

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ СТОЛБ МЕЖДУ КОАКСИАЛЬНЫМИ
ЦИЛИНДРАМИ (РАДИАЛЬНЫЙ ТОК)

А. М. РЕЗИКЯН

Рассматривается случай частично ионизированного газа. Рассчитано радиальное распределение напряженности электрического поля и концентрации заряженных частиц в плазме положительного столба.

В работах [1, 2] рассматривается вращение плазмы, находящейся между коаксиальными цилиндрами в скрещенных электрическом (направленном по радиусу) и магнитном (направленном по оси) полях.

В настоящей работе изучается плазма положительного столба, находящаяся между коаксиальными цилиндрами с радиусами R_1^0 и R_2^0 ($R_1^0 < R_2^0$), в радиально направленном электрическом поле E . Здесь предполагается выполнение всех (кроме пункта 5 условий, перечисленных в работе [5]). К ним следует добавить, что средняя длина свободного пробега всех родов частиц намного меньше, чем $(R_2^0 - R_1^0)$.

Из уравнения сохранения импульсов [4] получим скорость ионов и электронов в виде

$$v_i = \beta_i E - D_i \frac{1}{n} \frac{dn}{dr}, \quad (1)$$

$$v_e = -\beta_e E - D_e \frac{1}{n} \frac{dn}{dr}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{e}{m_i \nu_{in}}, & \beta_e &= \frac{e}{m_e \nu_{en}}, \\ D_i &= \frac{kT_i}{m_i \nu_{in}}, & D_e &= \frac{kT_e}{m_e \nu_{en}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь m_i , m_e — массы, ν_{in} , ν_{en} — числа столкновений с нейтральным газом в секунду, λ_{in} , λ_{en} — средние длины свободных пробегов ионов и электронов соответственно. Далее, e — заряд и k — постоянная Больцмана.

Уравнения непрерывности для ионов и электронов дают

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r n v_i) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r n v_e) = 0. \quad (5)$$

Из (1), (2) и (4), учитывая, что $-\frac{dn}{dt} = Zn$, получим

$$\frac{d^2 n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn}{dr} + \frac{Z}{D_a} n = 0, \quad (5)$$

где

$$D_a = \frac{D_e \beta_i + D_i \beta_e}{\beta_e + \beta_i}.$$

Общее решение уравнения (5) будет иметь вид

$$n = n_0 [J_0(\alpha r) + \gamma N_0(\alpha r)], \quad (6)$$

где $\alpha^2 = \frac{Z}{D_a}$, $J_0(\alpha r)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $N_0(\alpha r)$ — функция Неймана нулевого порядка.

Для определения n_0 воспользуемся уравнением тока, которое, согласно (1) и (2), для единицы длины цилиндра будет иметь вид

$$i = 2\pi e r \left[n l E + m \frac{dn}{dr} \right], \quad (7)$$

где $l = \beta_e + \beta_i$, $m = D_e - D_i$.

Далее, имея в виду, что

$$U = - \int_{R_1}^{R_2} E dr,$$

из (7) получим

$$n_0 = \frac{\frac{i}{2\pi e l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{ar [J_0(\alpha r) + \gamma N_0(\alpha r)]}}{\frac{m}{l} \ln \frac{J_0(\alpha R_2) + \gamma N_0(\alpha R_2)}{J_0(\alpha R_1) + \gamma N_0(\alpha R_1)} - U}. \quad (8)$$

Вообще $R_1 \leq r \leq R_2$, где $(R_1 - R_1^0)$ и $(R_2^0 - R_2)$ являются ширинами слоев анодного и катодного падения потенциалов, находящихся на границах положительного столба. Согласно условию малости средней длины свободного пробега частиц

$$\frac{R_1 - R_1^0}{R_1} \ll 1, \quad \frac{R_2^0 - R_2}{R_2} \ll 1.$$

Условие нейтральности плазмы выполняется, но доказательства этого мы не приводим. Оно подобно доказательству, приведенному в работе [5]. Следуя методу, изложенному в этой же работе, можно показать, что концентрация заряженных частиц на границах плазмы близка к нулю. Это видно хотя бы из того, что обе границы плазмы кончаются слоями падения потенциалов, напряженность электрического поля которых намного порядков выше, чем напряженность поля в

самой плазме. Отсюда следует, что в области падения потенциалов концентрация заряженных частиц намного порядков ниже, чем в плазме.

Поэтому, принимая $n(R_1) = n(R_2) = 0$, получим

$$\gamma = - \frac{J_0(\alpha R_2)}{N_0(\alpha R_2)} = - \frac{J_0(\alpha R_1)}{N_0(\alpha R_1)}, \quad (9)$$

что дает уравнение для определения K_1 :

$$J_0(K_1) N_0(K_1 \rho_a) - J_0(K_1 \rho_a) N_0(K_1) = 0, \quad (10)$$

где $K_1 = \alpha R_2$ является корнем уравнения (10) и зависит от $\rho_a = R_1/R_2$.

Эти корни приводятся в таблице

Таблица 1

ρ_a	1	0,833	0,666	0,500	0,333	0,250	0,200	0,166	0,143	0,125	0,111
$(1-\rho_a)K_1$	3,1416	3,1403	3,1351	3,1228	3,100	3,076	3,054	3,035	3,019	3,006	2,992

ρ_a	0,100	0,050	0,025	0
$(1-\rho_a)K_1$	2,981	2,920	2,840	2,4048

Таким образом, из (6), (7) и (8) получим радиальное распределение напряженности электрического поля в безразмерных величинах

$$\varepsilon = \frac{C}{K_1 \rho [J_0(K_1 \rho) + \gamma N_0(K_1 \rho)]} + \frac{m}{l} \frac{J_1(K_1 \rho) + \gamma N_1(K_1 \rho)}{J_0(K_1 \rho) + \gamma N_0(K_1 \rho)}, \quad (10)$$

$$C = \frac{\ln \frac{J_0(K_1) + \gamma N_0(K_1)}{J_0(K_1 \rho_a) + \gamma N_0(K_1 \rho_a)} - \frac{l}{m} U}{\int_{\rho_a}^1 \frac{dK_1 \rho}{K_1 \rho [J_0(K_1 \rho) + \gamma N_0(K_1 \rho)]}}, \quad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{l}{m} \frac{E}{K_1} R_2, \quad \rho = \frac{r}{R_2}. \quad (12)$$

Здесь K_1 берется из таблицы, а γ — из (9).

Интеграл в выражении (11) можно рассчитать лишь приближенно.

В частном случае, при отсутствии радиального тока ($C = 0$), уравнение (10) дает радиальное распределение напряженности электрического поля в виде

$$E = \frac{m}{l} \frac{J_1(K_1 \rho) + \gamma N_1(K_1 \rho)}{J_0(K_1 \rho) + \gamma N_0(K_1 \rho)}. \quad (13)$$

При $\rho = \rho_a$ имеет место такой же разрыв, что и у Шотки [6]. Это совпадает с выражением, полученным нами в работе [5], для положительного столба с аксиальным током, где действительно радиальный ток отсутствует из-за амбилярного характера радиальной диффузии зарядов на стенки цилиндров.

Если еще допустить отсутствие внутреннего цилиндра, т. е. $\gamma = 0$, то из (13) получим выражение, данное Шотки [6]. Наконец, имея в виду, что

$$\nu_{in} = \frac{1}{\lambda_{in}} \left(\frac{3kT_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \nu_{en} = \frac{1}{\lambda_{en}} \left(\frac{3kT_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

$$\lambda_{in} = \frac{\Lambda_i}{P}, \quad \Lambda_i = \Lambda_{i0} \frac{T_n}{273}; \quad \lambda_{en} = \frac{\Lambda_e}{P}, \quad \Lambda_e = \Lambda_{e0} \frac{T_n}{273}, \quad (15)$$

а также учитывая (7), получим

$$\frac{l}{m} = \frac{1 + \frac{m_e \nu_{en}}{m_i \nu_{in}}}{1 + \frac{m_e \nu_{en} T_i}{m_i \nu_{in} T_e}} \cdot \frac{e}{kT_e} = \frac{1 + \frac{\Lambda_i}{\Lambda_e} \left(\frac{m_e x_i}{m_i x} \right)^{\frac{1}{2}}}{1 - \frac{\Lambda_i}{\Lambda_e} \left(\frac{m_e x}{m_i x_i} \right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x}{V_j}, \quad (16)$$

где

$$x = \frac{eV_j}{kT_e}, \quad x_i = \frac{eV_j}{kT_i}, \quad (17)$$

где V_j — потенциал ионизации атома, а P — давление нейтрального газа. Значения функций Λ_{i0} и Λ_{e0} имеются в работе [6]. Из выражения (16) видно, что при низких электронных температурах можно принять

$$\frac{l}{m} \cong \frac{e}{kT_e} = \frac{x}{V_j}.$$

В общем случае при любых электронных температурах, как видно из (16), для определения $\frac{l}{m}$ необходимо знать электронную и ионную температуру, которую находим из следующего. Баланс между рождением и уходом частиц дает

$$\frac{ZR_2^2}{D_a} = K_1^2(\rho_a). \quad (18)$$

Для числа пар ионов, образующихся в секунду, согласно [6], имеем

$$Z = \frac{2m_e}{e\sqrt{\pi}} \alpha P \frac{273}{T_n} \left(\frac{2kT_e}{m_e} \right)^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{eV_j}{2kT_e} \right) \exp \left(-\frac{eV_j}{kT_e} \right), \quad (19)$$

и, наконец, связь между электронной и ионной температурами, согласно [4], будет

$$\left(\frac{x_i}{x} \right)^2 = \left(\frac{\Lambda_{e0}}{\Lambda_{i0}} \right)^2 \frac{\gamma_i}{\gamma_e(x)} \left(1 - \frac{x_i}{x_n} \right), \quad (20)$$

где $x_n = \frac{eV_j}{kT_n}$, γ_i — доля энергии, теряемой ионами при столкновении

с нейтральной частицей, χ_l можно приближенно принять равным 0,5, а значение $\chi_e(x)$ имеется в работе [4].

Из (18) и (19) получим

$$\frac{V\bar{x}e^x}{1 + \frac{2}{x}} = A(R_2P)^2 \frac{x_l^{\frac{1}{2}}}{\Lambda_l \left(1 + \frac{x_l}{x}\right)} \left[1 + \frac{\Lambda_l}{\Lambda_e} \left(\frac{m_e x_l}{m_l x}\right)^{\frac{1}{2}}\right], \quad (21)$$

где

$$A = 2 \left(\frac{6}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} a \frac{273}{T_n} V_j \left(\frac{m_l}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}} K_1^{-2}(\rho_a).$$

Значения V_j и a имеются в работе [6]. Таким образом, из (20) и (21) x и x_l определяются однозначно, что и необходимо для определения $\frac{l}{m}$ из (16).

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 25 декабря 1965

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. М. Резикийн, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук. 10, 99 (1957).
2. Г. В. Гордеев, А. И. Губанов, ЖТФ, 28, 2046 (1958).
3. И. М. Золототрубов, В. А. Киселев, ЖТФ, 34, 998 (1964).
4. „Физика плазмы и магнитная гидродинамика“, под редакцией М. С. Рабиновича, М., ИЛ, (1961).
5. А. М. Резикийн, Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 91 (1966).
6. А. Эниель и М. Штенбек, Физика и техника электрического разряда в газах, 1, М.-Л. (1936).

ԴՐԱԿԱՆ ՍՅՈՒՆ ԵՐԿՈՒ ՀԱՄԱԱՌԱՆՅՔ ԳԼԱՆՆԵՐԻ ՄԻՋԵՎ
(ՌԱԴԻԱԼ ՀՈՍԱՆՔ)

Ա. Մ. ՌԵԶԻԿԻԱՆ

Դիտված է ցածր իոնացման աստիճան ունեցող գազ, որի նեյտրալ վիճակի ճնշման գրադիենտը կարելի է արհամարհել: Հաշվված է էլեկտրական դաշտի լարվածության և լիցքերի խտության շառավղային բաշխումը դրական սյան մեջ:

THE POSITIVE COLUMN BETWEEN COAXIAL CYLINDERS (RADIAL CURRENT)

by A. M. RESIKIAN

It is considered the low ionization degree gas the gradient pressure of the neutral state of which can be neglected.

The radial distribution of electrical field and of charge density in positive column has been calculated.