layers. It is shown that, when the regions of the proper frequencies of the materials of the layers are in distant from each other, the ionization losses in all three layers grow logarithmically as in the case of three independent one-layer plates.