

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ СТОЛБ МЕЖДУ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

А. М. РЕЗИКЯН

Показано, что максимум плотности заряженных частиц располагается тем ближе к внутреннему цилиндру, чем меньше его радиус по сравнению с радиусом внешнего цилиндра.

Показано также, что вследствие этого искажение плазмы изолятором зонда Ленгмюра больше, чем самим зондом.

Рассмотрим плазму положительного столба, находящегося между двумя изолированными цилиндрами с радиусами a и b и в однородном магнитном поле, направленном по оси z (рис. 1). Имеется также поле E_z . Предполагается выполнение следующих условий:

1) цилиндры настолько длинны, что концевыми эффектами можно пренебречь;

2) газ является квазинейтральным, т. е. $n_e \approx n_i = n$;

3) можно пренебречь объемной рекомбинацией, двухступенчатой ионизацией, перезарядкой ионов и прилипанием электронов. Скорость образования ионизованных частиц принимается пропорциональной электронной концентрации, т. е. $-Zn$, где Z зависит лишь от температуры электронов и плотности нейтральных частиц;

4) средняя степень ионизации принимается маленькой, настолько, что можно пренебречь градиентом концентрации нейтрального газа и трением между электронами и ионами;

5) средняя длина свободных пробегов λ_{en} , λ_{in} , λ_{nn} электронов, ионов и нейтральных частиц меньше, чем размеры столба ($b-a$);

6) распределение скоростей всех родов частиц принимается за максвелловское, а температуры их T_e , T_i , T_n постоянные, не зависящие от радиуса.

Из уравнения сохранения импульса после пренебрежения нелинейными членами [1] получим

$$nv_e = -\beta_e n E - D_e \frac{dn}{dr}, \quad (1)$$

$$nv_i = \beta_i n E - D_i \frac{dn}{dr}, \quad (2)$$

где

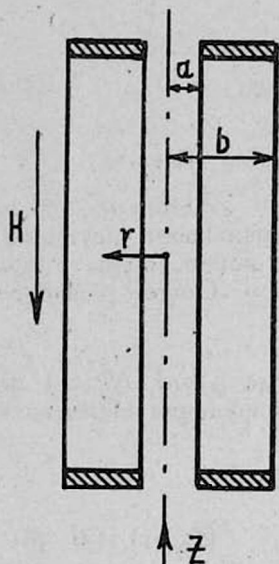


Рис. 1. Соосные цилиндры из изолятора с торцовыми кольцеобразными электродами.

$$D_e = \frac{k T_e}{m_e \nu_{en} \left(1 + \frac{\omega_e^2}{\nu_{en}^2} \right)} = \frac{k T_e \beta_e}{e},$$

$$D_i = \frac{k T_i}{m_i \nu_{in} \left(1 + \frac{\omega_i^2}{\nu_{in}^2} \right)} = \frac{k T_i \beta_i}{e},$$
(3)

далее, используя уравнение непрерывности,

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} (n v_e) = 0,$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} (n v_i) = 0,$$
(4)

полагая, согласно допущению 3), $-\frac{dn}{dr} = Zn$ из (1), (2) и (4), получим

$$\frac{d^2 n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn}{dr} + \frac{Z}{D_a} n = 0, \quad (5)$$

где

$$D_a = \frac{D_e \beta_i + D_i \beta_e}{\beta_e + \beta_i}. \quad (6)$$

Здесь m_e , m_i массы, ν_{en} , ν_{in} число соударений в секунду с нейтральными частицами, ω_e , ω_i циклотронные частоты для электронов и ионов соответственно, e —заряд и k —постоянная Больцмана.

Общее решение уравнения (5) имеет вид

$$n = A I_0(\alpha r) + B N_0(\alpha r), \quad (7)$$

где $I_0(\alpha r)$, $N_0(\alpha r)$ функция Бесселя первого рода нулевого порядка и функция Неймана нулевого порядка, а

$$\alpha^2 = \frac{Z}{D_a}. \quad (8)$$

Из (1), (2), (6) и

$$\operatorname{div} E = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_i - n_e)$$

получим

$$\frac{n_i - n_e}{n_0} = \alpha^2 \frac{\beta_e h_e^2 - \beta_i h_i^2}{\beta_e + \beta_i} \left\{ 1 + \left[\frac{I_1(\alpha r) + \gamma N_1(\alpha r)}{I_0(\alpha r) + \gamma N_0(\alpha r)} \right]^2 \right\},$$

где

$$\gamma = \frac{B}{A}, \quad n_0 = A.$$

Это показывает, что квазинейтральность плазмы выполняется в большей ее части, если дебаевские радиусы h_e , h_i много меньше, чем $(b - a)$.

Решение (7) имеет максимум для n в точке $r = r_1$, так что в области $(r_1 - a')$ образованные ионы диффундируют на стенку a , и из области $(b' - r_1)$ на стенку b . В единицу времени, на единицу длины цилиндра в области $(r_1 - a')$ образуется

$$N_1 = 2\pi n_0 z \int_{a'}^{r_1} [I_0(xr) + \gamma N_0(xr)] r dr \quad (9)$$

ионов, где a' граница плазмы и $\frac{a' - a}{a} \ll 1$. Если обозначить температуру ионов у стенки через T'_i , то при столкновении со стенкой в единицу времени из плазмы будут уходить

$$N_2 = \frac{1}{2} \pi a' n(a') \left(\frac{3kT'_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

ионов. В стационарном состоянии $N_1 = N_2$.

Проинтегрировав (9), учитывая при этом, что члены содержащие r_1 превращаются в нуль из-за экстремальности $n(r_1)$, а также имея ввиду (8), (9) и (10), получим

$$\frac{n(a')}{n_0} = 4 \left(\frac{m_i Z D_a}{3kT'_i} \right)^{\frac{1}{2}} [I_1(\alpha a') + \gamma N_1(\alpha a')]. \quad (11)$$

Далее, используя обозначение $\alpha a' \simeq \alpha a = K_1$ и соотношение для длин свободного пробега

$$\lambda_{en} = \frac{\left(\frac{3kT_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}}{v_{en}}, \quad \lambda_{in} = \frac{\left(\frac{3kT_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}}}{v_{in}} \quad (12)$$

вместе с (3), (6) и (8), выражение (11) приведет к виду

$$\frac{n(a')}{n_0} = I_0(\alpha a') + \gamma N_0(\alpha a') \leq \frac{\bar{\lambda}}{a'} \simeq \frac{\bar{\lambda}}{a},$$

где

$$\bar{\lambda} = B_a \frac{\lambda_{en} \lambda_{in} \left[\frac{m_i (T_i + T_e)^2}{T'_i} \right]^{\frac{1}{2}}}{\lambda_{en} \left(1 + \frac{\omega_i^2}{v_{in}^2} \right) \sqrt{m_i T_i} + \lambda_{in} \left(1 + \frac{\omega_e^2}{v_{en}^2} \right) \sqrt{m_e T_e}}, \quad (13)$$

а

$$B_a = \frac{4}{3} K_1 [I_1(K_1) + \gamma N_1(K_1)].$$

Таким же путем получены аналогичные выражения для стенки b .

$$B_b = \frac{4}{3} K_1 [I_1(K_1 h_a) + \gamma N_1(K_1 h_a)], \quad h_a = \frac{b}{a} \simeq \frac{b'}{a'},$$

и, соответственно,

$$\frac{n(b')}{n_0} \leq \frac{\bar{\lambda}}{b'} \approx \frac{\bar{\lambda}}{b}.$$

Здесь $\bar{\lambda}$ можно рассматривать как среднее значение длины свободного пробега. Аналогичная величина введена в работах [1], [2].

Для определения $\bar{\lambda}$ необходимо знать T'_i . Для случая, когда магнитное поле отсутствует, как было показано в [1], $T'_i \approx T_i$. Бом [3] показал, что при наличии магнитного поля на границе плазмы может существовать устойчивый $(a' - a)$, аналогично и $(b - b')$ слой, если $T'_i \sim \frac{T_e}{2}$.

Таким образом, при выполнении условий

$$\frac{\bar{\lambda}}{a}, \quad \frac{\bar{\lambda}}{b} \ll 1 \quad (14)$$

без значительных ошибок можно использовать следующие граничные условия

$$n(a) = n(b) = 0, \quad (15)$$

что на основании (7) дает

$$\gamma = -\frac{I_0(a\alpha)}{N_0(a\alpha)} = -\frac{I_0(ab)}{N_0(ab)}. \quad (16)$$

Следовательно, отсюда мы получим следующее условие для определения корней K_1 решения (7)

$$I_0(K_1) N_0(K_1 h_a) - I_0(K_1 h_a) N_0(K_1) = 0. \quad (17)$$

Решение уравнения (17) приведено в виде таблицы [4], которая воспроизведена ниже (табл. 1)

Таблица 1

h_a	1	1,2	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
$(h_a - 1)K_1$	3,1416	3,1403	3,1351	3,1228	3,100	3,076	3,054	3,035	3,019

h_a	8,0	9,0	10,0	11,0	19,0	39,0	∞
$(h_a - 1)K_1$	3,006	2,992	2,981	2,970	2,92	2,84	2,4048

Далее, имея в виду, что в аксиальном направлении [1]

$$v_{ez} = \frac{e}{m_e v_{en}} E_z, \quad v_{iz} = \frac{e}{m_i v_{in}} E_z,$$

получим полный ток через сечение $(b - a)$ в виде

$$i = 2\pi e^2 \left(\frac{1}{m_i v_{in}} + \frac{1}{m_e v_{en}} \right) E_z \int_a^b n(r) r dr,$$

что совместно с (7) и (12) дают

$$n_0 = \frac{0,433 (m_i V_j)^{\frac{1}{2}} K_1^2 \cdot i}{a^2 e^{\frac{3}{2}} x^{\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{\Lambda_i}{\Lambda_e} \left(\frac{m_e x_i}{m_i x} \right)^{\frac{1}{2}} \right] E_z B}, \quad (18)$$

$$B = K_1 h_a [I_1(K_1 h_a) + \gamma N_1(K_1 h_a)] - K_1 [I_1(K_1) + \gamma N_1(K_1)],$$

где

$$x = \frac{e V_j}{k T_e}, \quad x_i = \frac{e V_j}{k T_i},$$

$$\lambda_{en} = \frac{\Lambda_e}{p}, \quad \lambda_{in} = \frac{\Lambda_i}{p}.$$

V_j — ионизационный потенциал, а E_z — напряженность продольного электрического поля.

Определим распределение максимумов плотности заряженных частиц через $h_1 = \frac{r_1}{a}$. Из (7) и (16) получим

$$I_1(K_1 h_1) N_0(K_1) - I_0(K_1) N_1(K_1 h_1) = 0. \quad (19)$$

Некоторые корни уравнения (19) приведены в виде таблицы [5]

Таблица 2

h_1	1	1,1	1,15	1,2	1,3	1,4	1,5	1,7	2,0	4,0	10,0	20,0
K_1	∞	15,41	10,178	7,567	4,962	3,665	2,890	2,011	1,361	0,393	0,103	0,046

Из (17) и (19) получим связь между h_1 и h_a , которая приведена в виде кривой (рис. 2). Из кривой видно, что для малых h_a максимум плотности заряженных частиц находится почти на одинаковом расстоянии от стенок, т. е. $\frac{1}{2}(h_a - 1) \approx h_1 - 1$. Однако, с ростом h_a ра-

стет также отношение $\frac{1}{2} \frac{h_a - 1}{h_1 - 1}$, что означает приближение максиму-

ма плотности к внутренней стенке. Если принять, что возмущение плазмы стенкой распространяется до максимума ее плотности, то с ростом h_a зона возмущения внутренним цилиндром уменьшается. Таким образом, мы принимаем h_1 за меру дальности распространения возмущения плазмы наличием изолированной стенки. Это явление является важным для случая определения параметров плазмы методом зонда Ленгмюра. Обычно при измерениях с зондом зонд вводится в плазму через изолирующую зонд трубку. Как следует из вышеизложенного, если радиус изолирующей трубки равен a , то она будет искажать плазму до расстояния $r_1 = a h_1(h_a) = a h_1\left(\frac{b}{a}\right)$, которое

уменьшается, как видно из рис. 2, с уменьшением a . Если принять за b расстояние от зонда до стенки сосуда, в которой находится плазма, то, очевидно, зондовые измерения вблизи стенок сосуда приведут к большим ошибкам, так как при этом h_a мало и поэтому зона возмущения занимает значительную часть объема плазмы.

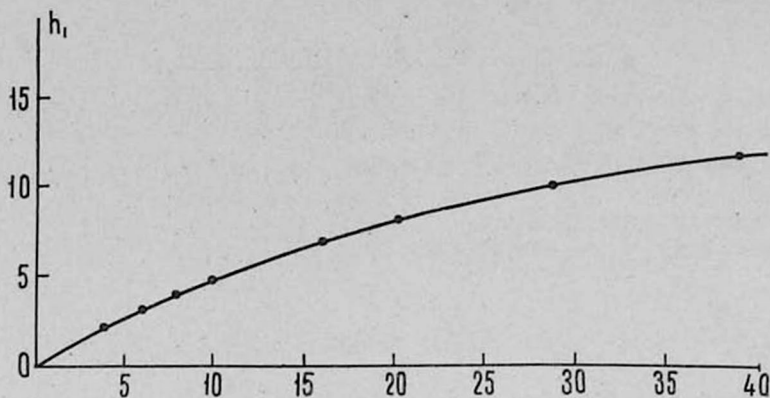


Рис. 2. Расположение максимума плотности заряженных частиц h_1 в зависимости от величины h_a

Измерения с помощью зонда Ленгмюра, находящегося на оси цилиндрической конфигурации плазмы, проводились в работе [6]. Сравнивая полученные результаты с данными, полученными методом микроволнового измерения, в [6] действительно было обнаружено, что данные зондового измерения занижены. Такое занижение объяснялось обеднением плазмы заряженными частицами вследствие их ухода на зонд. Однако, если зонд имеет какой-нибудь потенциал относительно потенциала плазмы, то концентрация заряженных частиц в плазме не может сильно измениться вследствие возникновения объемного заряда на поверхности зонда. Напротив, на поверхности изолятора эта концентрация обращается в нуль, вследствие амбиполярного ухода зарядов обоих знаков. Поэтому, изолятор зонда сильнее искажает плазму, чем сам зонд.

Для решения (7) необходимо определить x и x_i . Баланс между рождением новых частиц и потерями на стенках дает

$$\frac{Za^2}{D_a} = K_1(h_a),$$

где $K_1(h_a)$ является корнем уравнения (17) для случая $\frac{\bar{\lambda}_-}{a}, \frac{\bar{\lambda}_+}{b} \ll 1$. Для числа пар ионов, образующихся в секунду на один электрон, Энгель и Штенбек [2] дают

$$Z = \frac{2m_e}{e\sqrt{\pi}} a_0 p \frac{273}{T_n} \left(\frac{3kT_e}{m_e} \right)^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{eV_l}{2kT_e} \right) \exp \left(-\frac{eV_l}{kT_e} \right). \quad (21)$$

Здесь p давление нейтрального газа, a_0 коэффициент, зависящий от рода газа и данный в работе [2].

Обозначим

$$x_n = \frac{eV_l}{kT_n}, \quad \Lambda_e = \Lambda_{e0} \frac{T_n}{273}, \quad \Lambda_i = \Lambda_{i0} \frac{T_n}{273}. \quad (22)$$

Функция Λ_{e0} зависит от электронной и ионной температур, значения которой также имеются в работе [2].

Из (20), (21) и (22) следует

$$\begin{aligned}
 H(x) &= c(ap)^2 [K(x, x_l) + y^2 M(x, x_l)], \\
 N(x) &= \frac{\sqrt{x} e^x}{1 + \frac{2}{x}}, \\
 K(x, x_l) &= \frac{x_l^{\frac{1}{2}}}{\Lambda_l \left(1 + \frac{x_l}{x}\right)} \left[1 + \frac{\Lambda_l}{\Lambda_e} \left(\frac{m_e x_l}{m_l x}\right)^{\frac{1}{2}}\right], \\
 M(x, x_l) &= \frac{m_l x_l^{\frac{3}{2}} \Lambda_l}{3e V_j \left(1 + \frac{x_l}{x}\right)} \left[1 + \frac{\Lambda_e}{\Lambda_l} \left(\frac{m_l x}{m_e x_l}\right)^{\frac{1}{2}}\right], \\
 y &= \frac{\omega_l}{p},
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

$$C = 2 \left(\frac{6}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} a_0 \frac{273}{T_n} V_j \left(\frac{m_l}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}} K_1^{-2}(h_a).$$

Связь между электронной и ионной температурой дается согласно [2]

$$\left(\frac{x_l}{x}\right)^2 = \left[\frac{\Lambda_{e0}(x)}{\Lambda_{l0}(x_l)}\right]^2 \frac{\gamma_l}{\gamma_e(x)} \left(1 - \frac{x_l}{x_n}\right). \tag{24}$$

Ионы сталкиваются с нейтральными частицами упруго, поэтому можно принять $\gamma_l \approx 0,5$, а значение γ_e в зависимости от x приведено в виде кривой в работе [1]. Электронная температура x определяется как корень уравнений (23) и (24). С ростом h_a продольное электрическое поле [1]

$$E_z = \left(\frac{96}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{273 p}{T_n} V_j \frac{\gamma_e^{\frac{1}{2}}}{\Lambda_{e0} x} \tag{25}$$

уменьшается. Выражение для E_z , данное в работе [2] без магнитного поля, имеет более точный постоянный коэффициент, а именно $\left(\frac{64}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}}$.

Имея в виду, что заряженные частицы диффундируют на стенки амбиполярно,

$$nv_{ir} = nv_{er},$$

что согласно (1), (2) и (7) дает

$$\begin{aligned}
 E_r &= - \frac{D_e - D_l}{\beta_e + \beta_l} \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} = \\
 &= \frac{K_1(h_a)}{a} \frac{V_j}{X} \frac{1 - \frac{\Lambda_l}{\Lambda_e} \left(\frac{m_e x}{m_l x_l}\right)^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\Lambda_e}{\Lambda_l} \left(\frac{m_e x_l}{m_l x}\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{I_1(K_1 h) + \gamma N_1(K_1 h)}{I_0(K_1 h) + \gamma N_0(K_1 h)},
 \end{aligned}$$

$$\text{где } h = \frac{r}{a}.$$

У максимума плотности напряженность поля имеет минимум.

При изменении магнитного поля поведение E_r и E_z остаются таковыми же, что и в случае, рассмотренном Ленартом [1].

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 29.VI 65

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. B. Lenart. *Nuovo Cimento, Suppl.*, 13, 59 (1959).
2. А. Эниель и М. Штембек, *Физика и техника электрического разряда в газах*, том I, М.—Л. (1935).
3. The characteristics electrical discharges in magnetic fields". ed. by A. Cuthrie and R. Nakerling, New-York (1949).
4. Е. Янке и Ф. Эмде, *Таблицы функции*, стр. 324, М.—Л. (1949).
5. K. Bagert, *J. Math. Phys.*, 30, 102 (1951).
6. В. Е. Толант, М. В. Кривошеев и В. Е. Привалов, *ЖТФ*, 34, 953 (1964).

ԴՐԱԿԱՆ ԱՅՈՒՆ ՀԱՄԱԱՌԱՆՅՔ ԳԼԱՆՆԵՐԻ ՄԻՋԵՎ

Ա. Մ. ՌԵԶԻԿՅԱՆ

Աշխատության մեջ ուսումնասիրված է երկու համաառանցք α և b շառավիղներով գլանների միջև առաջացած դրական սլան պլազման, երբ առանցքի ուղղությամբ գոյություն ունեն հոսանք և մագնիսական դաշտ: Ցույց է տված, որ լիցքերի խտության մաքսիմումը, $h_a = \frac{b}{a}$ մեծությունն աճելիս, գլանների միջին կետից տեղափոխվում է դեպի ներսի գլանը: Ցույց է տված նաև, որ զոնդային շափումների դեպքում, եթե α -ն մեծանում է, ապա շափման սխալը մեծանում է և հենց այդ է հիմնական պատճառներից մեկը, որ շափումները պլազմայի անոթի պատերին մոտ կետերում ավելի մեծ սխալներ են տալիս:

THE POSITIVE COLUMN BETWEEN COAXIAL CYLINDERS

by A. M. RESIKIAN

It has been shown that the maximum of the density of charged particles is arranged the closer to the inner cylinder, the less its radius with that of the outward cylinder is.

It has also been shown that this has resulted in a greater distortion of plasmas by the Lengmuier sound isolator than by the sound itself.