

ОТРАЖЕНИЕ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ ОТ ПЛОСКИХ И ИЗОГНУТЫХ КРИСТАЛЛОВ ПРИ ТОЧЕЧНОМ ИСТОЧНИКЕ

А. Г. АКРИТОВ, П. А. БЕЗИРГАНЯН

Рассмотрено рассеяние рентгеновских лучей в плоских и изогнутых кристаллах при точечном источнике. Получены выражения интенсивности для волн, рассеянных в плоских и изогнутых кристаллах.

Доказано, что в отражении в обоих случаях фактически участвует только часть первой объемной зоны и размеры этой зоны в случае изогнутого кристалла больше, чем размеры соответствующей зоны плоского кристалла.

Все классические работы кинематической теории интерференции рентгеновских лучей как для плоских, так и для изогнутых кристаллов выполнены для случая плоской падающей волны в пренебрежении сферичностью рассеянных волн.

Так, например, в работах [1], [2], где исследована дифракция рентгеновских лучей в случае плоской падающей волны, расходимость первичного пучка учтена только при расчете интегральной интенсивности. Следовательно, в этих работах предполагалось, что расширение первичного пучка обусловлено только расходимостью его некогерентных лучей.

В работе [3] учтена сферичность падающих и рассеянных волн, но не получены окончательные формулы для расчета интенсивности рассеянных волн.

Далее, в работах [4]—[7] была исследована дифракция рентгеновских лучей на изогнутых кристаллах для случая первичной плоской волны в предположении, что все волны, рассеянные различными точками облучаемого объема в сторону точки наблюдения, параллельны.

Следовательно, в этих работах поставленные дифракционные задачи решены в первом приближении [8], которое для съемок, проведенных в естественных условиях, является очень грубым. Действительно, во-первых, падающую волну в облучаемом объеме можно считать плоской, если фазами, возникающими между волнами, рассеянными различными точками облучаемого объема в сторону точки наблюдения можно пренебречь из-за сферичности первичной волны.

В работе [8] доказано, что в плоских кристаллах этими добавочными фазами нельзя пренебречь. Здесь мы докажем, что такое пренебрежение недопустимо и в случае изогнутых кристаллов.

Разность фаз во втором приближении определяется соотношением

$$\varphi = k \left\{ \frac{r^2}{2R^2} - \frac{[rs_0]^2}{2R^2} \right\},$$

где R — расстояние точки фокуса рентгеновской трубки от начала координат, \vec{r} — векторное расстояние рассеивающего атома от начала координат, \vec{s}_0 — единичный вектор векторного расстояния точки фокуса от начала координат, k — волновое число.

Так как в изогнутых кристалл-анализаторах размеры рассеивающего объема порядка 1 см^3 , то $\varphi > \frac{\pi}{2}$, и, следовательно, величиной φ нельзя пренебречь.

Во-вторых, аналогичными рассуждениями можно убедиться также и в том, что для идеальных изогнутых кристалл-анализаторов рассеянную волну нельзя считать плоской.

Исследуем отражение рентгеновских лучей от плоских и изогнутых кристаллов при точечном источнике.

§ 1. Рассеяние рентгеновских лучей в плоских кристаллах при точечном источнике

Допустим, что рентгеновская монохроматическая волна из точечного источника F_1 падает на плоский кристалл, отражающие плоскости которого параллельны поверхности кристалла, и мы исследуем интенсивность рассеяния в точке F_2 (рис. 1).

Если предполагать, что размеры отражающей плоскости много больше размеров первой зоны Френеля, то амплитуда суммарной волны, отраженной от первой плоскости, будет равна половине амплитуды волны, отраженной от первой зоны Френеля.

В рассматриваемом случае площадь первой зоны на первой отражающей плоскости будет

$$S_1 = \frac{\pi R \lambda}{2 \sin \theta} \quad (1.1)$$

Следовательно, для амплитуды волны, отраженной от первой плоскости (если амплитуда первичной волны на равном единиче расстоянии от источника F_1 равна единице) получим

$$g_1 = -i \frac{1}{2} \frac{n A \lambda}{R \sin \theta} \quad (1.2)$$

где n — число атомов на единицу площади,

$A = -f \frac{l^2}{mc^2}$ — амплитуда волны, рассеянной одним атомом на единичном расстоянии от атома, λ — длина рассеянной волны.

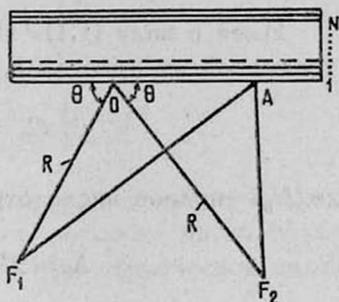


Рис. 1. К расчету размеров первой зоны первой плоскости.

Аналогично для площади первой зоны Френеля на плоскости номера N и для амплитуды волны, рассеянной от этой же плоскости, получим (рис. 2)

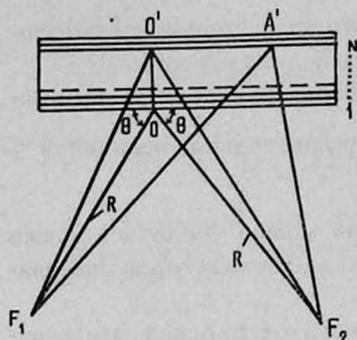


Рис. 2. К расчету размеров первой зоны N -ой плоскости.

$$S_N = \frac{\pi \lambda}{2R} \frac{\left[1 + \frac{l \sin \theta}{R} + \frac{l^2 \cos^2 \theta}{R^2} \right]^{3/2}}{\left[\sin^2 \theta + \frac{l \sin \theta}{R} + \frac{l^2 \cos^2 \theta}{R^2} \right]^{1/2}}, \quad (1.3)$$

$$g_N = -i \frac{1}{2} \frac{nA\lambda}{R} \times \frac{\left[1 + \frac{l \sin \theta}{R} + \frac{l^2 \cos^2 \theta}{R^2} \right]^{3/2}}{\left[\sin^2 \theta + \frac{l \sin \theta}{R} + \frac{l^2 \cos^2 \theta}{R^2} \right]^{1/2}}. \quad (1.4)$$

Разность хода в точке наблюдения F_2 между волнами, отраженными от точек O и O' (рис. 2), будет

$$\Delta_N = 2R_N - 2R = 2R \sqrt{1 + \frac{2l \sin \theta}{R} + \frac{l^2}{R^2}} - 2R. \quad (1.5)$$

Имея в виду (1.1)–(1.5), выражение амплитуды суммарной волны, отраженной от кристалла, можем написать в следующем виде

$$G_0 = \sum_{j=1}^{N_0} g_j \exp \{ -i \Delta_j \}, \quad (1.6)$$

где N_0 — полное число отражающих плоскостей,

$$\Delta_j = 2R \left[1 + \frac{2jd \sin \theta}{R} + \frac{(jd)^2}{R^2} \right]^2,$$

где d — межплоскостное расстояние отражающих плоскостей.

Если в первом приближении в выражении (1.4) пренебречь членами, содержащими l и l^2 , то для амплитуды волны, отраженной от одной плоскости, получим

$$g_N = g_{N-1} = \dots = g_1 = -i \frac{1}{2} \frac{nA\lambda}{R \sin \theta}.$$

Выражение (1.5) с достаточной точностью можно привести к виду

$$\Delta_N = 2l \sin \theta + \frac{l^2 \cos^2 \theta}{R}, \quad \text{где } l = jd.$$

Тогда для амплитуды суммарной волны получим

$$G_0 = -i \frac{nA\lambda}{2R \sin \theta} \sum_{j=1}^{N_0} \exp \left\{ -ik \left[2l \sin \theta + \frac{l^2 \cos^2 \theta}{R} \right] \right\}. \quad (1.7)$$

Если выполняется условие отражения $2d \sin \theta = m\lambda$, то последнее выражение амплитуды примет следующий вид

$$G_0 = -i \frac{nA\lambda}{2R \sin \theta} \sum_{j=1}^{N_0} \exp \left\{ -ik \left[\frac{l^2 \cos^2 \theta}{R} \right] \right\}.$$

Сумму

$$\sum_{j=1}^{N_0} \exp \left\{ -ik \left[\frac{l^2 \cos^2 \theta}{R} \right] \right\}$$

можно заменить интегралом

$$n_1 \int_0^L \exp \left\{ -ik \left[\frac{l^2 \cos^2 \theta}{R} \right] \right\} dl,$$

где n_1 — число отражающих плоскостей, проходящих через единицу длины (в направлении нормали этих плоскостей),

L — толщина кристалла.

Тогда для суммарной амплитуды получим

$$G_0 = -i \frac{n_0 A \lambda}{2R \sin \theta} \int_0^L \exp \left\{ -ik \left[\frac{l^2 \cos^2 \theta}{R} \right] \right\} dl, \quad (1.8)$$

где $n_0 = n \cdot n_1$ — число атомов в единице объема.

Если толщина кристалла L много больше размеров первой зоны Френеля, то пределы интеграла в выражении (1.8) можно взять от 0 до ∞ .

$$\int_0^{\infty} \exp \left\{ -ik \left[\frac{l^2 \cos^2 \theta}{R} \right] \right\} dl = \frac{\sqrt{R\lambda}}{L \cos \theta} [1 - i].$$

Таким образом, окончательно для амплитуды суммарной волны, отраженной от плоского кристалла, размеры которого много больше размеров первой объемной зоны Френеля [9], при сферической падающей волне получим

$$G_0 = \frac{n_0 A \lambda^{3/2}}{4R^{1/2} \sin 2\theta} [1 - i]. \quad (1.9)$$

Из полученного результата (1.9) можно сделать следующие важные выводы:

1. При сферической падающей волне, когда нельзя пренебречь сферичностью отраженных волн и размеры кристалла значительно превышают размеры первой зоны Френеля, дальнейшее увеличение размеров кристалла не увеличивает интенсивность отраженных волн.

2. Максимальная интенсивность рассеянных волн получается в случае, когда размеры кристалла равны размерам первой зоны.

3. Когда размеры кристалла близки к размерам первой зоны, при увеличении этих размеров величина интенсивности совершает затухающие колебания, стремясь к постоянному значению.

Эти выводы не следуют из кинематической теории Лауэ.

К этим выводам мы пришли в первом приближении, т. е. пренебрегая в выражении амплитуды (1.7) членами, содержащими величины

l и l^2 . Однако нетрудно убедиться в том, что учет этих членов ничего нового не дает, так как они достаточно малы по сравнению с единицей.

Действительно, учет членов, содержащих l в первой степени, для амплитуды суммарной волны приведет к следующему выражению

$$G_0 = G_1 + B \int_0^l l \exp \left\{ -ik \frac{l^2 \cos^2 \theta}{R} \right\} dl, \quad (1.10)$$

где

$$B = -i \frac{n_0 A \lambda}{4R \sin \theta} \left[3 \sin \theta + \frac{1}{\sin^2 \theta} \right].$$

Так как в пределах интегрирования $l < 1$, то в правой части выражения (1.10) второй член по крайней мере на два порядка меньше, чем первый, следовательно этим членом можно пренебречь.

§ 2. Отражение рентгеновских лучей от изогнутого кристалла при точечном источнике

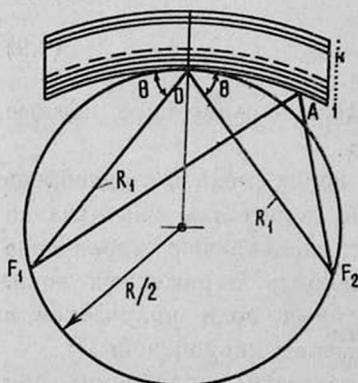
Пусть, как в предыдущем случае, рентгеновская монохроматическая волна из точечного источника F_1 падает на изогнутый кристалл и исследуется интенсивность рассеяния в точке F_2 (рис. 3). F_1 и F_2 расположены на круге Роуанда ($OF_1 = OF_2 = R_1$).

Для площади первой зоны Френеля на первой изогнутой плоскости имеем

$$S_1 = \pi ab, \quad (2.1)$$

где

$$a = \frac{RV\lambda \sqrt{-CD \mp \frac{2C^2D^2 - 4AB^2D + 2B^2D^3}{\sqrt{C^2D^2 - 4AB^2D^2 + B^2D^2 - 4B^2}}}}{B},$$



$$b = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}}.$$

A , B , C и D определяются из соотношений

$$A = R^2 (1 - \sin^2 \theta),$$

$$B = 2R^2 \sin^2 \theta,$$

$$C = 2R^2 \sin \theta \cos \theta,$$

$$D = 2R \sqrt{1 + \sin^2 \theta - \sin 2\theta}.$$

Рис. 3. К расчету размеров первой зоны первой изогнутой плоскости.

амплитуда падающей волны на единичном расстоянии от источника F_1 равна единице), равна

Если размеры отражающих плоскостей много больше размеров первой зоны, то амплитуда волны, отраженной от первой изогнутой плоскости (если амплитуда падающей волны на единичном расстоянии от источника

$$g_1 = -i \frac{\sin \theta A}{\pi R_1^2}, \quad (2.2)$$

где n и A имеют прежние значения (§ 1).

Как и в случае плоского кристалла, нетрудно убедиться в том, что размеры зон различных отражающих плоскостей данной системы различаются незначительно (рис. 4).

Если пренебречь этим различием, то для амплитуды суммарной волны, отраженной от изогнутого кристалла получим

$$G_0 = -\frac{i}{\pi} \frac{S_1 n_0 A}{R_1^2} \int_0^L \exp\left\{-ik \frac{l^2 \cos^2 \theta}{R}\right\} dl, \quad (2.3)$$

где $L = N_0 d$ — толщина кристалла,
 N_0 — число отражающих плоскостей,

d — межплоскостное расстояние,

n_0 — число атомов в единице объема,

$$l = md.$$

Когда толщина кристалла много больше первой линейной зоны Френеля, для суммарной амплитуды волны, отраженной от изогнутого кристалла, получим

$$G_0 = -i \frac{S_1 n_0 A}{R_1^2 \pi^2} \frac{\sqrt{2R_1 \lambda}}{L \cos \theta} [1 - i]. \quad (2.4)$$

Сравнивая результаты этого параграфа с результатами предыдущего, можно сделать следующие выводы:

1. В отражении, как и в случае плоского кристалла, фактически участвует только часть первой объемной зоны Френеля.

2. Размеры первой объемной зоны Френеля изогнутого кристалла больше, чем размеры первой объемной зоны плоского кристалла, только в одном направлении — по дуге кругового сечения. В направлениях же образующих и толщины изогнутого кристалла размеры первой зоны те же самые, что и в случае плоского кристалла.

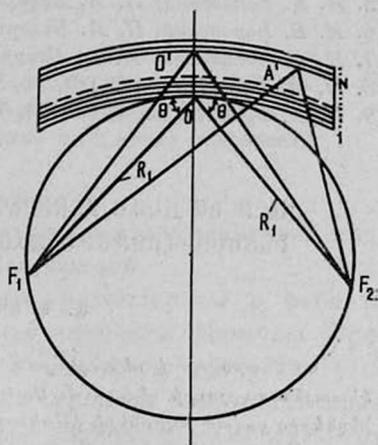


Рис. 4. К расчету размеров первой зоны N -ой изогнутой плоскости.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М. Лауе, Rontgenstrahlinterferenzen, Leipzig (1948).
2. А. Комптон и С. Алисон, Рентгеновские лучи, теория и эксперимент, Л.—М. (1941).
3. П. А. Безирганян, И. Б. Боровский, Изв. АН АрмССР, 13, 121 (1960).
4. И. Б. Боровский, П. А. Безирганян, ДАН СССР, 88, 639 (1953).
5. И. Б. Боровский, П. А. Безирганян, ДАН СССР, 88, 769 (1953).
6. И. Б. Боровский, П. А. Безирганян, ДАН СССР, 92, 1129 (1953).
7. И. Б. Боровский, П. А. Безирганян, Научные труды ЕГУ, 48, 80 (1955).
8. П. А. Безирганян, ЖТФ, 34, 563 (1964).
9. П. А. Безирганян, ЖТФ, 34, 753 (1964).

ՀԱՐԹ ԵՎ ՃԿԱԾ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ ՑՐՎԱԾ ՌԵՆՏԳԵՆԵՅԱՆ ԱՎԻՔՆԵՐԻ
ԻՆՏԵՆՍԻՎՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎՈՒՄԸ ԿԵՏԱՅԻՆ ԱՂԲՅՈՒՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա. Գ. ԱԿՐԻՏՈՎ, Պ. Հ. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ

Քննարկված է ռենտգենյան ճառագայթների ցրումը հարթ և ճկած բյուրեղներում կետային աղբյուրի դեպքում: Ստացված են արտահայտություններ հարթ և ճկած բյուրեղներից ցրված ալիքների ինտենսիվությունների համար:

Ապացուցված է, որ երկու դեպքում էլ անդրադարձմանը փաստորեն մասնակցում է առաջին ծավալային դոնայի մի մասը, և այդ դոնայի չափերը ճկած բյուրեղի դեպքում ավելի մեծ են, քան հարթ բյուրեղի դեպքում:

REFLECTION OF X-RAYS FROM PLANE AND BENT CRYSTALS IN CASE OF A POINT-SOURCE

A. G. AKRITOV and P. H. BEZIRGANIAN

The intensity of reflected X-rays from plane and bent crystals in case of a point-source is considered. Expressions for the intensity of the waves reflected from plane and bent crystals are obtained. It is shown that in both cases the reflection takes place only from a part of the first stereozone, and that the dimensions of this zone in case of a bent crystal are greater than of a plane crystal.