

НЕОБЫЧНАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ЧАСТИЦЫ
СО СПИНОМ 1/2

И. И. ГОЛЬДМАН

В работе произведен анализ необычного способа включения электромагнитного взаимодействия в уравнение Дирака. Исходным является замечание о существовании трехпараметрической группы преобразований, оставляющих инвариантным свободное уравнение Дирака. Эти преобразования имеют вид $\psi' = a\psi + b\psi^c$, где комплексные числа a, b удовлетворяют условию $|a|^2 - |b|^2 = 1$. Эта некомпактная группа содержит, наряду с обычными фазовыми преобразованиями, однопараметрическую группу преобразований с вещественными a, b , которые используются для включения электромагнитного взаимодействия. Этот формализм инвариантен относительно преобразований калибровки. Частицы с таким взаимодействием должны обладать равным нулю зарядом и магнитным моментом, однако сечение образования пар таких частиц по порядку величины таково же, как и в обычной электродинамике.

В в е д е н и е

Исходным пунктом настоящей работы является простое замечание о существовании трехпараметрической группы преобразований

$$\psi' = a\psi + b\psi^c \quad (A)$$

(где a, b — комплексные числа, удовлетворяющие условию $|a|^2 - |b|^2 = 1$, ψ^c — зарядовосопряженная функция), которые оставляют инвариантным свободное уравнение Дирака. Эта группа содержит обычное фазовое преобразование ($b = 0$). Для включения электромагнитного взаимодействия вместо фазового преобразования в этой работе используется другая однопараметрическая группа.

Подобному способу включения электромагнитного взаимодействия, как показано ниже, можно придать калибровочно-инвариантный вид. Исследование нерелятивистского предела обнаруживает, что в такой теории магнитный момент должен строго равняться нулю.

В последующем изложении удобно использовать формализм, в котором волновая функция имеет вид квадратной двухрядной матрицы. Изложению этого формализма посвящены два первых параграфа.

После анализа группы преобразований (A), принимающей в матричной формулировке особенно простой вид (§ 3), рассмотрен вопрос о виде электромагнитного тока (§ 4). Любопытно, что необычная электродинамика с неизбежностью приводит к отказу от гамильтонова формализма (§ 5). Вопросу о поведении частицы в плавных полях и о возможном сравнении с экспериментом посвящен последний параграф.

1. Метрические матрицы

Введем в рассмотрение четыре квадратные двумерные матрицы f^k , которые удовлетворяют релятивистским соотношениям, обобщающим трехмерные антикоммутиационные соотношения для матриц Паули.

С этой целью определим операцию $\hat{\cdot}$ в применении к квадратной двумерной матрице F :

$$\hat{F} = \text{tr } F \cdot I - F, \quad (1)$$

причем I — единичная матрица. Для матрицы со следом равным нулю $\hat{F} = -F$, если же $\hat{F} = F$, то матрица F пропорциональна единичной.

Операция $\hat{\cdot}$ обладает следующими свойствами:

$$\hat{\hat{F}} = F, \quad \hat{F} \hat{G} = \hat{G} \hat{F}, \quad \hat{F} F = F \hat{F} = \det F \cdot I. \quad (2)$$

Пусть четыре матрицы f^k удовлетворяют условиям

$$f^{*k} = -\hat{f}^k \quad (3)$$

и образуют полную систему. Тогда можно проверить, что выбранные таким образом f^k удовлетворяют условиям

$$f^k f^{*l} + f^l f^{*k} = 2g^{kl} \cdot I, \quad (4)$$

причем квадратичная форма, определяемая вещественными g^{kl} , автоматически имеет релятивистскую сигнатуру $(+ + + -)$ ($kl = 1, 2, 3, 0$).

Соотношения (3) и (4) инвариантны относительно шестипараметрической группы преобразований

$$f^k = L^* f'^k L^{-1}, \quad (5)$$

где L — комплексная квадратная матрица, нормированная условием

$$\det L = 1. \quad (6)$$

Они инвариантны также при преобразованиях с вещественными коэффициентами a_k^l :

$$f^l = a_k^l f'^k, \quad (7)$$

причем a_k^l осуществляют собственное преобразование типа Лоренца, а именно:

$$a_k^l a_n^m g^{kn} = g^{lm}, \quad \det a_k^l = 1, \quad a_4^4 > 0, \quad (8)$$

также образующих шестипараметрическую группу. При данном L всегда можно подобрать такие a_k^l , чтобы скомпенсировать любое преобразование вида (5):

$$f^k = a_i^k L^* f^i L^{-1}, \quad (9)$$

т. е. каждой модулярной матрице L можно сопоставить (единственную) совокупность вещественных a_k^l , удовлетворяющих соотношениям

(8) так, чтобы совместное преобразование (9) не меняло бы f^k . Обратно: каждому собственному преобразованию α_i^k , удовлетворяющему (8), можно сопоставить две унимодулярные матрицы (L и $-L$), такие, что (9) имеет силу.

Несобственные преобразования будут рассмотрены позже, а сейчас приведем используемое в дальнейшем частное представление f^k :

$$f^0 = i\sigma_3, \quad f^a = i\sigma_a \sigma_3, \quad (a = 1, 2, 3), \quad (10)$$

при этом метрический тензор имеет стандартный вид

$$g^{kl} = \begin{pmatrix} +1 & & & \\ & +1 & & \\ & & +1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Полезно отметить, что если попытаться сформулировать соотношения, подобные (4), с эрмитовым сопряжением вместо комплексного, то возникающий справа метрический тензор будет обладать неправильной сигнатурой.

2. Волновая функция в форме квадратной матрицы¹

Обозначим через Ψ квадратную комплексную матрицу, которая при собственном преобразовании Лоренца, характеризуемом α_k^l и соответственно матрицей L , преобразуется по закону

$$\Psi = L\Psi'. \quad (12)$$

Первый и второй столбец Ψ преобразуются как двухкомпонентные спиноры (бесточечные).

Свободное уравнение для частицы спина 1/2 запишем в виде

$$f^k \nabla_k \Psi - im^* \Psi = 0. \quad (13)$$

Доказательство эквивалентности его уравнению в биспинорной форме основано на использовании проекционной матрицы

$$\alpha = \frac{1 - i\tau}{2}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

которая обладает свойствами

$$\alpha^2 = \alpha, \quad \alpha^* \alpha = 0, \quad \alpha \tau = i\alpha. \quad (15)$$

Легко проверить, что при умножении произвольной матрицы справа на α получается матрица, столбцы которой пропорциональны друг другу.

Определим первый и второй спиноры биспинора

$$\psi = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (16)$$

¹ Изложение этого параграфа основано на работе автора, доложенной на юбилейной сессии Академии наук АрмССР в 1959 г. См. также Гюрши [1].

как первые столбцы следующих матриц

$$2\Psi_a \rightarrow u, \quad 2\Psi_a^* \rightarrow v. \quad (17)$$

Тогда из уравнения (13) получаем

$$i\gamma^k \nabla_k \psi - m\psi = 0, \quad (18)$$

где четырехмерные матрицы γ^k выражаются через f^k :

$$\gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & f^{*k} \\ -f^k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = i\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (19)$$

и, как легко убедиться, удовлетворяют обычным соотношениям антикоммутации

$$\gamma^k \gamma^l + \gamma^l \gamma^k = -2g^{kl}. \quad (20)$$

Без труда можно установить следующие законы соответствия:

$$\psi \leftrightarrow \Psi, \quad i\psi \leftrightarrow \Psi\tau, \quad i\gamma_5\psi \leftrightarrow i\Psi, \quad (21)$$

фазовое преобразование

$$\psi e^{i\lambda} \leftrightarrow \Psi e^{i\lambda}, \quad (22)$$

преобразование Тушека

$$\psi e^{i\gamma_5\lambda} \leftrightarrow \Psi e^{i\lambda}. \quad (23)$$

Отметим, что в данном представлении матрицы γ^4 — эрмитова, а γ^a — антиэрмитовы.

Переход к зарядово-сопряженной функции представляет собой линейную операцию в этом формализме

$$\Psi^c = \Psi\sigma_1 \leftrightarrow \psi^c = c\bar{\psi}. \quad (24)$$

3. Группа вещественных правых преобразований

Уравнение (13), как нетрудно подметить, инвариантно относительно трехпараметрической группы преобразований²,

$$\Psi = \Psi' R, \quad (25)$$

где R — вещественная матрица, нормированная условием

$$\det R = 1. \quad (26)$$

Структура этой группы такова, что в окрестности тождественного преобразования она изоморфна группе трехмерных вещественных вращений. Однако если ее рассматривать в целом, то она в отличие от группы вращений некомпактна, хотя и имеет однопараметрическую компактную подгруппу ($R = e^{i\lambda\tau}$).

Как известно, из существования такой группы с необходимостью должны следовать законы сохранения трех токов. Если ввести для комбинированной операции обозначение

$$\hat{\Psi} \equiv \bar{\Psi} \quad (27)$$

² В биспинорной форме это преобразование приведено во введении. В отличие от преобразования Паули [2] $\psi' = a\psi + b\gamma_5\psi^c$, которое оставляет инвариантным уравнение лишь в случае нулевой массы покоя, преобразование (A) или (3.1) сохраняет неизменным уравнение для частицы с отличной от нуля массой покоя.

(эта операция оказывается аналогичной релятивистскому сопряжению биспиноров), то три плотности тока имеют вид

$$j_{(\tau, 1, 3)}^k = \text{tr } \bar{\Psi} f^k \Psi (\tau, \sigma_1, \sigma_3). \quad (28)$$

Как следует из (13) дивергенции этих токов обращаются в нуль:

$$\nabla_k j_{\tau}^k = 0, \quad \nabla_k j_1^k = 0, \quad \nabla_k j_3^k = 0. \quad (29)$$

В связи с вопросом интерпретации этих токов вспомним, что, насколько нам известно, в природе есть три независимых точных закона сохранения (фермионный, электрический и барионный). Ток j_{τ}^k обладает тем отличительным свойством, что он всегда времениподобен. В самом деле, если

$$\Psi = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad \bar{\Psi} = \begin{pmatrix} -d^* & b^* \\ c^* & a^* \end{pmatrix}, \quad (30)$$

то

$$j_{\tau}^k = \text{tr } (\bar{\Psi} f^k \Psi \tau) = \text{tr } \Psi \tau \bar{\Psi} f^k = \text{tr} \begin{pmatrix} ac^* + d^*b & -|a|^2 - |b|^2 \\ |c|^2 + |d|^2 & -a^*c - db^* \end{pmatrix} f_k \quad (31)$$

и так как

$$f^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad f^2 = i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad f^3 = - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad f^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

то

$$\begin{aligned} j_{\tau}^0 &= |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2, \\ j_{\tau}^1 &= 2 \text{Re } (a^*c + b^*d), \\ j_{\tau}^2 &= 2 \text{Im } (a^*c + b^*d), \\ j_{\tau}^3 &= |a|^2 + |b|^2 - |c|^2 - |d|^2. \end{aligned} \quad (32)$$

Легко убедиться, что это времениподобный вектор.

В отличие от этого, например,

$$j_1^k = \text{tr } \Psi \sigma_1 \bar{\Psi} f^k = \text{tr} \begin{pmatrix} ac^* - d^*b & |b|^2 - |a|^2 \\ |c|^2 - |d|^2 & -a^*c - db^* \end{pmatrix} f_k, \quad (33)$$

откуда

$$\begin{aligned} j_1^0 &= |a|^2 - |b|^2 + |c|^2 - |d|^2, \\ j_1^1 &= 2 \text{Re } (ac^* - bd^*), \\ j_1^2 &= 2 \text{Im } (ac^* - bd^*), \\ j_1^3 &= |a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2. \end{aligned} \quad (34)$$

Аналогично этому

$$j_3^k = \text{tr } \Psi \sigma_3 \bar{\Psi} f_k = \text{tr} \begin{pmatrix} -ad^* - bc^* & ab^* + a^*b \\ -cd^* - dc^* & cb^* + a^*d \end{pmatrix} f_k, \quad (35)$$

откуда

$$\begin{aligned}
 j_3^0 &= -2 \operatorname{Re}(ab^* + cd^*), \\
 j_3^1 &= -2 \operatorname{Re}(ad^* + bc^*), \\
 j_3^2 &= 2 \operatorname{Im}(ad^* + bc^*), \\
 j_3^3 &= 2 \operatorname{Re}(cd^* - ab^*).
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

Но так как лишь фермионный ток всегда отличен от нуля и времениподобен для любой частицы спина $1/2$, то необходимо считать j_z^k фермионным током³.

Рассмотрим теперь следствия, которые вытекают из уравнения (13) и, в частности, рассмотрим решение Ψ , зависящее только от времени. В этом случае

$$f^0 \partial \Psi / \partial t - im \Psi^* = 0, \tag{37}$$

и общее решение имеет вид периодической функции от t :

$$\Psi = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ ib_1^* - ia_1^* \end{pmatrix} e^{i\omega t} + \begin{pmatrix} b_2 & a_2 \\ -ia_2^* - ib_2^* \end{pmatrix} e^{-i\omega t}, \tag{38}$$

где a, b — произвольные постоянные.

Действие операции зарядового сопряжения, при которой Ψ умножается справа на σ_1 , приводит к перестановке $a_1 \leftrightarrow a_2, b_1 \leftrightarrow b_2$, так что если отнести одно из слагаемых, например первое, к частице, то второе описывает античастицу. Оба слагаемых можно различить так же как волны, распространяющиеся в конус будущего и прошлого в духе интерпретации Фейнмана. Взаимодействие делает невозможным строгое разделение на частицы и античастицы (подобно тому как в надбарьерном движении в нерелятивистской квантовой механике нельзя произвести разделение на волны, идущие справа и слева).

Подставив одно из слагаемых (38) в выражения для четвертой компоненты токов, убеждаемся, что $j_z^2 > 0, j_1^2 = j_2^2 = 0$, т. е. заряд, соответствующий токам 1 и 3, равен нулю.

4. Электромагнитный ток

Обычная процедура в случае заряженной частицы соответствует отождествлению с электрическим током величины j_z^k . При этом уравнение в электромагнитном поле A_k приобретает вид

$$f^k \nabla_k \Psi - im \Psi^* - e A_k f^k \Psi = 0. \tag{39}$$

После включения электромагнитного взаимодействия уравнение теряет свойство инвариантности относительно вещественных правых преобразований, однако остается инвариантным при однопараметрических преобразованиях вида

³ Напомним, что мы рассматриваем здесь вторично некантованную теорию, в которой заряд имеет определенный знак. Индефинитность заряда возникает обычно в теории с антикоммутирующими Ψ .

$$\Psi = \Psi' e^{i\lambda}, \quad (40)$$

где λ — вещественная постоянная. Не задерживаясь на этом обычном способе включения взаимодействия, перейдем к рассмотрению альтернативного способа, отождествив с электрическим током j_1^k (или j_3^k , что приводит к эквивалентным следствиям). В этом случае уравнение в поле A_k принимает вид

$$f^k \nabla_k \Psi - im \Psi^* - e A_k f^k \Psi \sigma_1 = 0. \quad (41)$$

Калибровочная инвариантность теории обеспечивается благодаря тому, что уравнение не меняется при преобразованиях вида

$$\Psi \rightarrow \Psi e^{e\sigma_1 \lambda(x)}, \quad A_k \rightarrow A_k - \nabla_k \lambda(x). \quad (42)$$

Применим к уравнению (4.3) операцию $-\equiv \hat{*}$:

$$\nabla_k \bar{\Psi} f^k - im \hat{\Psi} + e A_k \sigma_1 \bar{\Psi} f^k = 0. \quad (43)$$

Пользуясь введенными определениями (28), теперь находим следующие соотношения для токов:

$$\nabla_k j_1^k = 0, \quad \nabla_k j_2^k + 2e A_k j_3^k = 0, \quad \nabla_k j_3^k + 2e A_k j_2^k = 0. \quad (44)$$

Отсюда заключаем, что интерпретируемый, как электрический, ток j_1^k не только калибровочно инвариантен в смысле преобразований (42), но также точно сохраняется. В то же время токи j_2^k и j_3^k не обладают ни тем, ни другим свойством, и, следовательно, им нельзя придать физический смысл, если $A_k \neq 0$.

5. Сохраняющийся ток

Поскольку заряд, соответствующий току j_1^k , равен нулю, частица нейтральна. Можно рассмотреть вопрос о том, не обладает ли Δ^0 -гиперон такого типа электромагнитным взаимодействием. Тогда следовало бы рассматривать j_2^k как барионный (фермионный) ток (при $A_k = 0$).

Выражение для сохраняющегося фермионного тока можно получить, если положить

$$j_f^k = F(x) j_2^k \quad (45)$$

и потребовать, чтобы $F(x)$ удовлетворяла уравнению

$$j_2^k \nabla_k F(x) - 2e A_k j_3^k F(x) = 0. \quad (46)$$

Как это следует теперь из (44), ток j_f^k сохраняется и его можно использовать для нормировки состояний.

Надо обратить внимание на негамильтонов характер рассматриваемого формализма.

В самом деле, уже свободное уравнение (2.2) содержит, наряду с Ψ , также Ψ^* , так что выражение для Ψ содержит нелинейную операцию комплексного сопряжения. С этой точки зрения можно считать случайным то обстоятельство, что уравнению (13) всё же можно придать гамильтонову форму, переходя от Ψ к ψ . При этом включение

взаимодействия обычным способом по-прежнему допускает гамильтонов формализм.

Можно без труда убедиться в том, что уравнение (41) уже не допускает гамильтоновой формы. Ток (45) теперь не только сохраняется, но также и калибровочно-инвариантен в смысле преобразований (42).

6. Нерелятивистский предел

Удобно пользоваться обычным представлением матриц

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^a = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}.$$

В точном уравнении

$$i\gamma^k \nabla_k \psi - m\psi - \gamma^k e A_k C_1 \psi^* = 0, \quad (47)$$

причем $C_1 = i\tau \begin{pmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{pmatrix}$, положим $\Psi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} e^{-imt}$. Тогда φ , χ подчиняются следующим уравнениям:

$$i\dot{\chi} + 2m\chi + i\vec{\sigma} \vec{\nabla} \varphi + i\vec{\sigma} \vec{A} \tau \chi e^{2imt} + iA_4 \tau \varphi e^{2imt} = 0, \quad (48)$$

$$i\dot{\varphi} + i\vec{\sigma} \vec{\nabla} \chi + i\vec{\sigma} \vec{A} \tau \varphi e^{2imt} - iA_4 \tau \chi e^{2imt} = 0. \quad (49)$$

Как обычно, приходим к выводу, что в нерелятивистском случае $\chi \ll \varphi$. Однако благодаря быстроосциллирующим множителям e^{2imt} каждый из спиноров φ и χ можно представить как сумму плавной и быстроменяющейся функции⁴. Подробный анализ уравнений (48) и (49) приводит к заключению, что на плавную часть φ влияют лишь квадратичные по A_k члены и, следовательно, магнитный момент такой частицы равен нулю.

Особенно интересно то обстоятельство, что так называемая аномальная добавка к магнитному моменту также строго равна нулю. В самом деле, добавить к уравнению (47) член, соответствующий аномальному магнитному моменту вида $\mu' \gamma^k \gamma^e F_{ke} \psi$, мы не можем, поскольку он нарушает калибровочную инвариантность уравнения. Возможное введение феноменологического дополнительного члена $\gamma^k \gamma^e F_{ke} \psi^c$ снова приводит к слабому (квадратичному по F_{ke}) влиянию на уравнение движения.

Таким образом, если Λ^0 -гиперон обладает такого рода аномальным электромагнитным взаимодействием, то его магнитный момент

⁴ Входящий в уравнения (47) и (48) спинор $\tau\varphi^*$, получается из φ под действием операции обращения времени. То обстоятельство, что члены, содержащие обращенный по времени спинор, имеют фазовый множитель вида e^{2imt} , допускает простую интерпретацию и показывает, что при определении Вигнера отражения $t \rightarrow -t$ естественно вводить в преобразованную функцию этот множитель.

должен быть равен нулю. Последние экспериментальные данные [3], согласно которым $\mu = 0,5 \pm 0,3$ я.д.магн., недостаточно точны, чтобы можно было отвергнуть такую возможность.

Необходимо подчеркнуть, что рассматриваемая в этой работе теория является вторичнонеквантованной⁵.

При переходе к антикоммутирующим волновым функциям „необычные“ токи j_1 и j_2 , в силу перестановочных соотношений, обращаются в нуль. Это обстоятельство указывает на серьезные трудности при переходе к квантованным амплитудам в такого рода теории, использующей лишь одно поле. Анализ этого вопроса показывает, однако, что вторичнонеквантованная теория с двумя или несколькими полями допускает трехпараметрическую группу преобразований. Более подробно многокомплектный квантованный формализм будет рассмотрен в другой работе.

Ереванский физический институт

Поступила 20 мая 1965

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Feza Gursey, Nuovo cimento, 3, 988 (1956).
2. W. Panli, Nuovo cimento, 6, 304 (1957).
3. XII Международная конференция по физике высоких энергий, Дубна, 1964, том I. Атомиздат, М., стр. 950 (1966).

Ի. Ի. ԳՈԼԴՄԱՆ

1/2 ՍՊԻՆ ՈՒՆԵՅՈՂ ՄԱՍՆԻԿԻ ԱՆՍՈՎՈՐ ԷԼԵԿՏՐՈԴԻՆԱՄԻԿԱՆ

Աշխատանքում կատարված է էլեկտրոմագնիսական փոխազդեցության անսովոր ձևի ներառման անալիզը Դիրակի հավասարման մեջ, Ելակետային է հանդիսանում երեքպարամետրային խմբի ձևափոխության զոլոթյունը, որը մնում է ինվարիանտ՝ Դիրակի ազատ հավասարման մեջ, Այդ ձևափոխություններն ունեն $\psi = \alpha\psi + \beta\psi^{(c)}$ տեսքը, որտեղ α , β կոմպլեքս թվերը բավարարում են $|\alpha|^2 - |\beta|^2 = 1$ պայմանին: Այդ ոչ կոմպակտ խումբը պարունակում է սովորական ձևափոխության ֆազաների հետ միասին մեկ պարամետրային ձևափոխություն իրական α և β -ի դեպքում, որոնք օգտագործվում են էլեկտրոմագնիսային փոխազդեցության ներառման համար: Այդ ֆորմալիզմը ինվարիանտ է կալիբրոկվայի ձևափոխության նկատմամբ: Այդպիսի փոխազդեցության դեպքում մասնիկները ունեն զերոյի հավասար լիքը և մագնիսական մոմենտ, սակայն այդպիսի մասնիկների զուգընթաց կտրվածքը կարգի տեսակետից նույնպիսին է, ինչպես սովորական էլեկտրոդինամիկայում:

UNUSUAL ELECTRODYNAMICS OF A PARTICLE WITH HALF A SPIN

by I. I. GOLDMAN

An analysis is made of the unusual way of introducing electromagnetic interaction into the Dirac equation. We have proceeded from the observation on the occurrence of threeparameter group transformations which leave the Dirac free equation in-

¹ Причиной этого состоит в том, что перестановочные соотношения инвариантны лишь относительно однопараметрической подгруппы преобразований ($R \sim e^{2\tau}$).

variant. These transformations assume the form of $\psi = a\psi + b\psi^{(c)}$ where the complex numbers a, b satisfy the condition $|a|^2 - |b|^2 = 1$. This non-compact group contains the usual phase transformation as well as the one-parameter group of transformations with real a, b , which are used for the introduction of electromagnetic interaction. This formalism is invariant with respect to gauge transformations. Particles with such interaction must possess charge and magnetic moment equal to the zero; however, the cross-section of pair production of such particles is of the same order of magnitude as in usual electrodynamics.