Изв. АН Армянской ССР, Физика, 1, 310—318 (1966)

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЧАСТИЦЫ ПРИ ПРОЛЕТЕ ЧЕРЕЗ ДВУХСЛОЙНУЮ ПЛАСТИНУ

Г. М. ГАРИБЯН, М. М. МУРАДЯН

Рассмотрены полные потери энергии заряженной частицы при пролете через двухслойную пластинку в общем случае. С помощью общей формулы дан анализ случая двухслойной тонкой пластинки.

В ряде работ (см. обзор [1]) были рассмотрены потери энергии заряженной частицы при пролете через пластинку. В работе [2] было показано, что в тонких пленках вещества, расположенных в вакууме, ионизационные потери идут без эффекта плотности. Поскольку толщины пленок при этом должны быть малыми, представляет интерес рассмотреть случай двухслойной пластины и, в частности, исследовать, когда ионизационные потери энергии в обоих слоях идут без эффекта плотности, а на толщины каждого из слоев накладываются такие условия, как если бы мы имели две независимые однослойные пластины.

1. Пусть частица заряда e пролетает с постоянной скоростью $v = v_z$ перпендикулярно через двухслойную пластинку, расположенную в вакууме (для удобства дальнейших обозначений мы введем диэлектрическую постоянную вакуума ε_0, которая равна единице).

Пластинку будем считать состоящей из первого слоя толщины a_1 и диэлектрической постоянной $\varepsilon_1(\omega)$ (везде полагаем магнитную проницаемость вещества $\mu(\omega) = 1$), и второго слоя a_2 и $\varepsilon_2(\omega)$. Задачу мы будем решать таким же методом, как и в [3], т. е. для получения полного решения, удовлетворяющего условиям на границах сред, мы к решениям неоднородных уравнений Максвелла добавим в пространстве до пластинки в качестве решений однородных уравнений Максвелла отраженную волну $E_0''(\vec{r}, t)$, в пространстве за пластиной—прошедшую волну $E_0'(\vec{r}, t)$ и, наконец, в каждом из слоев пластинки как одну волну, так и другую (E_1'', E_1', E_2'', E_2').

Указанные поля излучения мы будем искать в следующем виде:

$$\vec{E}_m''(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_m''(\vec{k})\, e^{i(\vec{\varkappa}\vec{\rho} - \lambda_m z - \omega t)}\, d\vec{k},$$
$$\vec{E}_m'(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_m'(\vec{k})\, e^{i(\vec{\varkappa}\vec{\rho} + \lambda_m z - \omega t)}\, d\vec{k}, \tag{1}$$

где $\lambda_m^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_m - \varkappa^2$, $\lambda_m = \lambda_m' + i\lambda_m''$, $\lambda_m' > 0$ для $\omega > 0$ и $\lambda_m' < 0$ для

$\omega < 0$, $\lambda''_m > 0$ для $\omega \lessgtr 0$, $m = 0, 1, 2$, $\vec{\varkappa}$ и $\vec{\rho}$ есть компоненты векторов $\vec{k}$ и $\vec{r}$ в плоскости x, y, $\omega = k_z v$, а Фурье-компоненты полей $\vec{E}_m(\vec{k})$ и $\vec{E}'_m(\vec{k})$ должны быть определены из граничных условий. Что же касается магнитных векторов полей излучения, то они выражаются через электрические векторы с помощью однородных уравнений Максвелла. Помимо этого имеются также условия поперечности, из которых следует связь между нормальными и тангенциальными компонентами электрических векторов полей излучения.

Приравняв тангенциальные компоненты электрического и магнитного векторов полных полей и нормальные компоненты их индукций при $z = 0$, a_1, $a_1 + a_2$, мы получим 12 уравнений. Из 6 уравнений для магнитных векторов следует, что тангенциальные компоненты электрических векторов полей излучения направлены по вектору $\vec{\varkappa}$. Тогда из оставшихся 6 уравнений получаются следующие выражения для Фурье-компоненты тангенциальных составляющих электрических векторов полей излучения:

$$\vec{E}_{0t}(\vec{k}) = \frac{ie\vec{\varkappa}}{2\pi^2 F}\Big[\gamma_{10}^{-}(\rho_{02}^{+}\rho_{12}^{+} - \rho_{02}^{-}\rho_{12}^{-})\,e^{-i\lambda_1 a_1} + \gamma_{10}^{+}(\rho_{02}^{+}\rho_{12}^{-} - \rho_{02}^{-}\rho_{12}^{+})\,e^{i\lambda_1 a_1} + \rho_{11}^{+}(\rho_{02}^{+}\gamma_{21}^{-} - \rho_{02}^{-}\gamma_{21}^{+} + \rho_{22}^{+}\gamma_{02}^{-})\,e^{i\frac{\omega}{v}a_1}\Big],$$

$$\vec{E}_{1t}(\vec{k}) = \frac{ie\vec{\varkappa}}{2\pi^2 F}\Big[\gamma_{01}^{+}(\rho_{02}^{-}\rho_{12}^{+} - \rho_{02}^{+}\rho_{12}^{-}) + \rho_{01}^{+}(\rho_{02}^{+}\gamma_{21}^{-} - \rho_{02}^{-}\gamma_{21}^{+} + \rho_{22}^{+}\gamma_{02}^{-})\Big]\,e^{i\left(\lambda_1 + \frac{\omega}{v}\right)a_1},$$

$$\vec{E}'_{1t}(\vec{k}) = -\frac{ie\vec{\varkappa}}{2\pi^2 F}\Big[\gamma_{01}^{+}(\rho_{02}^{+}\rho_{12}^{+} - \rho_{02}^{-}\rho_{12}^{-}) + \rho_{01}^{-}(\rho_{02}^{+}\gamma_{21}^{-} - \rho_{02}^{-}\gamma_{21}^{+} + \rho_{22}^{+}\gamma_{02}^{-})\Big]\,e^{-i\left(\lambda_1 - \frac{\omega}{v}\right)a_1}, \tag{2}$$

$$\vec{E}_{2t}(\vec{k}) = \frac{ie\vec{\varkappa}}{2\pi^2 F}\Big[\gamma_{02}^{-}(\rho_{01}^{+}\rho_{12}^{+} + \rho_{01}^{-}\rho_{02}^{-}) + \rho_{02}^{-}(\rho_{01}^{+}\gamma_{12}^{+} - \rho_{01}^{-}\gamma_{12}^{-} + \rho_{11}^{+}\gamma_{01}^{+})\Big]\,e^{i\left(\lambda_2 + \frac{\omega}{v}\right)a_1},$$

$$\vec{E}'_{2t}(\vec{k}) = -\frac{ie\vec{\varkappa}}{2\pi^2 F}\Big[\gamma_{02}^{-}(\rho_{01}^{+}\rho_{12}^{-} + \rho_{01}^{-}\rho_{12}^{+}) + \rho_{02}^{+}(\rho_{01}^{+}\gamma_{12}^{+} - \rho_{01}^{-}\gamma_{12}^{-} + \rho_{11}^{+}\gamma_{01}^{+})\Big]\,e^{-i\left(\lambda_2 - \frac{\omega}{v}\right)a_1},$$

$$\vec{E}'_{0t}(\vec{k}) = -\frac{ie\vec{\varkappa}}{2\pi^2 F}\Big[\gamma_{20}^{+}(\rho_{01}^{+}\rho_{12}^{+} + \rho_{01}^{-}\rho_{12}^{-})\,e^{-i\lambda_2 a_2} - \gamma_{20}^{-}(\rho_{01}^{+}\rho_{12}^{-} + \rho_{01}^{-}\rho_{12}^{+})\,e^{i\lambda_2 a_2} + \rho_{22}^{+}(\rho_{01}^{+}\gamma_{12}^{+} - \rho_{01}^{-}\gamma_{12}^{-} + \rho_{11}^{+}\gamma_{01}^{+})\,e^{-i\frac{\omega}{v}a_2}\Big]\,e^{-i\left(\lambda_0 - \frac{\omega}{v}\right)(a_1 + a_2)},$$

где

$$\rho^{\pm}_{ml} = \left(\frac{\varepsilon_m}{\lambda_m} \pm \frac{\varepsilon_l}{\lambda_l}\right) e^{\mp i\lambda_l a_l \delta_{m0}},$$

$$\gamma^{\pm}_{ml} = \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_l}{\Lambda_m \Lambda_l}\left(\frac{\omega}{c}\beta \pm \frac{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_l - \Lambda_m}{\varepsilon_l \lambda_m}\right) e^{\mp i\frac{\omega}{v} a_l \delta_{m0}}, \tag{3}$$

$$F = \rho^{+}_{12}(\rho^{+}_{01}\rho^{+}_{02} - \rho^{-}_{01}\rho^{-}_{02}) + \rho^{-}_{12}(\rho^{-}_{01}\rho^{+}_{02} - \rho^{+}_{01}\rho^{-}_{02}),$$

$$\Lambda_m = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_m, \qquad k^2 = \varkappa^2 + \frac{\omega^2}{v^2}, \qquad \beta = \frac{v}{c},$$

$m,\ l = 0,\ 1,\ 2;$ δ_{m0} — символ Кронекера.

Легко убедиться, что из решений (2) правильно получаются все частные случаи, к которым можно перейти от случая двухслойной пластинки.

2. Вычислим теперь работу сил поля излучения над частицей. Очевидно, что она совершается только нормальными составляющими электрического поля, Фурье-компоненты которых следующим образом связаны с Фурье-компонентами тангенциальных составляющих:

$$E'_{mn}(\vec{k}) = -\frac{\varkappa}{\lambda_m} E'_{mt}(\vec{k}); \qquad E''_{mn}(\vec{k}) = \frac{\varkappa}{\lambda_m} E''_{mt}(\vec{k}). \tag{4}$$

Эта работа будет равна

$$W = e\int_{-\infty}^{0} \vec{E}''_{0n}\vec{v}dt + e\int_{0}^{\frac{a_1}{v}} (\vec{E}'_{1n} + \vec{E}''_{1n})\vec{v}dt + e\int_{\frac{a_1}{v}}^{\frac{a_1+a_2}{v}} (\vec{E}'_{2n} + \vec{E}''_{2n})\vec{v}dt +$$

$$+ e\int_{\frac{a_1+a_2}{v}}^{+\infty} \vec{E}'_{0n}\vec{v}dt, \tag{5}$$

где стоящие под интегралами электрические поля взяты в точке нахождения частицы, т. е. при $\rho = 0,\ z = vt$.

Интегрируя по времени и представив $d\vec{k} = 2\pi\varkappa d\varkappa\frac{d\omega}{v}$, после весьма длинных преобразований приходим к следующей формуле:

$$W = W_1 + W_2, \tag{6}$$

$$W_1 = -\frac{e^2}{\pi v^2}\int_0^{\varkappa_0}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varkappa^3 d\varkappa\omega d\omega}{F}[\alpha^{+}_{01}(\rho^{+}_{02}\rho^{+}_{12} - \rho^{-}_{02}\rho^{-}_{12}) + \alpha^{+}_{02}(\rho^{+}_{01}\rho^{+}_{12} + \rho^{-}_{01}\rho^{-}_{12}) +$$

$$+ \alpha^{+}_{12}(\rho^{+}_{01}\rho^{+}_{02} + \rho^{-}_{01}\rho^{-}_{02}) + \alpha^{-}_{01}(\rho^{+}_{02}\rho^{-}_{12} - \rho^{-}_{02}\rho^{+}_{12}) - \alpha^{-}_{02}(\rho^{+}_{01}\rho^{-}_{12} + \rho^{-}_{01}\rho^{+}_{12}) -$$

$$- \alpha^{-}_{12}(\rho^{+}_{01}\rho^{-}_{02} + \rho^{-}_{01}\rho^{+}_{02}) + \rho^{+}_{11}(\rho^{-}_{02}\gamma^{+}_{01}\gamma^{-}_{21} + \rho^{-}_{02}\gamma^{-}_{01}\gamma^{+}_{21} - \rho^{+}_{02}\gamma^{-}_{01}\gamma^{-}_{21}) +$$

$$+ \rho^{+}_{22}(\rho^{-}_{01}\gamma^{+}_{02}\gamma^{-}_{12} + \rho^{-}_{01}\gamma^{-}_{02}\gamma^{+}_{12} - \rho^{+}_{01}\gamma^{-}_{02}\gamma^{-}_{12}) - \rho^{+}_{11}\rho^{+}_{22}\gamma^{-}_{01}\gamma^{-}_{02}], \tag{7}$$

где

$$\alpha^{\pm}_{ml} = \frac{(\varepsilon_m - \varepsilon_l)^2}{\Lambda_m^2 \Lambda_l^2}\left[\frac{\omega^2}{c^2}\beta^2 \pm \frac{\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_m - \Lambda_l\right)^2}{\varepsilon_m \varepsilon_l \lambda_m \lambda_l}\right] e^{\mp i\lambda_l a_l \delta_{m0}},$$

$$W_2 = \frac{e^2}{\pi v^2}\int\limits_0^{\varkappa_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varkappa^3 d\varkappa\omega d\omega}{F}\left(\rho^+_{11}\rho^+_{02}\gamma^+_{01}\gamma^+_{21} + \rho^+_{22}\rho^+_{01}\gamma^+_{02}\gamma^+_{12} + \rho^+_{11}\rho^+_{22}\gamma^+_{01}\gamma^+_{02}\right). \tag{8}$$

$\frac{1}{\varkappa_0}$ определяется пределами применимости макроскопического рассмотрения.

Имеет смысл отметить, что выражение (6) не зависит от знака скорости частицы, т. е. потери не зависят от того, в какой последовательности расположены слои пластинки. Полагая $a_1 = 0$ (или $a_2 = 0$, или $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$), из (6) мы получаем выражения для потерь в однослойной пластинке [4].

3. Далее нам необходимо произвести в формуле (6) интегрирование по переменным ω и $\varkappa$.

В частном случае малых толщин слоев пластинки произведем разложение формулы (6) в ряд по степеням a_1 и a_2. В результате преобразований получим:

$$W = W(a_1) + W(a_2) + W(a_1^2) + W(a_2^2) + W(a_1, a_2), \tag{9}$$

$$W(a_1) = \frac{ie^2 a_1}{\pi v^2}\int\limits_0^{\varkappa_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varkappa^3 d\varkappa\omega d\omega\,(1-\varepsilon_1)^2\left(\Lambda_1 - \frac{\omega^2}{c^2}\beta^2\right)}{\varepsilon_1\Lambda_0^2\Lambda_1},$$

$$W(a_2) = \frac{ie^2 a_2}{\pi v^2}\int\limits_0^{\varkappa_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varkappa^3 d\varkappa\omega d\omega\,(1-\varepsilon_2)^2\left(\Lambda_2 - \frac{\omega^2}{c^2}\beta^2\right)}{\varepsilon_2\Lambda_0^2\Lambda_2}, \tag{10}$$

$$W(a_1^2) = -\frac{e^2 a_1^2}{2\pi v^2}\int\limits_0^{\varkappa_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varkappa^3 d\varkappa\omega d\omega\,(1-\varepsilon_1)^2\lambda_0\left(1 + \frac{\omega^2}{v^2}\frac{(1-\beta^2)^2}{\varepsilon_1^2\lambda_0^2}\right)}{\Lambda_0^2},$$

$$W(a_2^2) = -\frac{e^2 a_2^2}{2\pi v^2}\int\limits_0^{\varkappa_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varkappa^3 d\varkappa\omega d\omega\,(1-\varepsilon_2)^2\lambda_0\left(1 + \frac{\omega^2}{v^2}\frac{(1-\beta^2)^2}{\varepsilon_2^2\lambda_0^2}\right)}{\Lambda_0^2},$$

$$W(a_1, a_2) = -\frac{e^2 a_1 a_2}{\pi v^2}\int\limits_0^{\varkappa_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varkappa^3 d\varkappa\omega d\omega\,(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)\lambda_0\left(1 + \frac{\omega^2}{v^2}\frac{(1-\beta^2)^2}{\varepsilon_1\varepsilon_2\lambda_0^2}\right)}{\Lambda_0^2}.$$

4. Проинтегрируем выражение для $W(a_1)$, используя метод Ландау [5]. Рассмотрим два основных случая. Первый, когда $v^2 < \frac{c^2}{\varepsilon_{01}}$, и второй — $v^2 > \frac{c^2}{\varepsilon_{01}}$, где $\varepsilon_{01} = \varepsilon_1(0)$ — статическое значение диэлектрической постоянной первого слоя пластинки.

В первом случае $W(a_1) = -\frac{e^2\sigma_1 a_1}{v^2} \ln \frac{\overline{\omega}}{\overline{\omega}_1} \sim 0$, где $\overline{\omega}$ определено в [5], а $\overline{\omega}_1$ в [4] (см. также формулу (13)). Таким образом $W(a_1)$ в этом случае есть малая постоянная величина и следовательно потери в слое a_1 определяются только полем заряда частицы и задаются формулой без эффекта плотности [5]:

$$F = -\frac{e^2\sigma_1 a_1}{v^2}\left[\ln \frac{v\varkappa_0}{\overline{\omega}\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2}\right]. \tag{11}$$

Во втором случае надо различать две возможности. Если величина ξ, определяемая из уравнения

$$\varepsilon_1(i\xi) = \frac{c^2}{v^2},$$

много меньше атомных частот, то мы опять приходим к первому случаю. Интересной является вторая возможность. Из формулы (14) видно, что при v, очень близком к c, величина ξ будет много больше атомных частот и, как показано в [5], $\xi = \frac{\beta\sqrt{\sigma_1}}{\sqrt{1-\beta^2}}$. В этом случае

$$W(a_1) = -\frac{e^2\sigma_1 a_1}{v^2}\left[\ln \frac{v\varkappa_0}{\overline{\omega}_1\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2}\right] + \frac{e^2\sigma_1 a_1}{v^2} \ln \frac{v\varkappa_0}{\beta\sqrt{\sigma_1}}, \tag{12}$$

где

$$\ln\overline{\omega}_1 = \frac{\int\limits_0^\infty \omega\varepsilon_1''(\omega)\ln\omega\, d\omega}{\int\limits_0^\infty \omega\varepsilon_1''(\omega)\, d\omega}. \tag{13}$$

Складывая эти потери с обычными потерями, обязанными полю заряда частицы [5], мы видим, что второй член формулы (12) сокращается с этими потерями, и мы снова приходим к формуле (11), но с другим определением средней частоты.

Все выше сказанное справедливо и для выражения $W(a_2)$, которое при v близком к c имеет следующий вид:

$$W(a_2) = -\frac{e^2\sigma_2 a_2}{v^2}\left[\ln \frac{\beta\sqrt{\sigma_2}}{\overline{\omega}_2\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2}\right]. \tag{14}$$

5. Для того, чтобы найти условия, при которых потери энергии в обоих слоях идут без эффекта плотности, вычислим интегралы $W(a_1^2)$, $W(a_2^2)$ и $W(a_1, a_2)$.

В виду того, что $W(a_1^2)$, $W(a_2^2)$ и $W(a_1, a_2)$ не имеют полюсов, обязанных нулям Λ, они после взятия вычетов в нулях Λ_0 приводятся к следующим выражениям, независимо от того v больше или меньше $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{0m}}}$, $(m = 1, 2)$:

$$W(a_1^2) = \frac{e^2 a_1^2}{2v^3} \int_0^{\frac{v\varkappa_0}{\sqrt{1-\beta^2}}} [1 - \varepsilon_1(i\omega)]^2 \omega^2 d\omega,$$

$$W(a_2^2) = \frac{e^2 a_2^2}{2v^3} \int_0^{\frac{v\varkappa_0}{\sqrt{1-\beta^2}}} [1 - \varepsilon_2(i\omega)]^2 \omega^2 d\omega, \tag{15}$$

$$W(a_1, a_2) = \frac{e^2 a_1 a_2}{v^3} \int_0^{\frac{v\varkappa_0}{\sqrt{1-\beta^2}}} [1 - \varepsilon_1(i\omega)][1 - \varepsilon_2(i\omega)] \omega^2 d\omega.$$

Для того, чтобы вычислить эти интегралы, воспользуемся дисперсионными соотношениями, связывающими диэлектрическую постоянную от мнимого аргумента с мнимой частью диэлектрической постоянной на действительной оси [5].

В случае, например, $W(a_1^2)$ нетрудно получить

$$W(a_1^2) = \frac{e^2 a_1^2}{\pi v^3} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{xy\varepsilon_1''(x) \cdot \varepsilon_1''(y)}{x+y} dxdy, \tag{16}$$

причем при вычислении было предположено, что частица достаточно быстрая:

$$\frac{v\varkappa_0}{\Omega\sqrt{1-\beta^2}} \gg 1, \tag{17}$$

где Ω — максимальная собственная частота среды. Из формулы (16) видно, что имеет смысл ввести понятие дважды усредненной частоты $\overline{\Omega}_{mn}$ согласно формуле

$$\overline{\Omega}_{mn} = \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty xy\varepsilon_m''(x)\,\varepsilon_n''(y)\,dxdy}{\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{xy}{x+y}\varepsilon_m''(x)\,\varepsilon_n''(y)\,dxdy}, \quad (m, n = 1, 2). \tag{18}$$

В случае прозрачных сред

$$\varepsilon_m''(\omega) = \frac{\sigma_m \pi}{2} \sum_k f_{mk} \frac{\delta(\omega - \omega_{mk})}{\omega_{mk}},$$

где f_{mk} — силы осцилляторов $\left(\sum_k f_{mk} = 1\right)$, для (18) получим следующее выражение:

$$\overline{\Omega}_{mn} = \frac{1}{\sum\limits_{l,\,k} \frac{f_{ml} f_{nk}}{\omega_{ml} + \omega_{nk}}}. \tag{19}$$

С помощью (18) формулы (15) запишутся в виде:

$$W(a_1^2) = \frac{\pi e^2 \sigma_1^2 a_1^2}{4 v^3 \overline{\Omega}_{11}},$$

$$W(a_2^2) = \frac{\pi e^2 \sigma_2^2 a_2^2}{4 v^3 \overline{\Omega}_{12}}, \tag{15^1}$$

$$W(a_1,\ a_2) = \frac{\pi e^2 \sigma_1 \sigma_2 a_1 a_1}{2 v^3 \overline{\Omega}_{12}}.$$

Потребуем, чтобы в случае $v^2 > \frac{c^2}{\varepsilon_{0m}}$ было бы правильным разложение (9) в ряд по степеням a_1 и a_2, т. е. чтобы

$$W(a_1) + W(a_2) \gg W(a_1^2) + W(a_2^2) + W(a_1,\ a_2). \tag{20}$$

Подставляя сюда их значения и вводя параметр $\alpha \ll 1$, получим общее условие, накладываемое на толщины слоев пластинки:

$$\alpha \sigma_1 a_1 \left(\ln \frac{\sqrt{\sigma_1}}{\overline{\omega}_1 \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2} \right) + \alpha \sigma_2 a_2 \left(\ln \frac{\sqrt{\sigma_2}}{\overline{\omega}_2 \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2} \right) =$$

$$= \frac{\pi \sigma_1^2 a_1^2}{4c \overline{\Omega}_{11}} + \frac{\pi \sigma_2^2 a_2^2}{4c \overline{\Omega}_{22}} + \frac{\pi \sigma_1 \sigma_2 a_1 a_2}{2c \overline{\Omega}_{12}}. \tag{21}$$

Рассмотрим случай, когда среды слоев одинаковы, т. е.

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma, \quad \overline{\omega}_1 = \overline{\omega}_2 = \overline{\omega}, \quad \overline{\Omega}_{11} = \overline{\Omega}_{22} = \overline{\Omega}_{12} = \overline{\Omega}.$$

Тогда из (21) получается условие, накладываемое на всю толщину пластинки:

$$a_1 + a_2 = \alpha \frac{4c\overline{\Omega}}{\pi \sigma} \left(\ln \frac{\sqrt{\sigma}}{\overline{\omega} \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2} \right). \tag{22}$$

Это условие несколько отличается от приведенных в [2], и частично, в [4] значением частоты $\overline{\Omega}$ и является более точным. Условие (22) совпадает с условием, имеющимся в [4], если воспользоваться для $W_{(2)}$ формулой (9) работы [4].

Теперь рассмотрим самый интересный случай, когда потери энергии в обоих слоях пластинки будут обладать логарифмическим ростом, а условия, накладываемые при этом на толщину каждого из слоев, будут такими же, как если бы имели две независимые однослойные пластинки.

Допустим толщина a_2 удовлетворяет условию (22), т. е.

$$a_2 = \alpha \frac{4c\overline{\Omega}_{22}}{\pi\sigma_2}\left(\ln \frac{\sqrt{\sigma_2}}{\omega_2\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}\right). \tag{23}$$

Подставляя в (21) выражение (23), получим

$$a_1 = \alpha \frac{4c\overline{\Omega}_{11}}{\pi\sigma_1}\left(\ln \frac{\sqrt{\sigma_1}}{\omega_1\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{2\overline{\Omega}_{22}}{\overline{\Omega}_{12}} \cdot \frac{\ln \frac{\sqrt{\sigma_2}}{\omega_2\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}}{\ln \frac{\sqrt{\sigma_1}}{\omega_1\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}}\right). \tag{24}$$

Из (24) следует, что толщина a_1 будет удовлетворять условию (22):

$$a_1 = \alpha \frac{4c\overline{\Omega}_{11}}{\pi\sigma_1}\left(\ln \frac{\sqrt{\sigma_1}}{\omega_1\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}\right), \tag{25}$$

если

$$\overline{\Omega}_{12} \gg \overline{\Omega}_{22}. \tag{26}$$

Аналогично можно показать, что взяв сначала условие (25), мы получим условие (23), если

$$\overline{\Omega}_{12} \gg \overline{\Omega}_{11}. \tag{27}$$

Таким образом, при выполнении одного из условий (26) или (27), ионизационные потери энергии в обоих слоях пластинки растут логарифмически, а на толщины каждого из слоев накладываются условия (25) и (23), как если бы мы имели две независимые однослойные тонкие пластины.

Из формулы (15) видно, что неравенства (26) или (27) будут выполняться тем лучше, чем меньше будут перекрываться области собственных частот веществ слоев пластинки.

Зная силы осцилляторов и собственные частоты веществ слоев пластинки с помощью формулы (19) нетрудно количественно проверить выполнение неравенств (26) или (27). Пользуясь данными [6] для *Al* (индекс 1) и *AgCl* (индекс 2), нетрудно получить $\overline{\Omega}_{12}:\overline{\Omega}_{11} = 14:1$. Для толуэна C_7H_8 (индекс 1) и *AgCl* (индекс 2) это отношение равно $\overline{\Omega}_{12}:\overline{\Omega}_{11} = 5:1$.

Институт физики
Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 12 апреля 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ф. Г. Басс, А. М. Яковенко*, УФН 86, 189 (1965).
2. *Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ, 37, 527 (1959).
3. *Г. М. Гарибян, Г. А. Чаликян*, ЖЭТФ, 35, 1282 (1958). Изв. АН АрмССР, серия физ. мат. наук, 12, № 3 (1959).
4. *Г. М. Гарибян, М. П. Лорикян*, ДАН АрмССР, 40, 21, (1965).
5. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Электродинамика сплошных сред, ГИТТЛ, М., 1957.
6. *R. M. Sternheimer*, Phis. Rev., 103, 511 (1956).

ՄԱՍՆԻԿԻ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԸ ԵՐԿՇԵՐՏԱՎՈՐ ԹԻԹԵՂԻ ՄԻՋՈՎ ԱՆՑՆԵԼԻՍ

Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, Մ. Մ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Քննարկված են լիցքավորված մասնիկի էներգիայի լրիվ կորուստները երկշերտավոր թիթեղի միջով անցնելիս, երբ շերտերի հաստությունների վրա ոչ մի սահմանափակում չի դրվում։ Ստացված ընդհանուր բանաձևը մինչև վերջ հաշվված և վերլուծված է բարակ շերտերի դեպքերում։ Ցույց է տրված, որ եթե թիթեղի շերտերի նյութերի սեփական հաճախականությունների տիրույթները միմյանցից հեռու են գտնվում, ապա իոնիզացիոն կորուստներն երկու շերտերումն էլ աճում են լոգարիթմորեն այնպես, ինչպես եթե ունենայինք երկու միմյանցից անկախ միաշերտ թիթեղներ։

LOSS OF THE PARTICLE ENERGY PASSING THROUGH TWO-LAYER PLATE

by G. M. GARIBIAN, M. M. MOURADIAN

Total energy losses of the charged particle passing thorugh the two-layer plate are dealt with in cases when the thickness of the layer is not limited. The obtined general formula is thoroughly calculated and analyzed for the case of thin layers. When the regions of the particular frequencies of the plate layers of the matter are distant from each other, the ionization losses in both layers are shown to grow logarithmically as if we had two independent one-layer plates.