

РАССЕЯНИЕ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКОЙ, ПОДВЕРГНУТОЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ КОЛЕБАНИЯМ

П. А. БЕЗИРГАНЯН, В. И. АВУНДЖЯН

Теоретически исследовано влияние пьезоэлектрических колебаний кристаллической решетки на интенсивность рассеяния рентгеновских лучей.

Показано, что при плоской падающей волне пьезоэлектрические колебания значительно уменьшают интенсивность рассеяния, когда колебания происходят перпендикулярно к отражающим плоскостям.

Приведены результаты экспериментальной проверки выводов.

Влияние ультразвуковых колебаний на интенсивность рассеянных рентгеновских волн сводится к следующему:

1. Увеличиваются интенсивности селективных максимумов.
2. Увеличивается интенсивность первичного проходящего пучка.
3. У толстых более совершенных кристаллов исчезает расщепление пятен Лауэ.

В работах, посвященных этому вопросу, не существует единого и четкого представления о причинах увеличения интенсивности рассеянных волн при пьезоэлектрических колебаниях рассеивателей. Так, например, в работах [1—4] увеличение интенсивности рассеянных волн при пьезоэлектрических колебаниях образца объясняется уменьшением экстинкции. В работах [5—8] указанное увеличение рассеяния рентгеновских волн объясняется блочной структурой образца. По мнению этих авторов при пьезоэлектрических колебаниях образца его блоки поворачиваются относительно положения равновесия и поэтому увеличивается интенсивность рассеяния. Автор работ [9] и [10] полагает, что при колебаниях образца происходит искривление отражающих плоскостей, отраженные волны фокусируются и, следовательно, увеличивается интенсивность отражения. Работа [11] не в состоянии объяснить все вопросы, связанные с увеличением интенсивности рассеянных рентгеновских волн при пьезоэлектрических колебаниях рассеивающего образца. Общий недостаток всех этих работ заключается в том, что они не объясняют такое большое увеличение интенсивности, наблюдаемое на опыте, и распределение на рентгенограмме влияния колебания на разные дифракционные максимумы.

В предлагаемой работе исследуется интенсивность рассеяния рентгеновских лучей при пьезоэлектрических колебаниях образца только в случае плоской падающей волны и идеального кристалла.

Найдем интенсивность волн, рассеянных кристаллической решеткой, подвергнутой пьезоэлектрическим колебаниям. Допустим, что пло-

ская монохроматическая рентгеновская волна падает на кристаллическую решетку, в которой в направлении трансляции $\vec{a}$ установилась пьезоэлектрическая стоячая волна с основной резонансной частотой. Смещение атома, находящегося на расстоянии ma от середины кристалла в направлении вектора $\vec{a}$ дается формулой

$$l = l_0 \sin(k_0 ma) \sin \omega t,$$

где $l_0 \sin(k_0 ma)$ — амплитуда смещения,

l_0 — максимальная амплитуда,

$k_0 = \frac{\pi}{L}$ — волновой вектор пьезоэлектрических колебаний,

L — размер кристалла в направлении вектора $\vec{a}$,

ω — циклическая частота пьезоэлектрических колебаний.

Тогда для мгновенной интенсивности рассеянных волн в первом приближении [12] получим

$$I = B \frac{\sin^2 N_2 k \frac{\vec{b}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}}{\sin^2 k \frac{\vec{b}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}} \cdot \frac{\sin^2 N_3 k \frac{\vec{c}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}}{\sin^2 k \frac{\vec{c}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}} \times \\ \times \sum_{m=0}^{N_1-1} \sum_{m'=0}^{N_1-1} e^{ik\{\vec{a}(m-m') + l_0[\sin(k_0 ma) - \sin(k_0 m'a)] \sin \omega t\}(\vec{s} - \vec{s}_0)},$$

где $B = \frac{f^2}{R^2} \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}$ (падающий пучок не поляризован),

$\vec{s}_0$ и $\vec{s}$ — единичные векторы в направлениях падения и рассеяния соответственно,

N_1, N_2, N_3 — число рассеивающих мотивов в направлениях $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ соответственно.

Из вышеприведенной формулы для средней интенсивности за период пьезоэлектрических колебаний получим

$$\bar{I} = B_2 \sum_m \sum_{m'} e^{ik\vec{a}(m-m')(\vec{s} - \vec{s}_0)} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T e^{iB_2 \sin \omega t} dt, \quad (2)$$

где

$$B_2 = \frac{\sin^2 N_2 k \frac{\vec{b}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}}{\sin^2 k \frac{\vec{b}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}} \cdot \frac{\sin^2 N_3 k \frac{\vec{c}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}}{\sin^2 k \frac{\vec{c}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}},$$

$$B_3 = k l_0 (\vec{s} - \vec{s}_0) [\sin(k_0 m a) - \sin(k_0 m' a)]. \quad (3)$$

Средняя интенсивность за период пьезоэлектрических колебаний будет истинной средней интенсивностью в том случае, если время экспозиции много больше этого периода. Интеграл выражения (2) дает функцию Бесселя нулевого порядка [13]

$$\frac{1}{T} \int_0^T e^{i B_3 \sin \omega t} dt = J_0(B_3).$$

Таким образом, для средней во времени интенсивности рассеянных волн получим

$$\bar{I} = B \frac{\sin^2 N_2 k \frac{\vec{b}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}}{\sin^2 k \frac{\vec{b}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}} \cdot \frac{\sin^2 N_3 k \frac{\vec{c}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}}{\sin^2 k \frac{\vec{c}(\vec{s} - \vec{s}_0)}{2}} \sum_m \sum_{m'} e^{i k a (m - m') (\vec{s} - \vec{s}_0)} J_0(B_3). \quad (4)$$

Исследование последнего выражения приводит к естественным и важным выводам.

Как известно, первый и второй множители в выражении (3) принимают максимальные значения при выполнении соответственно следующих условий:

$$\left. \begin{aligned} \vec{b}(\vec{s} - \vec{s}_0) &= n_1 \lambda \\ \vec{c}(\vec{s} - \vec{s}_0) &= n_2 \lambda \end{aligned} \right\} n_1, n_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

В множителе

$$I_1 = \sum_m \sum_{m'} e^{i k a (m - m') (\vec{s} - \vec{s}_0)} \cdot J_0(B_3)$$

функция Бесселя нулевого порядка $J_0(B_3)$ принимает главное максимальное значение при $B_3 = 0$: $J_0(B_3) = 1$. Остальные максимумы быстро уменьшаются с увеличением аргумента [13]. Например, второй максимум $J_0(B_3) = +0,3001$ при $B_3 = 7,0156$, третий максимум $J_0(B_3) = +0,2184$ при $B_3 = 13,3237$.

Следовательно, выражение I_1 может принимать наибольшее максимальное значение только при $B_3 = 0$.

Как видно из (3), B_3 может принимать нулевое значение при выполнении хотя бы одного из следующих условий:

- 1) $|\vec{S}| = |\vec{s} - \vec{s}_0| = 2 \sin \theta = 0$, где 2θ — угол рассеяния,
- 2) $\vec{l}(\vec{s} - \vec{s}_0) = (\vec{lS}) = 0$, т. е. $\vec{l} \perp \vec{S}$,
- 3) $\sin(k_0 m a) - \sin(k_0 m' a) = 0$, т. е. $m = m'$.

Исследуем эти случаи. Первый случай означает рассеяние под нулевым углом. В этом случае в лауэвском приближении колебания рассеивателей не влияют на интенсивность рассеяния, и для направлений максимальных отражений при плоской падающей волне получим обыкновенный результат:

$$\bar{I} = BN_1^2 N_2^2 N_3^2 = BN^2,$$

т. е. высота дифракционного пика пропорциональна квадрату числа рассеивающих атомов (N — общее число рассеивателей).

Во втором случае колебания происходят в отражающих плоскостях ($\vec{l} \perp \vec{S}$, а $\vec{S}$ перпендикулярен отражающим плоскостям) и не влияют на интенсивность рассеяния. Для интенсивности в этом случае получается то же выражение, что и в предыдущем случае.

Действительно, если рассматривать кристалл как систему зеркально отражающих плоскостей, то все атомы данной плоскости этой системы (независимо от структуры) будут рассеивать в одинаковых фазах, и если колебания происходят в этих плоскостях (рассеиватели не выходят из этих плоскостей), то между элементарными рассеянными волнами из-за колебаний не возникают добавочные разности фаз и интенсивность рассеяния не зависит от таких колебаний.

В третьем случае в выражении I_1 только те члены двойной суммы отличны от нуля, для которых $m = m'$, а таких членов всего N_1 . Так как величины всех этих членов одинаковы и равны единице, то для высоты дифракционного пика получим

$$\bar{I} = BN_1 N_2^2 N_3^2.$$

Из последнего выражения для средней интенсивности можно сделать выводы:

1. При плоской падающей волне пьезоэлектрические колебания решетки значительно уменьшают (в данном случае в N_1 раз) высоту дифракционного максимума.

2. Рассеиватели (атомы), расположенные в данном ряду, параллельном вектору $\vec{a}$, оптически независимы. Действительно, пропорциональность интенсивности первой степени числа рассеивателей (N_1) — признак хаотического скопления рассеивателей. Так как амплитуда стоячей волны от точки к точке меняется из-за пьезоэлектрических колебаний, то атомы этого ряда окажутся оптически независимыми.

3. Колебания, происходящие в направлении $\vec{a}$, не меняют расстояния между соседними атомами этих рядов, параллельных векторам $\vec{b}$ и $\vec{c}$, поэтому общая интенсивность пропорциональна квадратам чисел частиц в рядах, параллельных векторам $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Таким образом, как и следовало ожидать, при строго плоско-параллельной падающей волне всякое отступление от идеальности

рассеивающей решетки приводит к уменьшению интенсивности рассеянных волн.

Мы не будем в данной работе исследовать случай $B_3 \neq 0$, так как в выражение B_3 входит волновое число k рентгеновской волны и из-за большой величины этого числа при малейшем отклонении от нуля одной из величин $(\vec{S})$, $(\vec{lS})$ и $m - m'$ при отличных от нуля двух других, B_3 быстро растет и амплитуда колебаний функции Бесселя $J_0(B_3)$ стремится к нулю. Для экспериментальной проверки вышеприведенных выводов был поставлен следующий опыт.

Кварцевый стержень с размерами $27 \times 3 \times 3$ мм, механическая (Y), электрическая (X) и оптическая (Z) оси которого соответственно были ориентированы по его длине, толщине и ширине (X срез), от сигнал-генератора приводился в колебание на основной собственной частоте по длине (Y). Электрическое переменное поле было направлено по оси X (рис. 1), электродами служили серебряные поверхности YZ , соединенные с источником с помощью остриев, прижатых к посеребренным поверхностям кристалла пружинами. Узкий пучок рентгеновского смешанного излучения по направлению оси Z падал на поверхность XY . Рентгеновская пленка была поставлена перпендикулярно к первичному пучку.

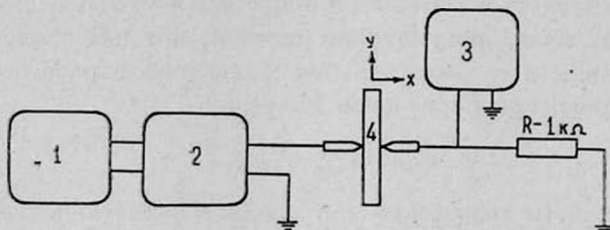


Рис. 1. Блок-схема, осуществляющая колебания кварца. 1. Сигнал-генератор. 2. Резонансный усилитель. 3. Осциллограф. 4. Кварц.

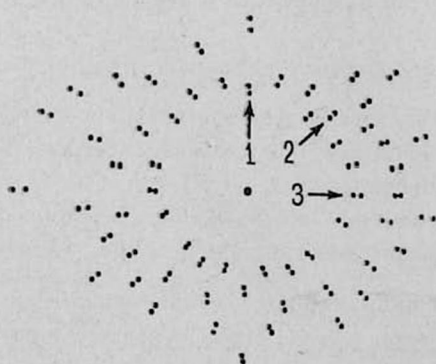


Рис. 2. Лауэграмма неколеблущегося кристалла кварца.

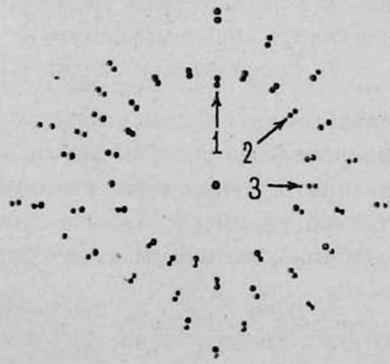


Рис. 3. Лауэграмма колеблущегося кристалла кварца.

Таким образом, были получены лауэграммы кристалла не совершающего колебаний (при отключенном электрическом поле) и при колеблющемся кристалле (см. соответственно рис. 2 и 3).

Обсуждение результатов и выводы

Как видно из рис. 2, при отключенном поле все пятна на лауэграмме двойные — отражение рентгеновского пучка как бы имело место только на двух полированных поверхностях XU , а участие внутренних частей кристаллического стержня ничтожно. Это объясняется тем, что поверхностные слои кристалла были разрушены при шлифовке и полировке (исчезла первичная экстинкция), а внутренние неповрежденные части кристалла обнаруживают большую первичную экстинкцию [14]. Рис. 3 показывает, что вследствие пьезоэлектрических колебаний кристалла, раздвоение некоторых пятен исчезло. Влияние пьезоэлектрических колебаний особенно сильно сказывается на пятнах, расположенных на вертикальной линии (и тем сильнее, чем меньше угол отражения), и совершенно ничтожно на пятнах, расположенных на экваториальной линии. Раздвоение первых пятен исчезло, а последние не претерпели изменений. На этих рентгенограммах для микрофотометрирования были выбраны три пятна (см. рис. 2—3). Первое пятно на вертикальной, второе — на наклонной и третье — на экваториальной линиях. Кривые, показывающие результаты микрофотометрирования, приведены на рис. 4 и 5 (на рис. 4 от лауэграммы без колебаний, а на рис. 5 от лауэграммы с колебаниями).

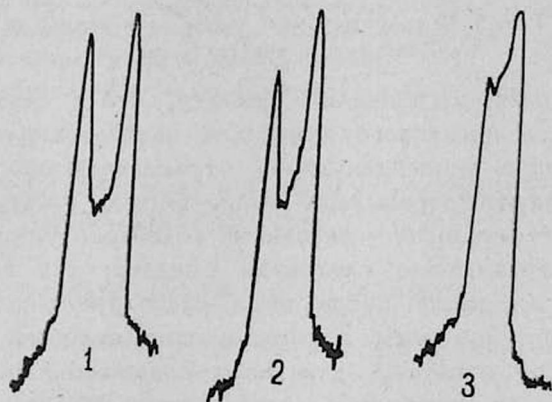


Рис. 4. Микрофотограммы пятен лауэграммы от неколеблющегося кристалла кварца.

Перейдем к обсуждению полученных результатов.

То обстоятельство, что пьезоэлектрические колебания оказывают влияние на интенсивность пятен, расположенных на вертикальной линии, и не влияют на интенсивность пятен, расположенных на экваториальной линии, вполне соответствует нашим теоретическим выводам. Действительно, для пятен, расположенных на экваториальной линии, $\vec{l} \perp \vec{S}$, т. е. когда колебания происходят в отражающих плоскостях, они не влияют на интенсивность рассеяния. В случае пятен, расположенных на вертикальной плоскости, амплитуда колебаний $\vec{l}$ имеет

компоненту, перпендикулярную отражающим плоскостям, и эта компонента тем больше, чем меньше угол рассеяния. Поэтому влияние колебаний значительно на пятна, расположенные на вертикальной линии, и тем значительнее, чем ближе точка к центру (чем меньше угол рассеяния). С помощью таких же рассуждений можно убедиться в том, что влияние колебаний должно уменьшаться по мере удаления от пятен, расположенных на вертикальной линии, к пятнам, расположенным на экваториальной линии, что наблюдается на снимке (рис. 3 и 5).

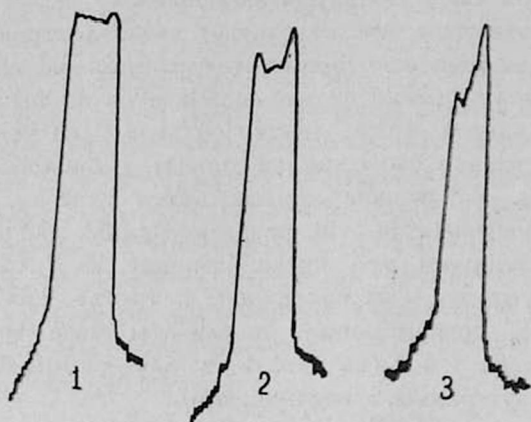


Рис. 5. Микрофотограммы пятен лауэграммы от колеблющегося кристалла кварца.

Таким образом мы пришли к выводу, что в случае плоской падающей волны и идеального кристалла пьезоэлектрические колебания, происходящие перпендикулярно отражающим плоскостям, уменьшают интенсивность отраженных волн. Однако эксперимент показывает обратный результат — указанные колебания увеличивают интенсивность отражения. Это следовало ожидать, так как в условиях нашего опыта падающий пучок имел расходимость, а отражающий кристалл не был идеальным. В рамках кинематической теории интерференции хорошо известно, что если в случае плоской падающей волны всякое отступление от идеального кристалла приводит к уменьшению интенсивности отражения, то в случае расходящегося падающего пучка эти отступления приводят к увеличению интенсивности отражения. В динамической теории интерференции вышеуказанное увеличение интенсивности рассеянных волн объясняется и уменьшением первичной экстинкции.

Влияние пьезоэлектрических колебаний на интенсивность отражения рентгеновских лучей при мозаичном кристалле и расходящемся падающем пучке будет рассматриваться во втором сообщении.

Авторы выражают глубокую благодарность профессорам И. Б. Боровскому и Е. Г. Швидковскому за ценные советы и указания.

Ереванский государственный
университет

Поступила 26 декабря 1966

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. G. W. Fox, J. M. Cork, Phys. Rev., 38, 1420 (1931).
2. S. Nishikawa, Y. Sakisaka, I. Sumoto, Phys. Rev., 38, 1078 (1931).
3. S. Nishikawa, Y. Sakisaka, I. Sumoto, Phys. Rev., 43, 363 (1933).
4. M. Y. Colby, S. Harris, Phys. Rev., 42, 733 (1932).
5. R. M. Langer, Phys. Rev., 38, 573 (1931).
6. J. M. Cork, Phys. Rev., 42, 749 (1932).
7. C. S. Barrett, Phys. Rev., 38, 832 (1931).
8. Jean Surugu, Quang Te-Tehao, Cahiers de Phys., 18, 55 (1943).
9. J. E. White, Journ. Acoust. Soc. Amer., 23, 16 (1951).
10. J. E. White, Journ. Appl. Phys., 25, 855 (1950).
11. J. Weigle, K. Bleuler, Helv. Phys. Acta, 15, 445 (1942).
12. П. А. Безиригян, ЖТФ, 34, 562 (1964).
13. Г. Н. Ватсон, Теория Бесселевых функций, ч. 1, 14, ИЛ., 1949.
14. Р. Джеймс, Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей, ИЛ., М., 1950.

ՊԶԵԶՈՒԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԵՆԹԱՐԿՎԱԾ ԲՅՈՒՐԵԳԱԿԱՆ ՑԱՆՑԻ
ԿՈՂՄԻՅ ՌԵՆՏԳԵՆՆԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐԻ ՑՐՈՒՄԸ

Պ. Հ. ԲԵԶԻՐԳՅԱՆՑԱՆ, Վ. Ի. ՀԱՎՈՒՆԺՅԱՆ

Տեսականորեն ուսումնասիրված է բյուրեղական ցանցի պլեզոէլեկտրական տատանումների ազդեցությունը ռենտգենյան ճառագայթների ցրման վրա: Ցույց է տրված, որ ընկնող հարթ ալիքի դեպքում պլեզոէլեկտրական տատանումները զգալի կերպով պետք է նվազեցնեն ցրման ինտենսիվությունը, երբ տատանումները տեղի են ունենում անդրադարձնող հարթություններին ուղղահայաց ուղղությամբ:

Բերված են եզրակացությունների փորձնական ստուգման արդյունքները:

SCATTERING OF X-RAYS BY A CRYSTAL LATTICE SUBJECTED TO PIEZOELECTRICAL OSCILLATIONS

P. H. BEZIRGANYAN and V. I. HAVOUNDJYAN

The effect of piezoelectrical oscillations of a crystal lattice on the intensity of scattering of X-rays is theoretically studied. It is shown that in the case of a plane incident wave, the piezoelectrical oscillations reduce the intensity of the scattering considerably when the oscillations are perpendicular to the reflecting planes.

The results of the experimentally verified conclusions are given.