

О ЗАТУХАНИИ СПИНОВЫХ ВОЛН В МОДЕЛИ КОЛЛЕКТИВИЗИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

ЯН ШИ

В настоящей работе рассмотрено затухание спиновой волны в модели коллективизированных электронов путем распада на два индивидуальных возбуждения (квазичастицу и квазидырку) с противоположными спинами. Показано, что затухание экспоненциально зависит от температуры и квазимпульса спиновой волны. Отмечена аналогия с ландауевским затуханием классических плазменных колебаний. Затухание чувствительно к структуре кристалла.

Для описания свойств металлического ферромагнетика была предложена модель коллективизированных электронов, учитывающая движение магнитных электронов в кристаллической решетке. Однако, в ранних теориях [1, 2] не учитывалась корреляция между электронами, то-есть рассматривались только индивидуальные (одночастичные) возбуждения, что приводило к температурной зависимости намагниченности, которая не согласовывалась с экспериментальными данными при низких температурах. В более поздних работах [3, 4] было показано, что в изучаемой модели большую роль играют коллективные возбуждения бозевского типа, представляющие собой не что иное, как спиновые волны, хорошо известные в гейзенберговской модели локализованных электронов [5].

В настоящей работе исследуется затухание этих коллективных возбуждений (спиновых волн) в указанной модели на основании результатов предыдущих работ автора [4]. При этом основное внимание обращается на случай низких температур (малых T) и длинных волн (малого волнового вектора q).

Из общей теории функций Грина [6] известно, что спектр коллективных возбуждений определяется из уравнения

$$1 - P(q, E) = 0, \quad (1)$$

где $P(q, E)$ — поляризационный оператор системы, который для рассматриваемой задачи имеет вид [4]

$$P(q, E) = \frac{U(q)}{N} \sum_k \frac{n_{\uparrow}(k) - n_{\downarrow}(k+q)}{\tilde{E}_{\downarrow}(k+q) - \tilde{E}_{\uparrow}(k) - E}. \quad (2)$$

Здесь $U(q)$ — матричный элемент энергии обменного взаимодействия между электронами, N — полное число электронов в кристалле, $n_s(k)$ — числа заполнения для электронов в спиновом состоянии s , $\tilde{E}_s(k)$ — одноэлектронная энергия с учетом самосогласованного потенциала взаимодействия.

Положим в уравнении (1)

$$E = E_{s.w.} - i\gamma,$$

где $E_{s.w.}$ и γ — вещественные функции волнового вектора q , $E_{s.w.}$ — энергия (частота) спиновой волны, γ — параметр затухания ($\gamma \geq 0$). Если считать $E_{s.w.} \gg \gamma$ (только в этом случае спиновая волна является элементарным возбуждением), то уравнение (1) можно разложить в ряд

$$1 - \operatorname{Re} P(q, E_{s.w.}) + i \gamma \left. \frac{\partial}{\partial E} \operatorname{Re} P(q, E) \right|_{E=E_{s.w.}} - i \operatorname{Im} P(q, E_{s.w.}) + \dots = 0. \quad (3)$$

Зависимость $E_{s.w.}$ от q определяется из уравнения

$$1 - \operatorname{Re} P(q, E_{s.w.}) = 0, \quad (4)$$

которое было изучено в работах [4]. Для параметра затухания получаем (см. [6])

$$\gamma = \left| \frac{\operatorname{Im} P(q, E)}{\left. \frac{\partial}{\partial E} \operatorname{Re} P(q, E) \right|_{E=E_{s.w.}}} \right|. \quad (5)$$

В силу известного символического тождества

$$\frac{1}{x \pm i\varepsilon} = P \frac{1}{x} \mp i\pi \delta(x),$$

где $\varepsilon \rightarrow +0$, P означает интеграл в смысле главного значения, из выражения (2) имеем

$$\operatorname{Im} P(q, E) = \frac{\pi U(q)}{N} \sum_k (n_+(k) - n_+(k+q)) \delta(\tilde{E}_+(k+q) - \tilde{E}_+(k) - E). \quad (6)$$

Нетрудно видеть, что благодаря наличию δ -функции величина $\operatorname{Im} P(q, E)$ быстро стремится к нулю при $q \rightarrow 0$ и $T \rightarrow 0$. Что касается величины $\partial \operatorname{Re} P(q, E) / \partial E$, стоящей в знаменателе выражения (5), то она должна оставаться конечной при $q \rightarrow 0$ (ибо в противном случае не имел бы места квадратичный закон дисперсии спиновых волн). Поэтому, асимптотическое поведение параметра затухания γ при $q \rightarrow 0$ и $T \rightarrow 0$ в основном определяется величиной $\operatorname{Im} P(q, E)$.

Чтобы получить явное аналитическое выражение для величины $\operatorname{Im} P(q, E)$, мы рассмотрим простейший случай, когда электроны можно считать почти свободными с изотропной эффективной массой m . В этом случае

$$\tilde{E}_+(k+q) - \tilde{E}_+(k) = \frac{(k \cdot q)}{m} + \frac{q^2}{2m} + \Delta, \quad (7)$$

где

$$\Delta = U(0) \sigma + g \mu_0 H \quad (8)$$

(σ — средняя относительная намагниченность кристалла, μ_0 — магнетон Бора, H — напряженность внешнего магнитного поля).

Очевидно, δ -функция в правой части равенства (6) отлична от нуля только в том случае, когда

$$\left| \frac{\Delta + q^2/2m - E}{kq/m} \right| \leq 1. \quad (9)$$

Переходя в выражении (6) от суммы к интегралу и учитывая условие (9), имеем

$$\operatorname{Im} P(q, E) = \frac{\pi U(q)}{N(2\pi)^2} \frac{m}{q} \int_{k_0}^{\infty} (n_+(k) - n_-(k)) k dk, \quad (10)$$

где k_0 определяется из соотношения

$$k_0 = \left| \frac{\Delta + q^2/2m - E}{q/m} \right|. \quad (11)$$

При $q \rightarrow 0$ значение k_0 становится весьма большим и можно считать, что оно больше соответствующих фермиевских радиусов для распределений электронов в обоих спиновых состояниях. Следовательно, при низких температурах числа заполнения под знаком интеграла в выражении (10) определяются „хвостом“ распределения вдали от поверхности Ферми, или, иными словами, определяются распределением Больцмана. Соответствующий интеграл нетрудно вычислить. В случае почти свободных электронов будем иметь

$$\operatorname{Im} P(q, E) \approx \frac{U(q)}{16\pi N} e^{\lambda/T} (1 - e^{-\lambda/T}) \frac{m^2}{q} T e^{-m\Delta^2/2q^2 T} \quad (12)$$

(λ — химический потенциал).

При $q \rightarrow 0$, $T \rightarrow 0$ величина $\partial \operatorname{Re} P(q, E)/\partial E$ имеет порядок $U(q) \sigma \Delta^{-2}$. Отсюда получаем асимптотику для параметра затухания γ при $q^2 T/m\Delta^2 \ll 1$

$$\gamma \approx \frac{\Delta^2 m^2 T}{\sigma q} \exp \left[- \left(\frac{\Delta^2 m}{2q^2} - \lambda \right) / T \right]. \quad (13)$$

Из предыдущей формулы (13) видно, что при $q \rightarrow 0$ и $T \rightarrow 0$ затухание экспоненциально исчезает, но при конечных значениях q и T оно имеет конечную величину.

Следует особо подчеркнуть, что рассматриваемое здесь затухание не связано с каким-либо взаимодействием между спиновыми волнами. Оно обусловлено лишь тем обстоятельством, что в модели коллективизированных электронов спиновая волна представляет собой связанную пару двух индивидуальных возбуждений (типа „квазичастица-квазидырка“) с противоположными спинами, и она может снова распасться на „квазичастицу“ и „квазидырку“¹. При $q = 0$ вероятность такого распада равна нулю, так как при этом одновременно не выполняются закон сохранения энергии и закон сохранения квазиимпульса. При $T = 0$ распад также невозможен в принятом приближении из-за пренебрежения размытием соответствующих сфер Ферми.

¹ Заметим, что данный механизм затухания (и отсюда асимптотическая зависимость (13) параметра затухания γ от температуры T и волнового вектора q) на самом деле является аналогом механизма известного ландауевского затухания классических плазменных колебаний.

В следующем приближении мы должны были бы учитывать взаимодействие между спиновыми волнами и размытие распределения электронов в основном состоянии. В этом случае затухание, повидимому, будет конечным и при $q \rightarrow 0$ или $T \rightarrow 0$.

При возрастании волнового вектора q значение k_0 в выражении (10) уменьшается, приближаясь к значению фермиевского радиуса k_F . Когда q имеет такое значение, что $k_0 \leq k_F$, интеграл в выражении (10) резко возрастает, следовательно, резко возрастает и параметр затухания γ . Для спиновых волн с такими волновыми векторами затухание остается конечным даже при абсолютном нуле температуры $T = 0$. При этом затухание может быть настолько большим, что уже не выполняется условие $\gamma \ll E_{\text{с.в.}}$, то есть такие спиновые волны уже нельзя считать элементарными возбуждениями. Нетрудно убедиться, что это соответствует таким волновым векторам q , при которых спектр спиновых волн „входит“ в непрерывный спектр индивидуальных возбуждений.

Полученная выше асимптотика (13) относится, фактически, к случаю бесконечно широкой энергетической полосы. В случае конечной ширины полосы необходимо внести одну весьма существенную поправку. Дело в том, что в этом случае, если не учитывать переходов между зонами, максимальная энергия электрона достигается, вообще говоря, на границе зоны. Следовательно, существует минимальный волновой вектор спиновой волны q_0 , при котором еще могут одновременно выполняться законы сохранения энергии и квазиимпульса при распаде спиновой волны на два индивидуальных возбуждения. Для спиновых волн с $q < q_0$ распад невозможен и затухание равно нулю в рассматриваемом приближении, а для спиновых волн с $q \geq q_0$ распад может происходить и затухание конечно. Величину вектора q_0 нетрудно оценить из условия (9). Если иметь в виду, что граничное значение квазиимпульса электрона k имеет порядок π/a , где a — постоянная решетки, то получим оценку для q_0

$$q_0 \sim \frac{\Delta}{E_1} \cdot \frac{\pi}{2a}, \quad (14)$$

где E_1 — ширина энергетической полосы.

Оценим величину q_0 также в приближении сильной связи. В этом случае имеем

$$\tilde{E}_+(k+q) - \tilde{E}_+(k) = -E_1[\varphi(k+q) - \varphi(k)]/2 + \Delta, \quad (15)$$

где $\varphi(k) = \sum \exp i(k \cdot a)$ (суммирование производится по векторам ближайшего соседства a). В качестве примера возьмем простую кубическую решетку. Тогда

$$\varphi(x) = 2(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a). \quad (16)$$

Затухание отлично от нуля только в том случае, когда аргумент δ — функции в равенстве (6) обращается в нуль. В данном случае приближенно имеем (для малых q)

$$E_1(q_x \sin k_x a + q_y \sin k_y a + q_z \sin k_z a) + \Delta - E = 0. \quad (17)$$

Отсюда видно, что в области

$$|q_x| + |q_y| + |q_z| \leq (\Delta - E)/E_1 \alpha \quad (18)$$

затухание тождественно равно нулю.

Из сказанного явствует, что затухание спиновых волн, обусловленное их распадом на индивидуальные возбуждения, весьма чувствительно к структуре кристаллической решетки.

ЦНИ физико-техническая лаборатория
АН Арм.ССР

Поступила 6 IV—65

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. I. C. Slater, Rev. Mod. Phys. **35**, 199 (1953).
2. E. P. Wohlfarth, Rev. Mod. Phys. **25**, 211 (1953).
3. T. Izuyama, Progr. Theor. Phys., **23**, 969; **24**, 899 (1960).
4. Ян Ши. Доклады АН Арм.ССР, **39**, 73, (1964).
Доклады АН Арм.ССР, **40**, 93, (1965).
5. F. Bloch, Zs. f. Phys., **61**, 206 (1930).
6. В. А. Бонч-Бруевич, С. В. Тябликов. "Метод функций Грина в статистической механике", Физматгиз, Москва 1961.

ՍՊԻՆԱՅԻՆ ԱՎԻՔՆԵՐԻ ՄԱՐՈՒՄԸ ԿՈԼԵԿՏԻՎԱՅՎԱԾ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՄՈԴԵԼԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

ՅԱՆ ՇԻ

Կոլեկտիվացված էլեկտրոնների մոդելում սպինային ալիքներն իրենցից ներկայացնում են երկու անհատական զրգռումների կապված զույգ (քվադրմասնիկ և քվադրիսոնոն)՝ հակադարձ ուղղված սպիններով: Տվյալ աշխատության մեջ հաշվված է անհատական զրգռումների վրա տրոհման հետևանքով սպինային ալիքների մարումը:

Այն կախված է ջերմաստիճանից և սպինային ալիքի քվադրիմպուլսից էքսպոնենցիալ ձևով: Նշված է անալոգ կլասիկ պլազմայի Լանդաուական տատանումների մարման հետ: Ցույց է տրված մարման զգայունությունը՝ կախված բյուրեղի կառուցվածքից:

THE DAMPING OF SPIN WAVES IN A COLLECTIVE MODEL

by YAN SHI

The damping of a spin wave in a collective model by means of disintegrating into two separate excitations with opposite spins is investigated.

It has been found that the damping depends exponentially upon the temperature and the quasi-impulse of the spin wave. An analogy with Landau damping of classical plasma oscillations is observed. The damping is sensitive to the crystal structure.