

ИНВАРИАНТНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ
БЕЗ ПОТЕНЦИАЛОВ

Р. В. ТЕВИКЯН

В настоящей работе исследуется система скалярных полей, взаимодействующих через поле Янга-Миллса, в предположении, что каждая частица обладает как электрическим, так и магнитным зарядами. Построена квантовая электродинамика с магнитным монополем и рассмотрено электромагнитное взаимодействие заряженных векторных бозонов.

1. Введение

В работе Манделстама [1] была дана формулировка квантовой электродинамики без потенциалов.

В дальнейшем Финкельштейн [2] обобщил результаты Манделстама и показал, что и в общем случае, когда взаимодействие осуществляется через поле Янга-Миллса [3, 4], потенциалы можно исключить.

В настоящей работе рассматривается система скалярных полей, взаимодействующих через поле Янга-Миллса в предположении, что частицы являются носителями двух зарядов, электрического и магнитного.

Построена квантовая электродинамика с магнитным монополем. Исследуется электромагнитное взаимодействие векторных бозонов.

2. Поле Янга-Миллса

Рассмотрим систему взаимодействующих полей: скалярные поля

$$\varphi^A(x), \quad (A=1, 2, \dots, N), \quad (1)$$

и поле Янга-Миллса, заданного потенциалами

$$A_\mu^a(x), \quad (a=1, 2, \dots, n). \quad (2)$$

Соответствующий лагранжиан инвариантен относительно преобразований

$$\begin{aligned} \delta\varphi^A(x) &= -iT_{ab}^A \varepsilon^a(x) \varphi^B(x), \\ \delta A_\mu^a(x) &= f_{bc}^a \varepsilon^b(x) A_\mu^c(x) - \frac{1}{e} \partial_\mu \varepsilon^a(x), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\varepsilon^a(x)$ — произвольная бесконечно малая функция, а T_{ab}^A — матричные элементы операторов, удовлетворяющих соотношениям коммутации

$$[T_a, T_b] = if_{ab}^c T_c, \quad (4)$$

$$f_{ab}^c = -f_{ba}^c, \quad f_{ab}^m f_{mc}^i + f_{bc}^m f_{ma}^i + f_{ca}^m f_{mb}^i = 0.$$

Введем матричные обозначения

$$A_\mu(x) = T_a A_\mu^a(x).$$

Совокупность скалярных полей $\varphi^A(x)$ представим в виде матрицы с одним столбцом $\varphi(x)$.

Введем новую волновую функцию

$$\Phi(x, P) = U(x, P) \varphi(x), \quad (5)$$

зависящую от x и от пути P , простирающегося от $-\infty$ до точки x . Для определения $U(x, P)$ мы поступим следующим образом [2]. С помощью точек $\dots, s_n, \dots, s_1$ разобьем интервал $-\infty \div x$ на бесконечно малые элементы Δs_l вдоль P с конечной точкой x .

Каждому интервалу сопоставим величину

$$U(s_l) = \exp[-ie A_\mu(s_l) \Delta s_l^\mu]. \quad (6)$$

Функцию $U(x, P)$ определим соотношением

$$U(x, P) = \lim \dots U(s_n) \dots U(s_r) U(s_1)$$

и запишем так:

$$U(x, P) = \exp \left[-ie \int_{-\infty}^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu \right], \quad (7)$$

$$U^{-1}(x, P) = \exp \left[-ie \int_x^{-\infty} A_\mu(\xi) d\xi^\mu \right].$$

Дифференцирование по конечной точке ∂_μ совпадает с калибровочно-инвариантным дифференцированием по Манделстаму

$$\partial_\mu U = -ie U A_\mu, \quad \partial_\mu U^{-1} = ie A_\mu U^{-1}. \quad (8)$$

Тензору напряженности поля Янга-Миллса

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ie [A_\mu, A_\nu] \quad (9)$$

сопоставим величину

$$F_{\mu\nu}(x, P) = U(x, P) F_{\mu\nu}(x) U^{-1}(x, P), \quad (10)$$

которая удовлетворяет уравнению

$$\partial_\alpha F_{\mu\nu} + \partial_\nu F_{\alpha\mu} + \partial_\mu F_{\nu\alpha} = 0. \quad (11)$$

Зависимость введенных функций от пути можно определить, задавая соответствующие вариации

$$\delta_z \Phi(x, P) = -ie F_{\mu\nu}(z, P') \Phi(x, P) \sigma^{\mu\nu},$$

$$\delta_z F_{\alpha\beta}(x, P) = -ie [F_{\mu\nu}(z, P'), F_{\alpha\beta}(x, P)] \sigma^{\mu\nu}, \quad (12)$$

где P' — часть пути P с конечной точкой z .

При конечной вариации пути получим

$$\Phi(x, P_1) = \exp \left[-ie \int F_{\mu\nu} d\sigma^{\mu\nu} \right] \Phi(x, P), \quad (13)$$

где интегрирование производится по любой поверхности, ограниченной контуром $P_1 - P$.

Так как волновая функция не зависит от поверхности, следовательно

$$\exp \left[-ie \int_S F_{\mu\nu} d\sigma^{\mu\nu} \right] = 1 \quad (14)$$

при интегрировании по произвольной замкнутой поверхности S . Используя теорему Гаусса, можно убедиться, что в силу (11) соотношение (14) выполняется.

Одно из основных соотношений работы Финкельштейна [2] (ф. 13, 4) неверно, так как указанная формула противоречит (14).

Функция Лагранжа равна

$$L = (\partial_\mu \Phi^\dagger) (\partial^\mu \Phi) - \Phi^\dagger m^2 \Phi - \frac{1}{4} \text{Tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (15)$$

где $\text{Tr} 1 = 1$. Из лагранжиана получим следующие уравнения движения

$$\begin{aligned} \partial_\mu \partial^\mu \Phi + m^2 \Phi &= 0, & \partial_\mu \partial^\mu \Phi^\dagger + \Phi^\dagger m^2 &= 0, \\ \partial^\nu F_{\mu\nu} &= e I_\mu, & \partial^\nu F_{\mu\nu}^* &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где $F_{\mu\nu}^*$ — тензор дуально сопряженный $F_{\mu\nu}$. Ток I_μ равен

$$\begin{aligned} I_\mu &= -i [(\partial_\mu \Phi^\dagger) \times \Phi - \Phi^\dagger \times (\partial_\mu \Phi)], \\ \Phi_1^\dagger \times \Phi_2 &= N_a (\Phi_1^\dagger N^a \Phi_2), \quad N_a = U T_a U^{-1}. \end{aligned} \quad (17)$$

Сохраняющийся ток равен

$$J_\mu(x) = U^{-1} I_\mu U + i[A^\nu, F_{\mu\nu}]. \quad (18)$$

Для тензора энергии-импульса имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}(x) &= (\partial_\mu \Phi^\dagger) (\partial_\nu \Phi) + (\partial_\nu \Phi^\dagger) (\partial_\mu \Phi) - g_{\mu\nu} (\partial_\alpha \Phi^\dagger) (\partial^\alpha \Phi) + \\ &+ g_{\mu\nu} \Phi^\dagger m^2 \Phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \text{Tr} (F_{\mu\alpha} F^{\beta\alpha} + F_{\mu\alpha}^* F^{*\beta\alpha}). \end{aligned} \quad (19)$$

3. Обобщение

Теперь рассмотрим тот случай, когда каждая частица обладает двумя зарядами, электрическим и магнитным. Посмотрим, как изменяются формулы параграфа 2 при таком предположении.

В этом случае уравнения (16) примут вид

$$\partial^\nu F_{\mu\nu} = eI_\mu, \quad \partial^\nu F_{\mu\nu}^* = gI_\mu. \quad (20)$$

Зависимость введенных функций от пути определим соотношениями

$$\begin{aligned} \delta_z \Phi(x, P) &= -i [eF_{\mu\nu}(z, P') + gF_{\mu\nu}^*(z, P')] \Phi(x, P) \sigma^{\mu\nu}, \\ \delta_z F_{\alpha\beta}(x, P) &= -i [eF_{\mu\nu}(z, P') + gF_{\mu\nu}^*(z, P')] F_{\alpha\beta}(x, P) \sigma^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (21)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} eF_{\mu\nu}(x, P) + gF_{\mu\nu}^*(x, P) &= h\gamma_{\mu\nu}(x, P), \\ eF_{\mu\nu}^*(x, P) - gF_{\mu\nu}(x, P) &= h\gamma_{\mu\nu}^*(x, P), \\ e^2 + g^2 &= h^2, \quad e = h \cos \theta, \quad g = h \sin \theta, \end{aligned} \quad (22)$$

где θ — угол поворота в дуальном пространстве.

Функции $\gamma_{\mu\nu}$ удовлетворяют уравнениям

$$\partial^\nu \gamma_{\mu\nu}(x, P) = hI_\mu, \quad \partial^\nu \gamma_{\mu\nu}^*(x, P) = 0, \quad (23)$$

и, следовательно, их можно выразить с помощью потенциала C_μ и заряда h по формуле, аналогичной (10). Уравнения движения можно получить с помощью лагранжиана

$$L = (\partial_\mu \Phi)^\dagger (\partial^\mu \Phi) - \Phi^\dagger m^2 \Phi - \frac{1}{4} \text{Tr} \gamma_{\mu\nu} \gamma^{\mu\nu}. \quad (24)$$

В рассмотренном случае величины электрического и магнитного зарядов произвольны. Наиболее естественным является предположение, что электрический и магнитный заряды являются скалярами.

4. Квантовая электродинамика с магнитным монополем

В работе Дирака [5] рассматривалась возможность построения квантовой механики с магнитным монополем. Ниже будет показано, что теория Дирака не описывает магнитный монополю. В дальнейшем Кабиббо и Феррари [6] исследовали квантовую электродинамику с магнитным монополем. Но, как было указано ранее автором [7], последняя работа не верна.

Уравнения Максвелла при наличии магнитного монополя имеют следующий вид:

$$\partial^\nu F_{\mu\nu} = eJ_\mu, \quad \partial^\nu F_{\nu\mu}^* = gJ_\mu, \quad (25)$$

где $F_{\mu\nu}$ — тензор напряженности электромагнитного поля. Введем функцию $D(x)$, удовлетворяющую уравнению

$$\partial^2 \partial_\alpha D(x) = \delta(x). \quad (26)$$

Используя уравнение (26), после интегрирования по частям получим

$$eF_{\mu\nu}(x) + gF_{\mu\nu}^*(x) = - \int \partial_\alpha [eF_{\mu\nu}(x+y) + gF_{\mu\nu}^*(x+y)] \cdot \partial^2 D(y) dy. \quad (27)$$

В правой части (27) произведем замену с помощью уравнений (25), представленных в виде

$$\begin{aligned}\partial_\alpha F_{\mu\nu} + \partial_\nu F_{\alpha\mu} + \partial_\mu F_{\nu\alpha} &= g\varepsilon_{\alpha\mu\nu\tau} J^\tau, \\ \partial_\alpha F_{\mu\nu}^* + \partial_\nu F_{\alpha\mu}^* + \partial_\mu F_{\nu\alpha}^* &= -e\varepsilon_{\alpha\mu\nu\tau} I^\tau,\end{aligned}\quad (28)$$

и, вводя обозначения

$$\begin{aligned}A_\mu(x) &= -\int \partial^\nu F_{\mu\nu}(x+y) D(y) dy + \frac{e}{h} \int \partial^\nu [F_{\mu\nu}(x+y) D(y)] dy, \\ B_\mu(x) &= -\int \partial^\nu F_{\mu\nu}^*(x+y) D(y) dy + \frac{g}{h} \int \partial^\nu [F_{\mu\nu}^*(x+y) D(y)] dy,\end{aligned}\quad (29)$$

получим

$$\begin{aligned}F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial^\alpha B^\beta, \\ F_{\mu\nu}^* &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu + \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial^\alpha A^\beta.\end{aligned}\quad (30)$$

Тензор $F_{\mu\nu}$ связан с $F_{\mu\nu}$ дуальным поворотом

$$\begin{aligned}hF_{\mu\nu} &= eF_{\mu\nu} + gF_{\mu\nu}^*, \\ hF_{\mu\nu}^* &= eF_{\mu\nu}^* - gF_{\mu\nu},\end{aligned}\quad (31)$$

$$h^2 = e^2 + g^2, \quad e = h \cos \theta, \quad g = h \sin \theta,$$

где θ — угол поворота в дуальном пространстве.

Формулы (29) являются обобщением соответствующей формулы в работе [8]. Операторные условия Лоренца выполняются тождественно

$$\partial^\mu A_\mu = 0, \quad \partial^\mu B_\mu = 0. \quad (32)$$

Функция Лагранжа квантовой электродинамики с магнитным монополем имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}L &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{i}{2} [\bar{\Psi}_1 \gamma^\mu (\partial_\mu - ieA'_\mu) \Psi_1 - (\partial_\mu + ieA'_\mu) \bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \Psi_1] - \\ &- m_1 \bar{\Psi}_1 \Psi_1 + \frac{i}{2} [\bar{\Psi}_2 \gamma^\mu (\partial_\mu - igB'_\mu) \Psi_2 - (\partial_\mu + igB'_\mu) \bar{\Psi}_2 \gamma^\mu \Psi_2] - m_2 \bar{\Psi}_2 \Psi_2.\end{aligned}\quad (33)$$

Потенциалы A'_μ и B'_μ связаны с A_μ и B_μ соотношениями

$$A'_\mu = \frac{e^2 - g^2}{e^2 + g^2} A_\mu + \frac{2eg}{e^2 + g^2} B_\mu, \quad B'_\mu = \frac{2eg}{e^2 + g^2} A_\mu - \frac{e^2 - g^2}{e^2 + g^2} B_\mu. \quad (34)$$

Из лагранжиана (33) получим следующие уравнения движения:

$$\partial^\nu F_{\mu\nu} = e\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu \Psi_1, \quad \partial^\nu F_{\mu\nu}^* = g\bar{\Psi}_2 \gamma_\mu \Psi_2, \quad (35)$$

$$i\gamma^\mu (\partial_\mu - ieA'_\mu) \Psi_1 - m_1 \Psi_1 = 0, \quad i\gamma^\mu (\partial_\mu - igB'_\mu) \Psi_2 - m_2 \Psi_2 = 0.$$

Свободное электромагнитное поле квантуется согласно соотношению

$$[F_{\mu\nu}(x), F_{\alpha\beta}(x')] = [F_{\mu\nu}(x), F_{\alpha\beta}(x')] = \\ = -i(g_{\mu\alpha}\partial_\nu\partial_\beta - g_{\mu\beta}\partial_\nu\partial_\alpha - g_{\nu\alpha}\partial_\mu\partial_\beta + g_{\nu\beta}\partial_\mu\partial_\alpha)\Delta_0(x-x'). \quad (36)$$

Для произвольной функции $f(x)$, удовлетворяющей таким асимптотическим условиям, при которых

$$\int \partial^\mu [f(x+y)\partial_\mu D(y)] dy = 0,$$

имеем [8]

$$\partial_\mu^{-1} f(x) = - \int f(x+y)\partial_\mu D(y) dy. \quad (37)$$

Используя соотношения коммутации (36) и формулы (29) и (37), получим

$$[A_\mu(x), A_\nu(x')] = i \frac{e^2}{e^2 + g^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu\partial_\nu}{\square} \right) \Delta_0(x-x'), \\ [B_\mu(x), B_\nu(x')] = i \frac{g^2}{e^2 + g^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu\partial_\nu}{\square} \right) \Delta_0(x-x'), \quad (38) \\ [A_\mu(x), B_\nu(x')] = i \frac{eg}{e^2 + g^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu\partial_\nu}{\square} \right) \Delta_0(x-x').$$

Из (34) и (38) следует

$$\langle T(A'_\mu(x) A'_\nu(x')) \rangle_0 = i \frac{e^2}{e^2 + g^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu\partial_\nu}{\square} \right) \Delta_0^c(x-x'), \\ \langle T(B'_\mu(x) B'_\nu(x')) \rangle_0 = i \frac{g^2}{e^2 + g^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu\partial_\nu}{\square} \right) \Delta_0^c(x-x'), \quad (39) \\ \langle T(A'_\mu(x) B'_\nu(x')) \rangle_0 = i \frac{eg}{e^2 + g^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu\partial_\nu}{\square} \right) \Delta_0^c(x-x').$$

Соответствующие соотношения для свободных спинорных полей очевидны, следовательно, мы легко можем построить S -матрицу.

Используя только уравнения Максвелла, было показано [5, 9], что константы e и g связаны соотношением

$$eg = 2\pi n, \quad (40)$$

где n — произвольное целое число. Электрическая константа связи, согласно (39), равна

$$\frac{e^4}{4\pi(e^2 + g^2)} = \frac{1}{137}. \quad (41)$$

Из соотношений (40), (41) и (39) следует, что константы связи монополь-монополь и монополь-электрон соответственно равны

$$\frac{g^4}{4\pi(e^2 + g^2)} \approx 2,04 \cdot n^{4/3}, \quad \frac{e^2 g^2}{4\pi(e^2 + g^2)} \approx 0,122 \cdot n^{2/3}. \quad (42)$$

Вполне аналогично можно рассмотреть более общую систему, состоящую из электромагнитного поля $F_{\mu\nu}$ и n спинорных полей Ψ_i , соответствующих частицам с электрическим и магнитным зарядами e_i и g_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Функция Лагранжа для указанной системы имеет вид

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{i}{2} \sum_i \left\{ \bar{\Psi}_i \gamma^\mu (\partial_\mu - ie_i A'_{\mu i} - ig_i B'_{\mu i}) \Psi_i - (\partial_\mu + ie_i A'_{\mu i} + ig_i B'_{\mu i}) \bar{\Psi}_i \cdot \gamma^\mu \Psi_i \right\} - \sum_i m_i \bar{\Psi}_i \Psi_i. \quad (43)$$

Введем обозначения

$$e = \sum_i e_i, \quad g = \sum_i g_i.$$

Имеем

$$e_i A'_{\mu i} + g_i B'_{\mu i} = (\alpha e_i + \beta g_i) A_\mu + (\beta e_i - \alpha g_i) B_\mu, \quad (44)$$

$$\alpha = \frac{e^2 - g^2}{e^2 + g^2}, \quad \beta = \frac{2eg}{e^2 + g^2}.$$

Из лагранжиана (43) получим следующие уравнения движения:

$$\partial^\nu F_{\mu\nu} = \sum_i e_i \bar{\Psi}_i \gamma^\mu \Psi_i, \quad \partial^\nu F_{\mu\nu}^* = \sum_i g_i \bar{\Psi}_i \gamma^\mu \Psi_i, \quad (45)$$

$$i\gamma^\mu (\partial_\mu - ie_i A'_{\mu i} - ig_i B'_{\mu i}) \Psi_i - m_i \Psi_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Для потенциалов A_μ и B_μ справедливы соотношения коммутации (38).

Существование монополя приводит к замене группы симметрии сильных взаимодействий $SU(3)$ на группу $SU(4)$, где сохраняющимися величинами являются электрический заряд, магнитный заряд и гиперзаряд. Группа $SU(4)$ является физической группой, в которой кварки обладают целыми зарядами [10].

При прохождении через вещество монополь, согласно (42), производит примерно такую же ионизацию, как ядро атома с $Z = 17$.

5. Об электромагнитном взаимодействии заряженных векторных бозонов

Функция Лагранжа поля заряженных векторных бозонов имеет следующий вид:

$$L = -\frac{1}{2} H_{\mu\nu} \dot{H}^{\mu\nu} + m^2 U_\mu \dot{U}^\mu, \quad (46)$$

где $\dot{H}_{\mu\nu}$ — поле, комплексно сопряженное $H_{\mu\nu}$.

Из лагранжиана (46) следуют уравнения движения и операторное условие Лоренца

$$\partial^\nu H_{\mu\nu} - m^2 U_\mu = 0, \quad \partial^\mu U_\mu = 0. \quad (47)$$

Поле U_μ описывает частицу со спином 1 и одну частицу со спином 0. Тензор $H_{\mu\nu}$ описывает только частицу со спином 1.

По этой причине при квантовании в качестве основной величины, описывающей поле, мы будем принимать $H_{\mu\nu}$. Из лагранжиана (46), методом Пайерлса [11], можно определить значение коммутатора для $H_{\mu\nu}$. При этом мы получим

$$[H_{\mu\nu}(x), \dot{H}_{\alpha\beta}^*(x')] = -i r_{\mu\nu\alpha\beta} \Delta(x - x'),$$

$$r_{\mu\nu\alpha\beta} = g_{\mu\alpha} \partial_\nu \partial_\beta - g_{\mu\beta} \partial_\nu \partial_\alpha - g_{\nu\alpha} \partial_\mu \partial_\beta + g_{\nu\beta} \partial_\mu \partial_\alpha, \quad (48)$$

где $\Delta(x - x')$ — перестановочная функция Паули-Йордана.

Остальные коммутаторы равны нулю.

Из (48) следует

$$\langle H_{\mu\nu}(x) \dot{H}_{\alpha\beta}^*(x') \rangle_0 = -i r_{\mu\nu\alpha\beta} \Delta^{(-)}(x - x'). \quad (49)$$

Аналогично соотношению (29) в рассматриваемом случае будем иметь

$$U'_\mu(x) = \int H_{\mu\nu}(x + y) \partial^\nu D(y) dy,$$

$$H_{\mu\nu} = \partial_\mu U'_\nu - \partial_\nu U'_\mu. \quad (50)$$

Из представления (50) следует, что операторное дополнительное условие $\partial^\mu U'_\mu = 0$ для функции U'_μ выполняется тождественно в силу антисимметрии $H_{\mu\nu}$.

Функция U'_μ не зависит от выбора вида решения уравнения (26), так как имеем

$$\int H_{\mu\nu}(x + y) \partial^\nu D_0(y) dy = 0,$$

$$\partial^\nu \partial_\nu D_0(x) = 0. \quad (51)$$

Таким образом, волновая функция $U'_\mu(x)$, для которой в силу (50) тождественно выполняется операторное условие Лоренца, описывает чистое поле частиц только со спином 1.

Из уравнения (47) получим

$$\partial^\nu H_{\mu\nu} - m^2 U'_\mu = 0. \quad (52)$$

Для устранения расходимостей, как видно будет из дальнейшего достаточно причинную функцию Грина $\Delta^c(x)$ заменить на регуляризованную функцию $\Delta'^c(x)$. В импульсном представлении будем иметь

$$\Delta^c(k) \rightarrow \Delta'^c(k) = \frac{1}{m^2 - k^2 - i\varepsilon} - \frac{a}{M^2 - k^2 - i\varepsilon} - \frac{b}{\mu^2 - k^2 - i\varepsilon}, \quad (53)$$

$$a = \frac{M^2(m^2 - \mu^2)}{m^2(M^2 - \mu^2)}, \quad b = \frac{\mu^2(M^2 - m^2)}{m^2(M^2 - \mu^2)}, \quad M^2 \gg m^2 \gg \mu^2,$$

$$1 - a - b = 0, \quad \frac{1}{m^2} - \frac{a}{m^2} - \frac{b}{\mu^2} = 0.$$

В окончательных выражениях следует перейти к пределу $M^2 \rightarrow \infty$, $\mu^2 \rightarrow 0$. Малая масса μ^2 введена по той причине, чтобы иметь возможность корректно перейти от функции $H_{\mu\nu}$ к использованию U_μ при построении S -матрицы.

Из соотношения (53) следует:

$$\Delta'^c(k) = \frac{-M^2 k^2}{(m^2 - k^2 - i\varepsilon)(M^2 - k^2 - i\varepsilon)(\mu^2 - k^2 - i\varepsilon)}. \quad (54)$$

Из формул (37), (49), (50) и (53) следует (после регуляризации (49))

$$\langle T(U'_\mu(x) \tilde{U}'_\nu(x')) \rangle_0 = i \left(g_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu \partial_\nu}{\square} \right) \Delta'^c(x-x'). \quad (55)$$

В импульсном представлении будем иметь

$$\Delta'_{\mu\nu}(k) = i \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \Delta'^c(k). \quad (56)$$

Волновая функция $U'_\mu(k)$, определяемая соотношением (50), не зависит от выбора вида решения уравнения (26). По этой причине функция Грина $\Delta'_{\mu\nu}(k)$ не должна зависеть от правил обхода полюса $k^2 = 0$. Из соотношений (56), (53) и (54) следует, что, действительно, функция $\Delta'^c(k)$ не зависит от правил обхода полюса $k^2 = 0$.

Вполне аналогично может быть получено выражение для спаривания Дайсона:

$$\Delta'^{(-)}_{\mu\nu}(k) = i \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \Delta'^{(-)}(k). \quad (57)$$

Легко можно убедиться, что сингулярная функция $\Delta'^{(-)}(k)$ так же не зависит от правил обхода полюса $k^2 = 0$.

По этой причине известные соотношения между сингулярными функциями сохраняются, например,

$$\Delta'^c_{\mu\nu}(x) = \theta(x^0) \Delta'^{(-)}_{\mu\nu}(x) - \theta(-x^0) \Delta'^{(+)}_{\mu\nu}(x). \quad (58)$$

Взаимодействие с электромагнитным полем вводится согласно принципу минимальности, при этом в членах взаимодействия следует вводить только чистые поля, и для лагранжиана взаимодействия получим

$$L' = ie (U'_\nu \tilde{H}^{\mu\nu} - H^{\mu\nu} \tilde{U}'_\nu) A'_\mu - e^2 (A'_\mu \tilde{U}'_\nu - A'_\nu \tilde{U}'_\mu) U'^\nu A'^\mu. \quad (59)$$

Вектор-потенциал чистого электромагнитного поля $A'_\mu(x)$, для которого тождественно выполняется операторное условие Лоренца $\partial^\mu A'_\mu = 0$, связан с тензором напряженности электромагнитного поля $F_{\mu\nu}(x)$ соотношением

$$A'_\mu(x) = \int F_{\mu\nu}(x+y) \partial^\nu D(y) dy. \quad (60)$$

Матрица рассеяния равна

$$S = T \exp \left\{ i \int L dx \right\}. \quad (61)$$

Используя доказательство, приведенное в книге Боголюбова и Ширкова [12], мы приходим к выводу, что S -матрица, определяемая соотношениями (61) и (59), удовлетворяет условиям унитарности и причинности в любом порядке теории возмущений. Нарушение унитарности, указанное в работе [13], возникло вследствие некорректного рассмотрения задачи, что привело к нарушению соотношения (58) между сингулярными функциями.

Вполне аналогично можно рассмотреть поле частиц со спином $3/2$. Для этой цели необходимо использовать теорию Рарита—Швингера [14, 15].

Волновая функция чистого поля частиц со спином $3/2$ равна

$$\begin{aligned} \Psi'_\mu(x) &= \int \gamma_{\mu\nu}(x+y) \partial^\nu D(y) dy, \\ \gamma_{\mu\nu} &= \partial_\mu \Psi'_\nu - \partial_\nu \Psi'_\mu. \end{aligned} \quad (62)$$

Уравнение движения примет вид

$$i\gamma^\sigma \gamma_{\sigma\mu} - m \Psi'_\mu = 0. \quad (63)$$

Причинная функция Грина равна

$$\begin{aligned} \langle T(\Psi'_\mu(x) \bar{\Psi}'_\alpha(x')) \rangle_0 &= -i N_{\mu\alpha} (i\gamma_\sigma \partial^\sigma + m) \Delta'^c(x-x'), \\ N_{\mu\alpha} &= \frac{1}{3} \left(g_{\mu\alpha} + \gamma_\alpha \gamma_\mu - \frac{\gamma_\alpha \gamma_\sigma \partial_\mu \partial^\sigma + \gamma_\sigma \gamma_\mu \partial_\alpha \partial^\sigma}{\square} \right). \end{aligned} \quad (64)$$

При этом выполняются операторные условия

$$\begin{aligned} \partial^\mu N_{\mu\alpha} &= \partial^\mu N_{\alpha\mu} = \gamma^\mu{}_\alpha N_{\mu\alpha} = N_{\alpha\mu} \gamma^\mu = 0, \\ N_{\mu\alpha} (i\gamma_\sigma \partial^\sigma + m) &= (i\gamma_\sigma \partial^\sigma + m) N_{\mu\alpha}, \quad g^{\nu\mu} N_{\mu\alpha} N_{\nu\beta} = N_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (65)$$

В импульсном представлении из (64) получим

$$S'^c_{\mu\alpha}(k) = -\frac{i}{3} \left(g_{\mu\alpha} + \gamma_\alpha \gamma_\mu - \frac{\gamma_\alpha \hat{k} k_\mu + \hat{k} \gamma_\mu k_\alpha}{k^2} \right) (m - \hat{k}) \Delta'^c(k). \quad (66)$$

Причинная функция Грина $S'^c_{\mu\alpha}(k)$ не зависит от правил обхода полюса $k^2 = 0$.

Лагранжиан взаимодействия равен

$$L' = e \bar{\Psi}'_\mu \gamma^\nu \Psi'^\mu A'_\nu. \quad (67)$$

Для волновой функции [15], описывающей чистое поле частиц только со спином 2, получим следующее выражение

$$U'_{\mu\nu}(x) = \int F_{[\mu x][\nu\beta]}(x+y+y') \partial^2 D(y) \partial^2 D(y') dy dy'. \quad (68)$$

В этом случае для регуляризации причинной функции Грина следует ввести одну большую M и две малые μ_1, μ_2 вспомогательные массы.

Ереванский институт физики

Поступила 29 мая 1965

после переработки 17 сентября 1966

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. S. Mandelstam, Ann. of Phys., 19, 1 (1962).
2. R. J. Finkelstein, Rev. Mod. Phys., 36, 632 (1964).
3. C. N. Yang and R. L. Mills, Phys. Rev., 96, 191 (1954).
4. R. Utiyama, Phys. Rev., 101, 1597 (1956).
5. P. A. M. Dirac, Phys. Rev., 74, 817 (1948).
6. N. Cabibbo and E. Ferrari, Nuovo Cimento, 23, 1147 (1962).
7. P. В. Тевикян, ЖЭТФ, 50, 911 (1966).
8. F. Rohrlich and F. Strocchi, Phys. Rev., 139, B 476 (1965).
9. Э. Ферми, Лекции по атомной физике, ИИЛ, М., 1952.
10. В. В. Владимирский, Ядерная физика, 2, 1087 (1965).
11. R. E. Peierls, Proc. Roy. Soc., A214, 143 (1952).
12. Н. Н. Боголюбов и Д. В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, ГИТТЛ, М., 1957.
13. В. И. Ошеровский и И. В. Полубаринов, ЖЭТФ, 46, 2102 (1964).
14. W. Rarita and J. Schwinger, Phys. Rev., 60, 61 (1941).
15. Х. Умэдзава, Квантовая теория поля, ИИЛ, М., 1958.

ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԻՆՎԱՐԻԱՆՏ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ ԱՌԱՆՑ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼՆԵՐԻ

Ռ. Վ. ՏԵՎԻԿՅԱՆ

Հոդվածում ուսումնասիրված է սկալար մասնիկների և Ցանգ-Միլլսի դաշտի փոխազդող սխեմը, առանց պոտենցիալների օգտագործելու այն դեպքում, երբ մասնիկները կրում են երկու տեսակի լիցք՝ էլեկտրական և մագնիսական: Հոդվածում ուսումնասիրված է նաև մագնիսական մոնոպոլով քվանտային էլեկտրադինամիկան և վեկտորական մասնիկների էլեկտրամագնիսական փոխազդեցությունը:

INVARIANT THEORY OF INTERACTION WITHOUT POTENTIALS

R. V. TEVIKIAN

Without using potentials a system of scalar particles interacting by the Yang-Mills field is investigated assuming that each particle has electric and magnetic charges. It is built the quantum electrodynamics with magnetic monopole and it is investigated the electromagnetic interaction of the charged vector bosons.