

ОБОБЩЕНИЕ ФОРМУЛ ФРЕНЕЛЯ НА СЛУЧАЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ С ГИРОТРОПНЫМ ФЕРРОДИЭЛЕКТРИКОМ

О. С. ЕРИЦЯН

Рассмотрено отражение и преломление электромагнитных волн на границе раздела изотропной среды с гиротропным ферродиелектриком. Получены формулы Френеля для случаев, когда оптическая ось гиротропной среды совпадает с нормалью к границе раздела, а также когда она параллельна этой границе.

1. Пусть изотропная среда с постоянными ϵ_1 и μ_1 и гиротропная среда с постоянными ϵ_2 и $\mu_{ik}^{(2)}$ разделены плоскостью $z=0$, причем гиротропная среда, для которой

$$\mu_{ik}^{(2)} = \begin{pmatrix} \mu_2 & -ig & 0 \\ ig & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

занимает полупространство $z > 0$.

Из изотропной среды на границу раздела падает плоская электромагнитная волна

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\omega) \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad (2)$$

где

$$\vec{k} = \vec{k}(k_x, k_z), \quad k_y = 0.$$

Вследствие симметрии задачи допущение $k_y = 0$ не нарушает общности.

Из уравнений поля имеем для падающей волны

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 \mu_1 = k_x^2 + k_z^2,$$

а для отраженной волны

$$k_{1x} = k_x, \quad k_{1z} = -k_z.$$

В гиротропной среде имеем две волны. Вследствие непрерывности тангенциальной компоненты волнового вектора для преломленных волн будем иметь

$$k_{2x}^+ = k_{2x}^- = k_x,$$

а для k_2^{+2} и k_2^{-2} получаем

$$k_2^{\pm 2} = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_2 \mu_2 - \frac{\mu_2 - \mu_3}{2\mu_3} k_x^2 \pm$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{\mu_2 - \mu_3}{2\mu_3}\right)^2 k_x^4 + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_2 g^2}{\mu_3} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_3 - k_x^2\right)}, \quad (3)$$

где $\vec{k}_2^+$ и $\vec{k}_2^-$ — волновые векторы преломленных волн.

Обозначим угол падения через ϑ , угол отражения через ϑ_1 , а углы преломления через ϑ_2^+ и ϑ_2^- . Тогда закон Снелля будет иметь вид

$$\vartheta_1 = \vartheta, \quad \frac{\sin \vartheta}{\sin \vartheta_2^\pm} = \frac{k_2^\pm}{k}. \quad (4)$$

Подставив $\vec{E}_2$ из уравнения $[\vec{k}_2 \vec{H}_2] = -\frac{\omega}{c} \varepsilon_2 \vec{E}_2$ в уравнение $[\vec{k}_2 \vec{E}_2] = -\frac{\omega}{c} \vec{B}_2$, получаем следующие соотношения, аналогичные полученным в [1]:

$$\begin{aligned} H_{2x}^\pm &= -\frac{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_3 - k_x^2}{k_x k_{2z}^\pm} H_{2z}^\pm = a_1^\pm H_{2z}^\pm, \\ H_{2y}^\pm &= -i \frac{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 g}{k_{2z}^{\pm 2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_2} \frac{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_3 - k_x^2}{k_x k_{2z}^\pm} H_{2z}^\pm = i a_2^\pm H_{2z}^\pm, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$k_{2z}^\pm = \sqrt{k_2^{\pm 2} - k_x^2}.$$

С помощью соотношений (5) и граничных условий получаем следующие выражения для амплитуд преломленных волн:

$$H_{2z}^\pm = \mp \frac{2}{\Delta_0} \{ \mu_1 k_x \zeta_1^\mp a_2^\mp H_x + i (\mu_1 k_x a_1^\mp - \mu_3 k_z) H_y \}, \quad (6)$$

где

$$\zeta_\pm = 1 + \frac{\varepsilon_1 k_{2z}^\pm}{\varepsilon_2 k_z},$$

$$\Delta_0 = (\mu_1 k_x a_1^+ - \mu_3 k_z) \zeta_+^+ a_2^+ - (\mu_1 k_x a_1^- - \mu_3 k_z) \zeta_-^- a_2^-. \quad (7)$$

Компоненты $H_{2x}^\pm$ и $H_{2y}^\pm$ определяются с помощью соотношений (5). Преломленные волны имеют эллиптическую поляризацию. Отношение полуосей эллипсов равно

$$\frac{|H_{2y}^\pm|}{|H_{2x}^\pm|} = \frac{|a_2^\pm k_{2z}^\pm|}{|a_1^\pm k_2^\pm|}$$

(H_{2x} — компонента поля, лежащая в плоскости падения). При $\vartheta = 0$ эллиптическая поляризация превращается в круговую.

Для отраженной волны получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 H_{1x} = \frac{1}{\Delta_0} \{ & [(\mu_1 k_x a_1^- - \mu_3 k_z) a_2^+ \zeta^+ + (\mu_1 k_x a_1^+ - \mu_3 k_z) a_2^- \zeta^-] H_x + \\
 & + 2i\mu_3 k_z (a_1^+ - a_1^-) H_y \}, \\
 H_{1y} = \frac{2}{\Delta_0} \{ & \left[\left(1 - \frac{\zeta^+}{2} \right) a_2^+ (\mu_1 k_x a_1^- - \mu_3 k_z) - \right. \\
 & \left. - \left(1 - \frac{\zeta^-}{2} \right) a_2^- (\mu_1 k_x a_1^+ - \mu_3 k_z) \right] H_y + i\mu_1 k_x a_2^+ a_2^- (\zeta^+ - \zeta^-) H_x \}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим отраженную волну в частном случае. Пусть в падающей волне $\vec{H} = \vec{H}(H_y)$, $H_x = H_z = 0$. Тогда для отраженной волны будем иметь

$$\begin{aligned}
 H_{1x} &= \frac{2i}{\Delta_0} \mu_3 k_z (a_1^+ - a_1^-) H_y, \\
 H_{1y} &= \frac{2}{\Delta_0} \left\{ \left[\left(1 - \frac{\zeta^+}{2} \right) a_2^+ (\mu_1 k_x a_1^- - \mu_3 k_z) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left(1 - \frac{\zeta^-}{2} \right) a_2^- (\mu_1 k_x a_1^+ - \mu_3 k_z) \right] H_y, \right. \quad (9)
 \end{aligned}$$

т. е. отраженная волна имеет эллиптическую поляризацию.

Обратимся опять к преломленным волнам. В ферромагнитных средах вектор гирации имеет большую величину. Для ферромагнетика, находящегося во внешнем постоянном магнитном поле $\vec{H}_0$ имеем [2]

$$\vec{g} = 4\pi\chi_0 \cdot \frac{\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{H}_0 \quad (10)$$

(вдали от резонанса). Здесь χ_0 — статическая магнитная восприимчивость, γ — магнитомеханическое отношение, ω — частота поля волны, $\omega_0 = \gamma H_0$. Вследствие сравнительно большой величины g показатели преломления преломленных волн заметно отличаются друг от друга и трансформации двух волн в одну [3] не просходит, преломленные волны идут в разных направлениях.

II. Рассмотрим случай, когда оптическая ось гиротропной среды совпадает с осью x . Тогда $\mu_{ik}^{(2)}$ будет иметь вид

$$\mu_{ik}^{(2)} = \begin{pmatrix} \mu_3 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & -ig \\ 0 & ig & \mu_2 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

1. Положим опять $\vec{k} = \vec{k}(k_x, k_z)$, $k_y = 0$. Для волновых векторов k_2^+ и k_2^- преломленных волн будем иметь

$$k_2^{\pm 2} = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \frac{\mu_2^2 + \mu_3^2}{2} + \frac{\mu_2 - \mu_3}{2\mu_2} k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_2 g^2}{2\mu_2} \pm$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{\mu_3 - \mu_2}{2\mu_2}\right)^2 \eta^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 g^2 \frac{\mu_2 + \mu_3}{2\mu_2^2} \eta + \frac{\omega^4}{c^4} \varepsilon_2 g^2 \left(\frac{g^2}{4\mu_2^2} + \frac{\mu_3}{\mu_2}\right)},$$

$$\eta = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_2 - k_x^2. \quad (12)$$

Направления распространения преломленных волн определяются с помощью соотношения

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta_2^{\pm}} = \frac{k_2^{\pm}}{k},$$

где θ и $\theta_2^{\pm}$ углы падения и преломления.

Между компонентами магнитного поля в преломленных волнах имеем следующие соотношения:

$$H_{2x}^{\pm} = - \frac{k_x k_{2z}^{\pm}}{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_3 - k_{2z}^{\pm 2}} H_{2z}^{\pm} = a_1^{\pm} H_{2z}^{\pm}, \quad (13)$$

$$H_{2y}^{\pm} = -i \frac{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 g}{k_2^{\pm 2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_2} \cdot H_{2z}^{\pm} = i a_2^{\pm} H_{2z}^{\pm}.$$

Для преломленных волн получаем

$$H_{2z}^{\pm} = \pm \frac{2}{\Delta_0} \{ \mu_1 k_x a_1^{\mp} \zeta^{\mp} H_x + i [\mu_1 k_x a_1^{\mp} - (\mu_2 - g a_2^{\mp}) k_z] H_y \},$$

где

$$\zeta^{\pm} = 1 + \frac{\varepsilon_1 k_{2z}^{\pm}}{\varepsilon_2 k_z}, \quad (14)$$

$$\Delta_0 = [\mu_1 k_x a_1^{+} - (\mu_2 - g a_2^{+}) k_z] a_2^{-} \zeta^{-} - [\mu_1 k_x a_1^{-} - (\mu_2 - g a_2^{-}) k_z] a_2^{+} \zeta^{+}.$$

Компоненты $H_{2x}^{\pm}$ и $H_{2y}^{\pm}$ определяются через соотношения (13). Преломленные волны имеют эллиптическую поляризацию.

Для отраженной волны получаем

$$H_{1x} = \frac{2}{\Delta_0} \{ (A^{+} - A^{-}) H_x + i k_z [g (a_1^{+} a_2^{-} - a_2^{+} a_1^{-}) + \mu_2 (a_1^{-} - a_1^{+})] H_y \},$$

$$A^{\pm} = \frac{1}{2} [\mu_1 k_x a_1^{\pm} + (\mu_2 - g a_2^{\pm}) k_z] a_2^{\mp} \zeta^{\mp},$$

$$H_{1y} = \frac{2}{\Delta_0} \{ (B^{+} - B^{-}) H_y + i \mu_1 k_x a_2^{+} a_2^{-} (\zeta^{-} - \zeta^{+}) H_x \}, \quad (15)$$

$$B^{\pm} = \mu_1 k_x a_1^{\pm} a_2^{\mp} \left(1 - \frac{\zeta^{\mp}}{2}\right) + \mu_2 k_x a_2^{\pm} \left(1 - \frac{\zeta^{\pm}}{2}\right) + \frac{1}{2} g a_2^+ a_2^- \zeta^{\pm} k_x.$$

Рассмотрим подробно отраженную волну, когда в подающей волне $\vec{H} = \vec{H}(H_y)$, $H_x = H_z = 0$. Для H_{1x} и H_{1y} будем иметь

$$H_{1x} = \frac{2i}{\Delta_0} k_z [g (a_1^+ a_2^- - a_2^+ a_1^-) + \mu_2 (a_1^- - a_1^+)] H_y,$$

$$H_{1y} = \frac{2}{\Delta_0} (B^+ - B^-) H_y. \quad (16)$$

Отраженная волна имеет эллиптическую поляризацию. В отличие от гиротропного диэлектрика [3], эллипс не сильно вытянут, т. к. в гиротропном ферродиелектрике g может иметь большую величину.

2. Рассмотрим теперь случай, когда оптическая ось гиротропной среды совпадает с осью x , а волновой вектор лежит в плоскости yz , т. е.

$$\vec{k} = \vec{k}(k_y, k_z), \quad k_x = 0.$$

Для волнового вектора в гиротропной среде получаем два значения

$$k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_2 \quad \text{и} \quad k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_2}{\mu_2} (\mu_2^2 - g^2). \quad (17)$$

Первому значению соответствует волна, для которой $\vec{H} = \vec{H}(H_x)$, а второму значению — волна, для которой $\vec{H} = \vec{H}(H_y, H_z)$, т. е. в этом случае имеем двойное лучепреломление [4].

Полученные формулы могут быть полезны для исследования анизотропных сред и, в частности, для определения параметров ферромагнитных веществ.

Автор благодарен О. С. Мергеляну за обсуждение результатов.

ЦНИ физико-техническая
лаборатория

Поступила 29 октября 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. О. С. Мергелян, Изв. АН АрмССР, серия физико-математическая, 15, № 6, 75, 1962.
2. Ферромагнитный резонанс. Под ред. С. В. Вонсовского, Физматгиз, М., 1961.
3. О. С. Ерицян, О. С. Мергелян, Изв. АН АрмССР, Физика, 2, 32 (1967).
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., 1959.

ՖՐԵՆԵԼԻ ԲԱՆԱԶԵՎԵՐԻ ԸՆԴՀԱՆՐԱՅՈՒՄԸ ԻԶՈՏՐՈՊ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ
ԵՎ ԳԻՐՈՏՐՈՊ ՖԵՐՐՈԴԻԵԼԵԿՏՐԻԿԻ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՍԱՀՄԱՆԻ ՀԱՄԱՐ

Հ. Ս. ԵՐԻՏՅԱՆ

Քննարկված է էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումն ու բեկումը իզո-
տրոպ միջավայրի և գիրոտրոպ ֆերրոդիէլեկտրիկի բաժանման սահմանի վրա: Մտացված
են Ֆրենելի բանաձևերն այն դեպքերի համար, երբ գիրոտրոպ միջավայրի օպտիկական
առանցքը ուղղահայաց է բաժանման սահմանին և երբ այդ սահմանին զուգահեռ է:

GENERALIZATION OF FRENEL'S FORMULAE FOR THE CASE OF INTERFACE BETWEEN AN ISOTROPIC MEDIUM AND A GIROTROPIC FERRODIELECTRIC

O. S. YERITSYAN

The reflection and the refraction of electromagnetic waves on a plane interface between isotropic and girotropic ferrodielectric media are considered. Fresnel's formulae are obtained for the cases when the optical axis of the girotropic medium is perpendicular, as well as parallel to the interface. Some particular cases are also considered.