

МОДЕЛЬ НИЛЬССОНА С УЧЕТОМ ВРАЩЕНИЙ ОБОЛОЧКА $N=4$

В. С. ПОГОСЯН, Р. А. САРДАРЯН

Рассматривается аксиально-симметричная модель ядра, состоящего из вращающегося остова и внешнего нуклона, движущегося в поле остова. В качестве поля, в котором движется внешний нуклон, выбирается потенциал Нильссона. Ядро жесткое по отношению к γ -колебаниям. Найденны одночастично-вращательные состояния оболочки $N=4$. Теоретический расчет хорошо согласуется с экспериментальными возбужденными состояниями ядер Eu^{153} , Ir^{189} , Ir^{191} , Ir^{193} , Tm^{167} , Tm^{169} , Tm^{171} .

В последнее время все большее внимание привлекают к себе нечетные атомные ядра. Это, в частности, связано с тем, что именно нечетные атомные ядра являются источником информации о самосогласованном ядерном потенциале. Рассмотрение совокупности всех экспериментальных уровней деформированных ядер с энергией, меньшей 500 keV, позволяет сделать заключение о том, что известная схема одночастичных состояний Нильссона [1] и построенные на каждом таком состоянии вращательные уровни ядра качественно во многих случаях удовлетворительно описывают [2] эксперимент. Несмотря на всю полезность такой интерпретации экспериментальных возбужденных низколежащих состояний, эта схема имеет ряд существенных недостатков. Прежде всего, в нечетных ядрах неправомерно подразделение возбуждений на одночастичные и вращательные (несправедливо адиабатическое приближение), т. к. одночастичные энергии в этом случае одного порядка с вращательными. Однако ряд работ [3, 4], посвященных нечетным ядрам, проводились в адиабатическом приближении, но при этом изучалось влияние неаксиальности на вращательный спектр, построенный на одном одночастичном состоянии. В работах [5, 6] была рассмотрена модель, которая позволила изучить одночастичные и коллективные возбуждения с единой точки зрения. Однако в этой модели предполагалось, что момент количества движения внешнего нуклона сохраняется, несмотря на то, что поле, в котором движется внешний нуклон, заведомо несферическое. Также предполагалось, что ядро имеет аксиально-симметричную форму, и допускались лишь малые отклонения от аксиальности. Было показано, что γ -колебания не могут рассматриваться изолированно от одночастичных и вращательных степеней свободы, но для жестких по отношению к γ -колебаниям аксиально-симметричных ядер γ -колебательные возбуждения лежат достаточно высоко и низколежащие возбужденные состояния представляют собой одночастично-вращательные состояния, взаимодействующие между собой посредством кориолисова взаимодействия.

В работе [7] была исследована динамика движений неаксиальных ядер с теми же основными предположениями, что и в работах [5, 6]. Было показано, что весьма существенным является взаимодействие одночастичных, вращательных и колебательных степеней свободы. γ -колебательные возбуждения, лежащие достаточно высоко у аксиальных ядер, у неаксиальных ядер сильно опускаются и должны быть исследованы совместно с вращениями и одночастичными возбуждениями. Важнейшим следствием этого является то обстоятельство, что состояния, одночастично-вращательные при малой неаксиальности, с ростом неаксиальности могут приобрести свойства γ -колебательных состояний. Поэтому необходимо знать все одночастично-вращательные возбуждения, которые можно ожидать в конкретных ядрах. Сравнение с экспериментом выделит жесткие ядра, у которых γ -колебательные возбуждения лежат достаточно высоко и поможет предсказать, хотя бы качественно, влияние γ -колебаний на одночастично-вращательный спектр в мягких по γ -колебаниям, или неаксиальных ядрах.

В ряде работ была учтена неадиабатика коллективных и одночастичных движений в ядре. Так Чи и Дэвидсон [8] рассмотрели одночастично-вращательные возбуждения неаксиальных нечетных ядер. Однако сложность расчетов не позволила продвинуться дальше ядер оболочки $N=3$. Кроме того, серьезные возражения вызывает использованный ими способ учета принципа Паули. В работе [9] была учтена связь коллективных и наблюдаемых на опыте одночастичных состояний конкретных ядер в предположении аксиально-симметричной формы ядра.

В настоящей работе будут исследованы вращательно-одночастичные состояния нечетных ядер, но на основе более реалистической модели по сравнению с [5, 6, 7].

Ядро состоит из аксиально-симметричного остова, совершающего коллективные движения и одного внешнего нуклона, движущегося в поле остова. В качестве поля, в котором движется внешний нуклон, выбирается потенциал Нильссона. Предполагается, что ядро жесткое по отношению к γ -колебаниям. Отклонения от аксиально-симметричной формы хотя и малы, но имеются. Поэтому ни угловой момент j внешнего нуклона, ни его проекция Ω на равновесную ось симметрии ядра не сохраняются. На электронно-счетной вычислительной машине рассчитывались последовательность спинов и энергии возбужденных одночастично-вращательных состояний. Результаты расчетов сравниваются с экспериментом.

§ 1. Основные уравнения

При малых отклонениях от равновесных значений $\beta_0 \neq 0$ и $\gamma_0 = 0$ возбужденные состояния рассматриваемой системы определяются уравнением Шредингера

$$(H_v + H_{rot} + H_p - E) \Psi = 0, \quad (1)$$

где H_v — полная энергия поверхностных колебаний остова ядра,

$$H_v = \frac{\hbar^2}{2B} \hat{T}_\beta + \frac{1}{2} C' (\beta - \beta_0)^2 + \frac{\hbar^2}{2B\beta^2} \left(\hat{T}_\gamma + \frac{\gamma^2}{4\Gamma^4} \right); \quad (2)$$

$$\hat{T}_\beta = -\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} \right); \quad (3)$$

$$\hat{T}_\gamma = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right); \quad (4)$$

Γ — параметр, характеризующий жесткость ядра по отношению к γ -колебаниям. Записывая энергию поверхностных колебаний в таком виде, мы заранее пренебрегаем взаимодействием β - и γ -колебаний. В общем случае потенциальная энергия поверхностных колебаний имеет вид

$$V(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} \bar{C} \beta^2 + \beta \chi(\gamma). \quad (5)$$

Мы используем разложение энергии (5) около равновесных значений $\beta_0 \neq 0$ и $\gamma = 0$. В таком случае потенциальная энергия поверхностных колебаний имеет вид

$$V(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} C' (\beta - \beta_0)^2 + \frac{\hbar^2}{2B\beta^2} \frac{\gamma^2}{4\Gamma^4}. \quad (6)$$

H_{rot} — вращательная энергия ядра. С точностью до членов линейных по γ эту энергию при небольших отклонениях формы ядра от аксиально-симметричной можно представить в виде

$$H_{rot} = H_{rot}^0 + H_{rot}^{cor} + H_{rot}^{int}, \quad (7)$$

где

$$H_{rot}^0 = \frac{\hbar^2}{6B\beta^2} \{ \hat{I}_3^2 + \hat{j}^2 - \hat{I}_3^2 - \hat{j}_3^2 \} \quad (8)$$

— собственно вращения;

$$H_{rot}^{cor} = -\frac{\hbar^2}{6B\beta^2} 2(\hat{I}_1 \hat{j}_1 + \hat{I}_2 \hat{j}_2) \quad (9)$$

— кориолисово взаимодействие;

$$H_{rot}^{int} = \frac{\hbar^2}{6B\beta^2} \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{3} \right) (\hat{I}_3 - \hat{j}_3)^2 \quad (10)$$

— взаимодействие одночастично-вращательных состояний с γ -колебаниями. Этот член ответствен за аномальные вращательные возбуждения, связанные с переходом ядра в неаксиальную форму.

Благодаря кориолисову взаимодействию (9), несмотря на цилиндрическую симметрию потенциала, в котором движется внешний нук-

лон, проекция углового момента Ω внешнего нуклона на равновесную ось симметрии ядра не сохраняется, т. к. оператор $\hat{j}_3$ не коммутирует с оператором (9).

И, наконец, H_p — гамильтониан Нильссона, который имеет вид

$$H_p = \frac{\hbar\omega_0}{2} \{\rho^2 - \nabla^2\} + C \vec{l} \vec{s} + D l^2 - V(r) \beta Y_{20}, \quad (11)$$

где

$$V(r) = M\omega_0^2 r^2 = \hbar\omega_0 \rho^2. \quad (12)$$

Таким образом, уравнение Шредингера (1) можно записать в виде

$$\left\{ H_p^0 + \left[\frac{\hbar^2}{2B} \hat{T}_\beta + \frac{C'}{2} (\beta - \beta_0)^2 \right] + \right. \\ \left. + \frac{\hbar^2}{2B\beta^2} \left[\hat{T}_1 + \frac{\gamma^2}{4\Gamma^4} + \frac{1}{3} \hat{h}_{rot} + \xi \hat{h}_p \right] - E \right\} \Psi = 0, \quad (13)$$

где

$$\hat{h}_{rot} = \hat{h}_{rot}^0 + \hat{h}_{rot}^{cor} + \hat{h}_{rot}^{int}; \quad (14)$$

$$\hat{h}_{rot}^0 = \hat{I}^2 + \hat{j}^2 - \hat{I}_3^2 - \hat{j}_3^2; \quad (15)$$

$$\hat{h}_{rot}^{cor} = -2(\hat{I}_1 \hat{j}_1 + \hat{I}_2 \hat{j}_2); \quad (16)$$

$$\hat{h}_{rot}^{int} = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\Gamma^2} + \frac{1}{3} \right) (\hat{I}_3 - \hat{j}_3)^2; \quad (17)$$

$$\hat{h}_p = -V(r) Y_{20} + \frac{1}{\beta_0} C \vec{l} \vec{s} + \frac{1}{\beta_0} D l^2; \quad (18)$$

$$\xi = \frac{2B\beta_0^2}{\hbar^2}. \quad (19)$$

Волновая функция уравнения Шредингера (13) может быть записана в виде

$$\Psi = F(\beta) \Phi(x, \theta_l), \quad (20)$$

и тогда для β -колебаний уравнение запишется в виде

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2B} \frac{d^2}{d\beta^2} - W_\Lambda(\beta) + (E - E_N) \right\} \beta^2 F(\beta) = 0, \quad (21)$$

в котором роль потенциальной энергии играет выражение

$$W_\Lambda(\beta) = \frac{C'}{2} (\beta - \beta_0)^2 + \frac{\hbar^2 (\Lambda + 2)}{2B\beta^2}. \quad (22)$$

Λ — параметр разделения переменных, E_N — связанные состояния внешнего нуклона в сферической части потенциала остова, т. е. E_N — собственные значения оператора H_0 ;

$$H_0 \Psi_N = E_N \Psi_N = \hbar \omega_0 \left(\frac{3}{2} + N \right) \Psi_N.$$

Для остальных переменных системы уравнение имеет вид

$$\left[\hat{T}_\gamma + \frac{\gamma^2}{4\Gamma^4} + \frac{1}{3} \hat{h}_{rot} + \xi \hat{h}_p - \Lambda \right] \Phi(x_\gamma \theta_l) = 0. \quad (23)$$

В работе [6] отмечалось, что $|\hat{I}_3 - \hat{j}_3|$ коммутирует с операторами, входящими в уравнение (23), и соответственно этому существует хорошее квантовое число $|m| = \left| \frac{K - Q}{2} \right|$. Поэтому решения уравнения (23) можно искать в виде

$$\Phi(x_\gamma \theta_l) = \chi^{[m]}(\gamma) \Theta^{J, |m|}(x \theta_l). \quad (24)$$

γ — колебания выделяются и для них имеем уравнение

$$\left[\hat{T}_\gamma + \frac{\gamma^2}{4\Gamma^4} + m^2 \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{3} \right) - L \right] \chi^{[m]}(\gamma) = 0. \quad (25)$$

Для переменных $x \theta_l$ уравнение имеет вид

$$\left[\frac{1}{3} (\hat{h}_{rot}^0 + \hat{h}_{rot}^{cor}) + \xi \hat{h}_p + L - \Lambda \right] \Theta^{J, |m|}(x \theta_l) = 0. \quad (26)$$

Таким образом, полное уравнение Шредингера для нашей квантово-механической системы разбито на три уравнения: выделены β -колебания, γ -колебания и вращательно-одночастичные движения. Уравнение для β -колебаний исследовалось в работе [10], поэтому выпишем решение, поясняя обозначения.

$$F_{N\Lambda}^\gamma(\beta) = \frac{N}{\beta^2} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) H_\nu(z), \quad (27)$$

где

$$H_\nu(z) = [2\Gamma(-\nu)]^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \Gamma\left(\frac{n-\nu}{2}\right) (2z)^n \quad (28)$$

— функции Эрмита

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{p(\beta - \beta_\Lambda)}{\mu_1 \beta_\Lambda}; \quad \mu_1 = \mu \left[1 + 3(\Lambda + 2) \left(\frac{\mu}{p} \right)^4 \right]^{-\frac{1}{4}} \\ (p-1)p^3 &= (\Lambda + 2)\mu^4; \quad \beta_\Lambda = \beta_0 + \frac{\hbar^2(\Lambda + 2)}{BC'\beta_\Lambda^3} \\ \mu &= \frac{1}{\beta_0} \sqrt{\frac{\hbar \omega_\beta}{C'}}; \quad \omega_\beta = \sqrt{\frac{C'}{B}} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ν — корень трансцендентного уравнения $H_\nu\left(-\frac{p}{\mu_1}\right) = 0$; N — множи-

тель нормировки; μ — параметр „неадиабатичности“ по β -колебаниям. При $\mu < \frac{1}{3}$, $\nu \approx n = 0, 1, 2, \dots$, функции Эрмита переходят в полиномы Эрмита. β -колебания приближенно можно отделить от остальных типов возбуждений и энергию ядра, соответствующую определенному значению Λ , можно записать в виде

$$\Delta E_{N, \Lambda}^{[m], n} = E_{\Lambda}^{[m], n} - E_N = \hbar \omega_{\beta} \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 (\Lambda + 2)}{2B\beta_{\Lambda}^2} \left\{ 1 + 3\mu^2 \left(n + \frac{1}{2} \right) - \mu^4 (\Lambda + 2) \right\}. \quad (30)$$

Уравнение (25) для γ -колебаний исследовано в работе [6] и его решение имеет вид

$$\chi_{\Lambda}^{[m]}(\gamma) = \left(\frac{\gamma^2}{2\Gamma^2} \right)^{\frac{|m|}{2}} F \left(-\lambda, |m| + 1, \frac{\gamma^2}{2\Gamma^2} \right) \exp \left(-\frac{\gamma^2}{4\Gamma^2} \right), \quad (31)$$

$F \left(-\lambda, |m| + 1, \frac{\gamma^2}{2\Gamma^2} \right)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Каждой собственной функции (31) соответствует собственное значение

$$L_{m, \lambda} = \frac{1}{\Gamma^2} (2\lambda + |m| + 1) + \frac{m^2}{3}. \quad (32)$$

И, наконец, решение уравнения (26) ищется в виде

$$\Theta^{I, [m]}(x\theta_i) = \sum_{j, K, \alpha} C^{I, [m]}(j, K, \alpha) |IjK, \alpha | m \rangle, \quad (33)$$

где $\alpha = \frac{m}{|m|}$ принимает два значения $+1$ и -1 , j пробегает значения от $\frac{1}{2}$ до $\frac{2N+1}{2}$ и K от $\frac{1}{2}$ до j для каждого j .

$$|IjK, \alpha | m \rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \left\{ D_{IK}^I(\theta_i) \varphi_{K-2\alpha|m|}^J(x) + \right. \\ \left. + (-1)^{I-j} D_{M-K}^I(\theta_i) \varphi_{2\alpha|m|-K}^J(x) \right\}. \quad (34)$$

Тогда получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{j'K'\alpha'} \alpha^{[m]}(jK\alpha; j'K'\alpha') C^{I, [m]}(j'K'\alpha') + (L_{\Lambda}^{[m]} - \Lambda) C^{I, [m]}(jK\alpha) = 0, \quad (35)$$

где

$$\alpha^{[m]}(jK\alpha; j'K'\alpha') \equiv \langle Ij'K'\alpha' | m | \hat{\Omega} | IjK\alpha | m \rangle, \quad (36)$$

$$\hat{\Omega} = \frac{1}{3} \left\{ \vec{I}^2 + \vec{J}^2 - \vec{I}_3^2 - \vec{J}_3^2 \right\} -$$

$$-\frac{2}{3}(\hat{I}_1 \hat{j}_1 + \hat{I}_2 \hat{j}_2) + \frac{\xi}{\beta_0} (-V(r) \beta_0 Y_{20} + \vec{Cl} \vec{s} + D \vec{l}^2). \quad (37)$$

§ 2. Матричные элементы оператора $\hat{\Omega}$

Перепишем оператор (37) в несколько ином виде

$$\hat{\Omega} = \frac{\hbar \omega \chi \xi}{\beta_0} \left\{ \eta U - 2 \vec{l} \vec{s} - \mu' \vec{l}^2 + \lambda \hat{F}_R \right\}, \quad (38)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \chi &= -\frac{C}{2\hbar\omega_0}, & \frac{V(r) \beta_0}{\hbar\omega_0 \chi} &= \frac{\hbar\omega_0 r^2 \beta_0}{\hbar\omega_0 \chi} = \eta \rho^2 \\ \mu' &= \frac{2D}{C}; & \eta &= \frac{\beta_0}{\chi}; & \lambda &= \frac{\hbar^2}{6B\beta_0^2} \cdot \frac{1}{\hbar\omega_0 \chi}; \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$U = -\rho^2 Y_{20}; \quad (40)$$

$$\hat{F}_R = (\hat{I}^2 + \hat{j}^2 - \hat{I}_3^2 - \hat{j}_3^2) - 2(\hat{I}_1 \hat{j}_1 + \hat{I}_2 \hat{j}_2); \quad (41)$$

Сначала найдем матричные элементы оператора (40).

Согласно теореме Вигнера-Эккарта

$$\langle I' j' \Omega' | V(r) Y_{2\lambda} | I j \Omega \rangle = (2j\mu \Omega | j' \Omega') \langle j' || V(r) || j \rangle, \quad (42)$$

$(2j\mu \Omega | j' \Omega')$ — коэффициенты Клебши, $\langle j' || V(r) || j \rangle$ — приведенные матричные элементы, значения которых зависят от вида функции $V(r)$ и от типа орбитальной и спиновой части волновой функции внешнего нуклона и не зависят от магнитного квантового числа. Для вычисления этих приведенных матричных элементов представим волновую функцию внешнего нуклона в виде

$$\varphi_{\Omega}^j(x) = \sum_{s=-1/2}^{1/2} \left(l \frac{1}{2}, \Omega - s, s | j \Omega \right) S_s f_l(r) Y_{l, \Omega-s}(\theta, \varphi), \quad (43)$$

где S_s — спиновая часть волновой функции, $f_l(r)$ — радиальная часть, $Y_{l, \Omega-s}(\theta, \varphi)$ — угловая часть, l — орбитальный момент внешнего нуклона, связанный с полным его угловым моментом j следующим выражением

$$l = j + \frac{1}{2}(-1)^{N+j+\frac{1}{2}}.$$

Тогда, приведенный матричный элемент можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \langle j' || V(r) || j \rangle &\equiv \langle j' l' \frac{1}{2} || V(r) Y_2 || j l \frac{1}{2} \rangle = \\ &= (-1)^{l'+j-\frac{1}{2}} \sqrt{(2j+1)(2l+1)} \cdot W\left(l j l' j' | \frac{1}{2} 2\right) \langle l' || V(r) || l \rangle, \end{aligned} \quad (44)$$

где $W(lj'l'|\frac{1}{2}2)$ — коэффициенты Рака. Подставляя явное значение для коэффициента Рака и учитывая

$$(l' \| Y_2 \| l) = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (2l00 | l'0),$$

окончательно получим следующее выражение для приведенного матричного элемента

$$\langle j' \| V(r) Y_2 \| j \rangle = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(2j0 \frac{1}{2} | j' \frac{1}{2} \right) (l' \| V(r) \| l), \quad (45)$$

причем, либо $l' = l$, либо $l' = l \pm 2$. В остальных случаях этот матричный элемент равен нулю.

$$\begin{aligned} \langle l' \| V(r) \| l \rangle &= \hbar \omega_0 \langle Nl' | \rho^2 | Nl \rangle = \\ &= \hbar \omega_0 \begin{cases} N + \frac{3}{2}, & \text{если } l = l' \\ \sqrt{(N-l)(N+l+3)}, & \text{если } l' = l+2 \\ \sqrt{(N-l+2)(N+l+1)}, & \text{если } l' = l-2. \end{cases} \end{aligned} \quad (46)$$

Найдем теперь матричные элементы оператора (41)

$$\begin{aligned} \langle IjK, \alpha | m | \hat{F}_R | IjK, \alpha | m \rangle &= I(I+1) + j(j+1) - K^2 - \\ - (K - 2\alpha | m |)^2 - (-1)^{I-j} \sqrt{(I+K)(I-K+1)(j+K)(j-K+1)} \delta_{K\frac{1}{2}} \delta_{m0}; \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \langle IjK, \alpha | m | \hat{F}_R | IjK \pm 1\alpha | m \rangle &= \\ = - \sqrt{(1-K)(I+K+1)(j \mp K \pm 2m)(j \pm K \mp 2m+1)}. \end{aligned} \quad (48)$$

С помощью выражений (46), (47) и (48) легко найти все матричные элементы оператора $\hat{\Omega}$. Выпишем отличные от нуля матричные элементы основной вращательно-одночастичной полосы $m=0$, которой мы интересуемся в данной работе

$$\begin{aligned} \langle IjK | \frac{\hat{\Omega}}{T} | IjK \rangle &= -\eta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (2j0K | jK) \left(2j0 \frac{1}{2} | j \frac{1}{2} \right) \left(N + \frac{3}{2} \right) + \\ + (1-\nu') I(I+1) - j(j+1) + \frac{3}{4} + \lambda [I(I+1) + j(j+1) - 2K^2 - \\ - (-1)^{I-j} \left(I + \frac{1}{2} \right) \left(j + \frac{1}{2} \right) \delta_{K\frac{1}{2}}]; \end{aligned} \quad (49)$$

$$\langle IjK | \frac{\hat{\Omega}}{T} | Ij, K \pm 1 \rangle = -\lambda \sqrt{(j \mp K)(j \pm K+1)(I \mp K)(I \pm K+1)}; \quad (50)$$

$$\langle \Pi j K | \frac{\hat{O}}{T} | \Pi j \pm 1, K \rangle = -\eta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (2, j \pm 1, 0K | jK) \times \\ \times \left(2j0 \frac{1}{2} | j \pm 1, \frac{1}{2} \right) \left(N + \frac{3}{2} \right); \quad (51)$$

$$\langle \Pi j K | \frac{\hat{O}}{T} | \Pi + 2, j + 1, K \rangle = -\eta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (2, j + 1, 0K | jK) \times \\ \times \left(2j0 \frac{1}{2} | j + 1, \frac{1}{2} \right) \sqrt{(N-l)(N+l+3)}; \quad (52)$$

$$\langle \Pi j K | \frac{\hat{O}}{T} | \Pi + 2, j + 2, K \rangle = -\eta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (2, j + 2, 0K | jK) \times \\ \times \left(2j0 \frac{1}{2} | j + 2, \frac{1}{2} \right) \sqrt{(N-l)(N+l+3)}; \quad (53)$$

$$\langle \Pi j K | \frac{\hat{O}}{T} | \Pi - 2, j - 1, K \rangle = -\eta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (2, j - 1, 0K | jK) \times \\ \times \left(2j0 \frac{1}{2} | j - 1, \frac{1}{2} \right) \sqrt{(N-l+2)(N+l+1)}; \quad (54)$$

$$\langle \Pi j K | \frac{\hat{O}}{T} | \Pi - 2, j - 2, K \rangle = -\eta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (2, j - 2, 0K | jK) \times \\ \times \left(2j0 \frac{1}{2} | j - 2, \frac{1}{2} \right) \sqrt{(N-l+2)(N+l+1)}; \quad (55)$$

$$T = \frac{\hbar \omega_0 \chi^2}{\beta_0}. \quad (56)$$

Для того, чтобы система алгебраических уравнений (35) имела нетривиальные решения, необходимо выполнение следующего условия

$$\det \| a_j^{lm} (jK\alpha; j'K'\alpha') - \varepsilon \delta_{jj'} \delta_{KK'} \delta_{\alpha\alpha'} \| = 0. \quad (57)$$

Уравнение (57) определит ε , следовательно полностью определится параметр Λ , который определяет энергию ядра, согласно выражению (30). После вычитания энергии нулевых β - и γ -колебаний в приближении $\mu = 0$, энергию возбужденных состояний ядра можно записать в виде

$$E_N^{lm, n, \lambda, l} = \hbar \omega_p n + \hbar \omega_\gamma \left(\lambda + \frac{|m|}{2} \right) + \frac{\hbar^2}{2B\beta_\Lambda^2} \left(\varepsilon^{lm}(l) + \frac{m^2}{3} \right), \quad (58)$$

где $\hbar \omega_\gamma = \frac{\hbar^2}{B\beta_\Lambda^2 \Gamma^2}$ — энергия γ -колебаний.

Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы $a_i^{(m)}(jKa; j'K'a')$ равносильно решению уравнения (57). Эти собственные значения и собственные векторы определяют вращательно-одночастичные состояния основной полосы ($m=0$) и аномальных полос ($|m| \neq 0$), а также коэффициенты разложения волновой функции (33).

§ 3. Сравнение теории с экспериментом

Для основной полосы $m=0$ и оболочки $N=4$ методом вращений (11) на электронно-счетной вычислительной машине было решено уравнение (57). Максимальный порядок диагонализированных при этом матриц определяется для $m=0$ выражением $n = \frac{(N+1)(N+2)}{2}$,

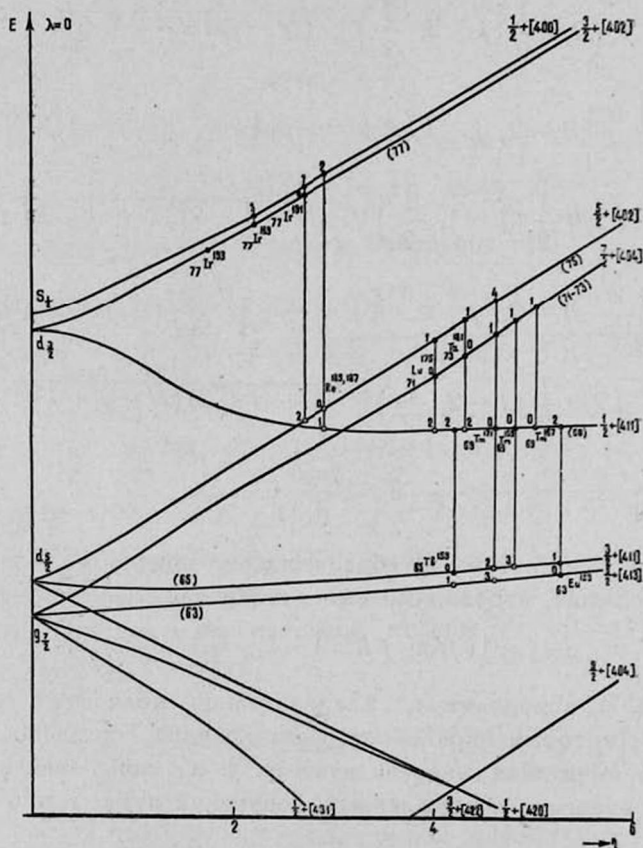


Рис. 1. Схема Нильссона, $N=4$. Спектр протонов для $50 < Z < 82$ как функция деформации.

N — номер оболочки схемы Нильссона. Для удобства понимания полученных результатов приведем часть оболочки $N=4$ схемы Нильссона (рис. 1), которая обычно используется для интерпретации одночастичных состояний нечетно-протонных ядер в области редких земель.

На рис. 1 не показаны уровни отрицательной четности, которые относятся к оболочке $N=5$. В скобках у некоторых уровней указано число заполненных состояний, т. е. число протонов в протонно-нечетном ядре, основное состояние которого имеет квантовые характеристики данного уровня. На этом же рисунке представлены ядра, одночастичные состояния которых интерпретируются по схеме Нильссона. Черные кружочки означают возбуждения частиц, белые — дырок. Цифры у них означают номер возбужденного состояния. 0 — относится к основному состоянию. Можно заметить, что возбуждения частиц могут чередоваться с возбуждениями дырок. Следует отметить, что в настоящей работе могут быть описаны либо возбуждения частиц, либо

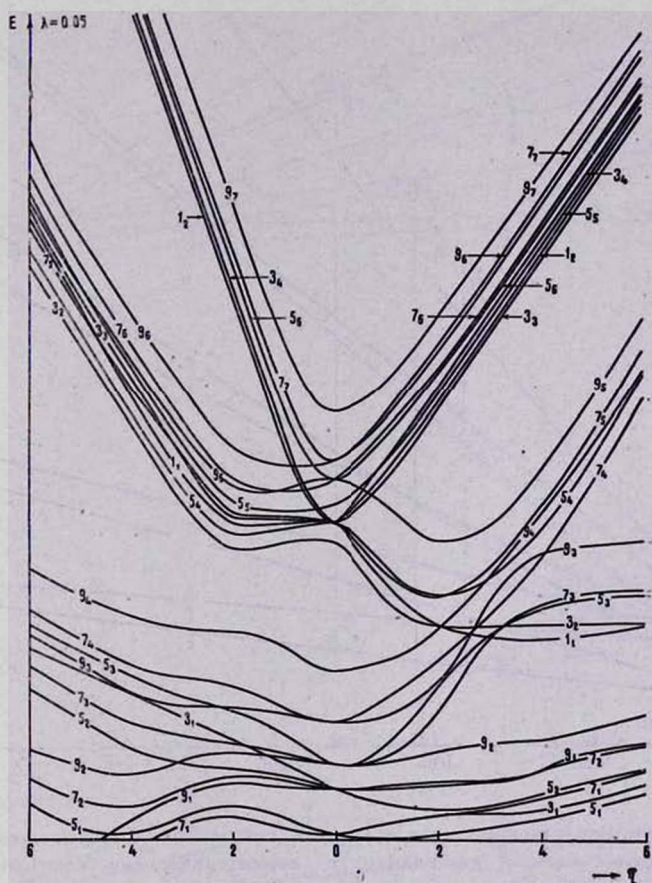


Рис. 2. Схема Нильссон+вращения, $N=4$. Вращательно-одночастичный спектр нечетно-протонных ядер с $50 < Z < 82$ как функция деформации при $\lambda=0,05$. Цифры у каждого уровня обозначают удвоенный спин, индекс при цифре различает одночастичные состояния, к которым относятся вращательные уровни с данным спином. возбуждения дырок. Чередование таких возбуждений в данной схеме количественно не может быть описано. Схема Нильссона представляет собой предельный случай более полной схемы, когда учитываются вращения. При стремлении энергии вращения к нулю построенная здесь схема переходит в обычную схему Нильссона. На рис. 2 при-

ведена схема Нильссона с учетом вращений. В отличие от рис. 1 на каждом одночастичном состоянии построена вращательная полоса и можно проследить, как эти полосы изменяются в зависимости от деформации η . Каждая вращательная полоса, развивающаяся на одночастичном состоянии, при $\lambda \rightarrow 0$ вырождается в одночастичное состояние схемы Нильссона. Достаточно малые λ соответствуют адиабатическому приближению, когда вращения можно отделить от одночастичных движений, т. е. на каждом одночастичном состоянии строится независимая вращательная полоса.

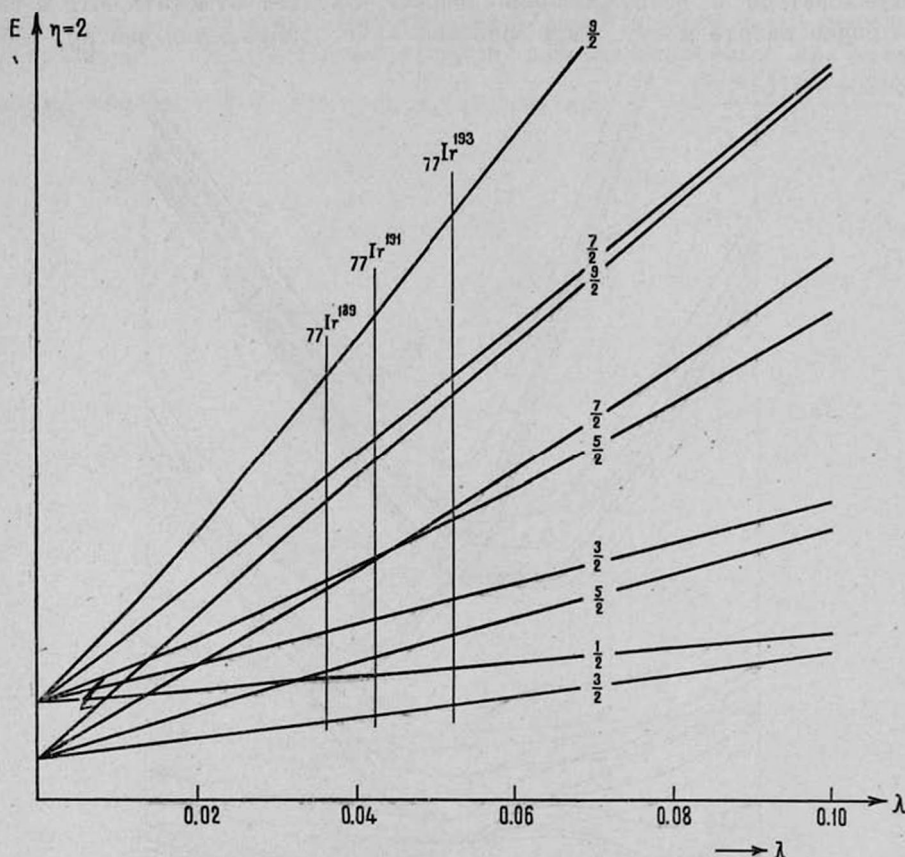


Рис. 3. Вращательно-одночастичные состояния схемы Нильссон + вращения, соответствующие нильссоновским состояниям с асимптотическими квантовыми числами

$$\frac{1}{2} + [400] \text{ и } \frac{3}{2} + [402], \text{ как функции параметра } \lambda \text{ при } \eta = 2.$$

На рис. 3 приведена часть схемы Нильссон + вращения, относящаяся к двум нильссоновским одночастичным состояниям с асимптотическими квантовыми числами $\frac{1}{2} + [400]$ и $\frac{3}{2} + [402]$. На этих одночастичных состояниях, согласно принятой интерпретации, развиваются вращательные полосы ядер ${}_{77}\text{Ir}^{189}$, ${}_{77}\text{Ir}^{191}$ и ${}_{77}\text{Ir}^{193}$. При определенных

значениях параметров η и λ ($\eta = 2$, $\lambda = 0,036$ для $I_{r^{189}}$; $\eta = 2$, $\lambda = 0,042$ для $I_{r^{191}}$ и $\eta = 2$, $\lambda = 0,052$ для $I_{r^{193}}$) можно добиться удовлетворительного согласия с экспериментом (см. рис. 5). На рис. 4 приведена часть схемы Нильссон + вращения, относящаяся к трем одночастич-

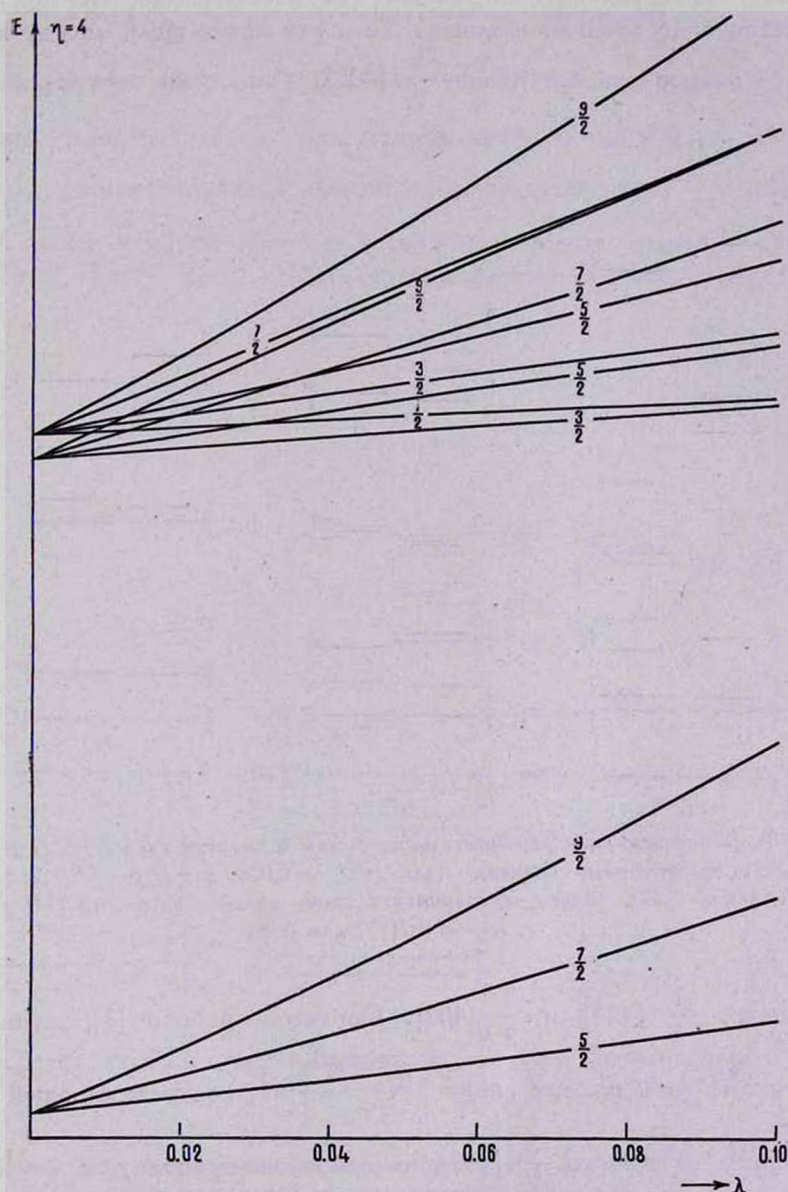


Рис. 4. Вращательно-одночастичные состояния схемы Нильссон + вращения, соответствующие нильссоновским состояниям с асимптотическими квантовыми числами $\frac{1}{2} + [400]$, $\frac{3}{2} + [402]$ и $\frac{5}{2} + [402]$ как функции параметра λ при $\eta = 4$.

выми числами $\frac{1}{2}^+[400]$. Точно также состояние $\frac{1}{2}^+511 \text{ kev}$ в Re^{187} [16]—это сильно коллективизированное состояние $\frac{1}{2}^+[400]$; $\frac{3}{2}^+582 \text{ kev}$ —это $\frac{3}{2}^+[402]$; $\frac{3}{2}^+618 \text{ kev}$ — вращательное состояние полосы, принадлежащей $\frac{1}{2}^+[400]$; а $\frac{1}{2}^+625 \text{ kev}$ и $\frac{3}{2}^+773 \text{ kev}$ — уровни, принадлежащие γ -колебательной или аномальной вращательной полосе $|m|=1$, соответствующей одночастичному состоянию $\frac{5}{2}^+[402]$. На рис. 6 даны теоретические и экспериментальные спины и энергии ядер Tm^{167} , Tm^{169} , Tm^{171} . Часть возбужденных состояний этих ядер

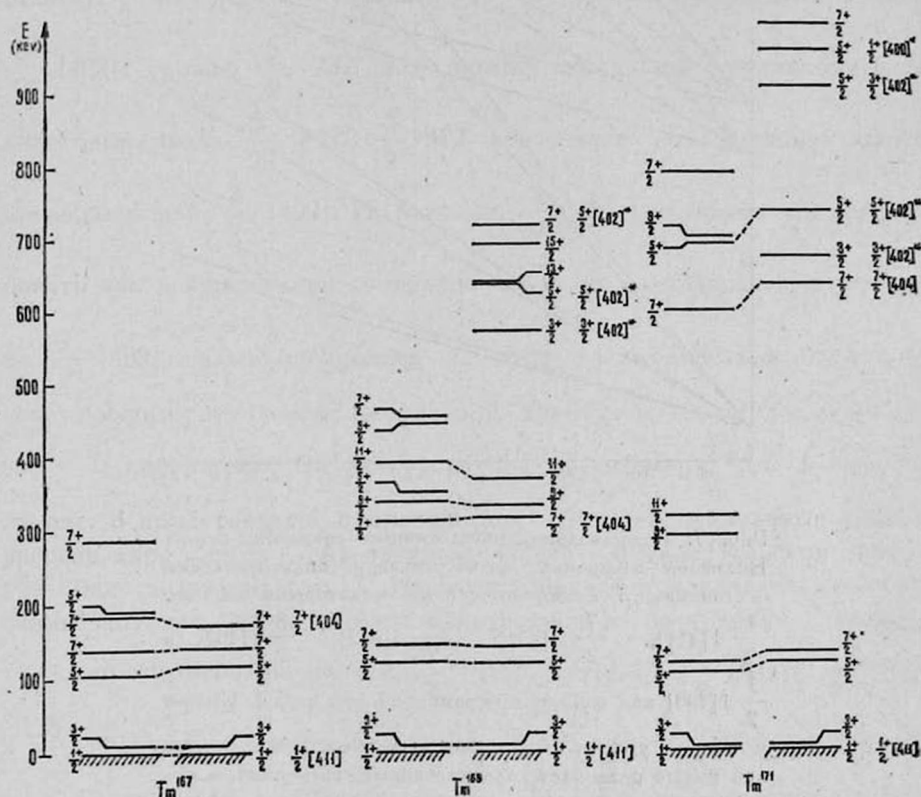


Рис. 6. Теоретические и экспериментальные спины и энергии ядер Tm^{167} , Tm^{169} , Tm^{171} . Слева даны теоретические значения (для Tm^{167} $\lambda=0,184$; для Tm^{169} $\lambda=0,116$; Tm^{171} $\lambda=0,052$; всюду $\eta=5,4$), справа—экспериментальные, взятые из работы [15] и для Tm^{167} и Tm^{171} и из [17] для Tm^{169} . Справа также указаны асимптотические квантовые числа. Звездочка означает, что данный уровень сильно коллективизирован за счет взаимодействия с γ -колебаниями.

описывается схемой, представленной на рис. 7. Рис. 7 представляет собой тоже часть схемы Нильссон + вращения, относящуюся к одноча-

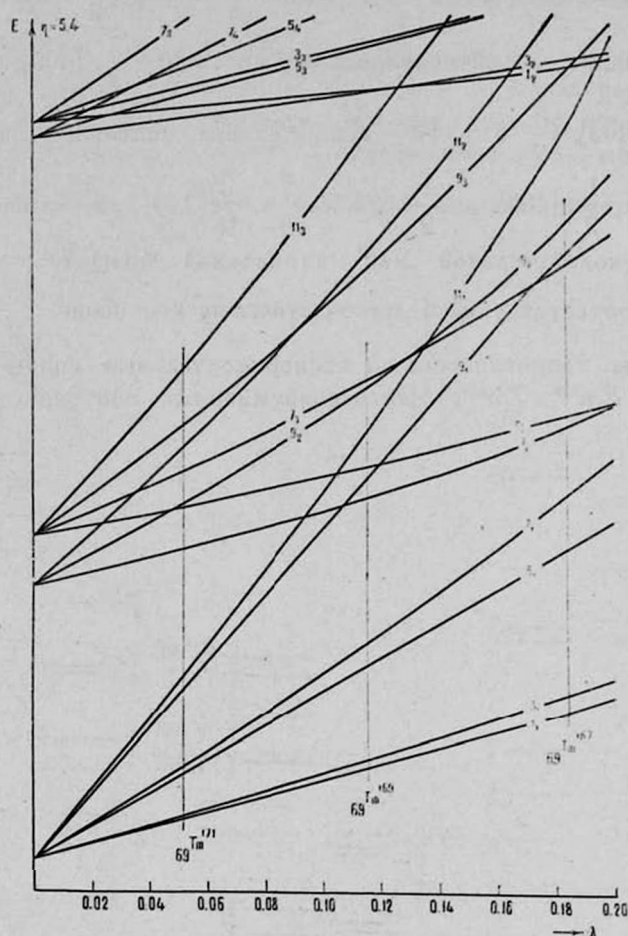


Рис. 7. Вращательно-одночастичные состояния схемы Нильссон+вращения, соответствующие нильссоновским состояниям с асимптотическими квантовыми числами $\frac{1}{2} + [411]$, $\frac{7}{2} + [404]$, $\frac{5}{2} + [402]$, $\frac{3}{2} + [402]$ и $\frac{1}{2} + [400]$ как функции параметра λ при $\eta = 5,4$. Цифры у каждого уровня обозначают удвоенный спин, индекс при цифре различает одночастичные состояния, к которым относятся вращательные уровни с данным спином.

стичным состояниям $\frac{1}{2} + [411]$, $\frac{7}{2} + [404]$, $\frac{5}{2} + [402]$, $\frac{3}{2} + [402]$ и $\frac{1}{2} + [400]$ в зависимости от параметра λ при $\eta = 5,4$. В случае T_m^{187} все известные возбужденные состояния описываются при $\lambda = 0,184$

(рис. 7). В случае Tm^{169} нижайшие состояния также удовлетворительно описываются теорией (рис. 7, $\lambda = 0,116$), причем любопытно, что состояния $\frac{9}{2} + 332 \text{ kev}$ и $\frac{11}{2} + 368 \text{ kev}$ — члены ротационной полосы, построенной на одночастичном состоянии $\frac{1}{2} + [411]$, а не $\frac{7}{2} + [404]$. Состояние $\frac{3}{2} + 570 \text{ kev}$ — это опущенный за счет γ -колебаний и сильно тем коллективизированный уровень $\frac{3}{2} + [402]$, а $\frac{5}{2} + 633 \text{ kev}$ и $\frac{7}{2} + 718 \text{ kev}$ — члены его ротационной полосы. Аналогична ситуация в ядре Tm^{171} . Нижайшие состояния — это вращательно-одночастичные состояния, описываемые схемой Нильссон + вращения (рис. 7, $\lambda = 0,052$). Далее, $\frac{3}{2} + 675 \text{ kev}$ — опущенный и коллективизированный уровень $\frac{3}{2} + [402]$; уровню $\frac{5}{2} + 737 \text{ kev}$ можно приписать асимптотические квантовые числа $\frac{5}{2} + [402]$; $\frac{5}{2} + 912 \text{ kev}$ — член ротационной полосы, принадлежащей $\frac{3}{2} + [402]$. И, наконец, $\frac{5}{2} + 963 \text{ kev}$ можно интерпретировать как вращательное состояние с $I = \frac{5}{2}$ из полосы, построенной на $\frac{1}{2} + [400]$, сильно опущенное за счет взаимодействия его с соответствующим состоянием аномальной полосы нулевых γ -колебаний с $|m| = 1$, построенной на одночастичном состоянии $\frac{1}{2} + [411]$. Наконец, на рис. 8 представлены теоретические и экспериментальные спины и энергии ядра Eu^{153} . Соответствующая часть схемы Нильссон + вращения представлена на рис. 7. На этом рисунке представлена та часть схемы, которая соответствует одночастичным состояниям с асимптотическими квантовыми числами $\frac{5}{2} + [413]$, $\frac{3}{2} + [411]$, $\frac{1}{2} + [411]$, $\frac{7}{2} + [404]$ и $\frac{5}{2} + [402]$. Для нижайших состояний Eu^{153} при $\lambda = 0,024$ наблюдается хорошее согласие с экспериментом. Полоса, начинающаяся с уровня $\frac{1}{2} + 634 \text{ kev}$ — это вращательная полоса на коллективизированном за счет γ -колебаний одночастичном состоянии с асимптотическими квантовыми числами $\frac{1}{2} + [411]$.

В рамках настоящей теории не может быть описано ядро Tb^{159} , в котором сначала возбуждается дырочное состояние, затем частичное. То же самое можно сказать о ядрах Lu^{175} и Ta^{181} (см. рис. 1). Однако не исключено, что и в последнем случае сказывается влияние неаксиальности, т. е. γ -колебаний.

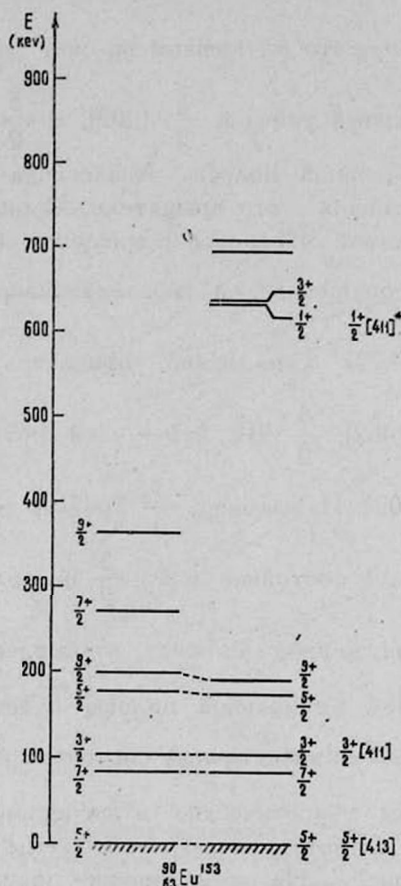


Рис. 8. Теоретические и экспериментальные спины и энергии ядра Eu^{153} . Слева даны теоретические значения ($\lambda=0,024$, $\eta=4$), справа—экспериментальные [18]. Справа также указаны асимптотические квантовые числа. Звездочка означает, что данный уровень сильно коллективизирован.

Таким образом, проведенное исследование показывает, что в области ядер, принадлежащих оболочке $N=4$ низколежащие состояния действительно могут быть описаны схемой Нильссон+вращения. Однако во многих случаях более высокие возбужденные состояния лежат значительно ниже, чем можно ожидать согласно схеме Нильссон+

вращения. Это свидетельствует о том, что следует учитывать γ -колебания. К сожалению, точный учет их связан с большими трудностями и нужно искать приближенные методы.

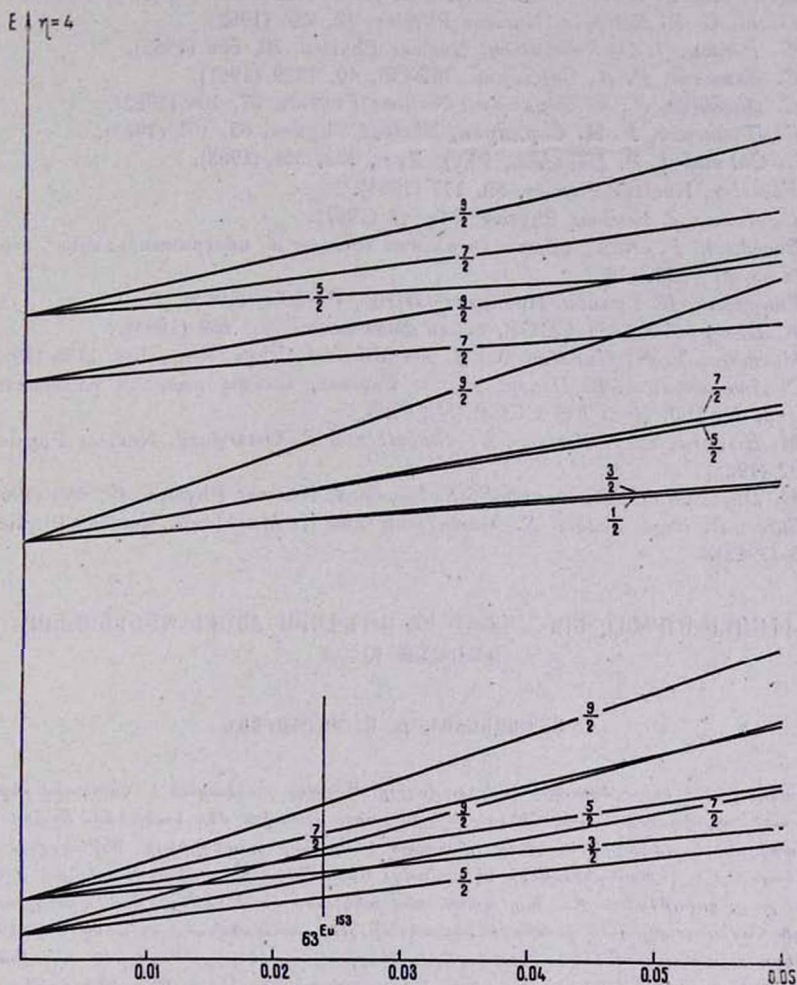


Рис. 9. Вращательно-одночастичные состояния схемы Нильссон+вращения, соответствующие нильссоновским состояниям с асимптотическими квантовыми числами $\frac{5}{2} + [413]$, $\frac{3}{2} + [411]$, $\frac{1}{2} + [411]$, $\frac{7}{2} + [404]$ и $\frac{5}{2} + [402]$ как функции параметра λ при $\eta = 4$.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность профессору А. С. Давыдову за постоянное внимание к работе и ценные критические замечания, а также В. В. Пашкевичу за плодотворные дискуссии.

Ереванский физический
институт

Поступила 13 апреля 1966

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. S. G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 29, № 16 (1955).
2. B. Mottelson, S. Nilsson, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk., 1, № 8 (1959).
3. K. Hecht, G. R. Satchler, Nuclear Physics, 32, 286 (1962).
4. L. W. Person, J. O. Rasmussen, Nuclear Physics, 36, 666 (1962).
5. А. С. Давыдов, Р. А. Сардарян, ЖЭТФ, 40, 1429 (1961).
6. А. С. Давыдов, Р. А. Сардарян, Nuclear Physics, 37, 106 (1962).
7. В. В. Пашкевич, Р. А. Сардарян, Nuclear Physics, 65, 401 (1965).
8. B. E. Chi and J. P. Davidson, Phys. Rev., 131, 366 (1963).
9. A. Faessler, Nuclear Physics, 59, 177 (1964).
10. А. С. Давыдов, Nuclear Physics, 24, 642 (1961).
11. В. Воеводин, Г. Ким, „Вычислительные методы и программирование“ стр. 269, Из-во МГУ, М., 1962.
12. В. Гнатович, К. Громов, Препринт ОИЯИ, Р—2086 (1965).
13. А. К. Пекер, Изв. АН СССР, серия физическая, 28, 289 (1964).
14. B. Harmatz, T. H. Handley and J. W. Mihelich, Phys. Rev., 128, 1186 (1962).
15. Б. С. Дзеляпов, А. К. Пекер, В. О. Сергеев, Схемы распада радиоактивных ядер, $A \geq 100$. Изд. АН СССР, М., 1963.
16. K. M. Bisgard, L. J. Nielsen, E. Stabell and P. Ostergard, Nuclear Physics, 71, 192 (1965).
17. R. M. Diamond, B. Elbek and F. S. Stephens, Nuclear Physics, 42, 560 (1963).
18. T. Suter, P. Reyes-Suter, S. Gustafsson and I. Marklund, Nuclear Physics, 20, 33 (1962).

ՆԻԼՍՈՆԻ ՄՈԴԵԼԸ ԵՐԲ ՀԱՇՎԻ ԵՆ ԱՌՆՎՈՒՄ ՀՆՆՔԻ ՊՏՈՒՅՏՆԵՐԸ:

ԹԱՂԱՆԹ $N=4$

Վ. Ս. ՊՈԳՈՍՅԱՆ, Բ. Ա. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ

Հետազոտված է կենտ միջուկի հետևյալ մոդելը: Միջուկը բաղկացած է՝ կոլեկտիվ շարժումների կատարող արտիալ-սիմետրիկ հենքից և նրա շուրջը պտտվող մեկ նուկլոնից: Որպես դաշտ, որտեղ շարժվում է արտաքին նուկլոնը, ընտրված է Նիլսոնի պոտենցիալը: Ենթադրվում է, որ միջուկը կալուն է՝ γ -տատանումների նկատմամբ: Շեղումները արտիալ սիմետրիայից թեկուզ և փոքր են, բայց գոյություն ունեն: Այդ պատճառով անկլունային մոմենտը և նրա պրոեկցիան սիմետրիայի հավասարակշռված առանցքի նկատմամբ չեն պահպանվում: Այսպիսի միջուկներում պտույտները առանձնանում են կոլեկտիվ շարժումների մյուս ձևերից: Կարելի է ուսումնասիրել պտույտները և առանձին մասնիկի շարժման փոխադարձ կապը: $N=4$ թաղանթի համար (N -ը Նիլսոնի մոդելի զիսավոր քվանտային թիվն է) էլեկտրոնային-հաշվի մեքենայի վրա լուծվել է միաժամանակի պտտական շարժման խնդիրը կենտ միջուկների համար: Մի շարք միջուկների համար հազվագյուտ հոդերի տիրույթում (Eu^{153} , Ir^{189} , Ir^{191} , Ir^{193} , Tm^{167} , Tm^{169} , Tm^{171}) սպինների և զրգման էներգիաների ստացված հաջորդականության համեմատումը էքսպերիմենտի հետ թույլ է տալիս տարբերել պտտական միաժամանակի վիճակները զրոյական γ -տատանումների մեծ խառնուրդ ունեցող վիճակներից: Ստացված է բավարար համաձայնություն էքսպերիմենտի հետ:

NILSSON'S MODEL WITH AN ACCOUNT OF THE ROTATIONS SHELL $N=4$

by B. S. POGHOSSIAN, R. A. SARDARIAN

The paper treats of the axial-symmetric model of the odd—A nucleus, consisting of a rotating core and an external nucleon moving in the field of core. Nilsson's

potential is chosen as the field where the external nucleon moves. The nucleon remains stiff in respect to the γ -vibrations. The single-particle states of the shell $N=4$ are found out. The theoretical calculation is in full agreement with the experimentally excited states of the nuclei Eu^{133} , Ir^{189} , Ir^{191} , Ir^{193} , Tm^{167} , Tm^{169} , Tm^{171} .