

**АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРНЫХ
КОЭФФИЦИЕНТОВ И ПОТОКОВ ВТОРИЧНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ
ПРИ РЕНТГЕНРАДИОМЕТРИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ
ГЕТЕРОГЕННЫХ РУД**

© 2013 г. А. А. Тамразян

*Институт геофизики и инженерной сейсмологии НАН РА
3115, Гюмри, ул. В.Саргсяна, 5, Республика Армения
E-mail: artush.tamrazyan@mail.ru
Поступила в редакцию 27.10.2012 г.*

С помощью корректировки математической модели гетерогенного эффекта, основанной на эффективных ядерно-геофизических параметрах, получены асимптотически более точные выражения для потока вторичного излучения N_x и структурного коэффициента T_x . Суть корректировки заключается в том, что различия гомогенных и гетерогенных сред проявляются не только в изменении коэффициентов ослабления, но и коэффициента преобразования первичного излучения во вторичное.

При опробовании руд в условиях естественного залегания по характеристическому рентгеновскому излучению элементов или по рассеянному гамма-излучению радиоизотопного источника объектом исследования являются неоднородные, гетерогенные среды. Форма, размеры и пространственное распределение минеральных образований в породах и рудах весьма разнообразны.

В таких условиях учет структурно-текстурных особенностей природного оруденения является узловым моментом для применения рентгено-радиометрического метода (РРМ). Этот вопрос находится в центре внимания многих исследователей, так как его изучение имеет важное значение для повышения эффективности РРМ. Его решению посвящены работы П. Бери, Л.И. Шмонина, В.А. Мейера, В.А. Арцыбашева и Е.П. Лемана и других авторов (Жуков, Козында, 1994).

Влияние структуры руд, или так называемый эффект гетерогенности, при реализации РРМ учитывается с помощью различных теоретических моделей.

Наиболее логичной и последовательной является схема расчета фотонных полей, разработанная В.А. Арцыбашевым и Е.П. Леманом, согласно которой расчет полей в гетерогенных средах осуществляется по тем же формулам, что и для гомогенных сред, но с заменой средних значений коэффициентов взаимодействия фотонов со средой на эффективные (Арцыбашев, Леман, 1978).

Формулы потоков характеристического рентгеновского (N_x) и рассеянного (N_s) излучений для гетерогенной среды в этом случае будут определяться формулами:

$$N_x = \frac{k_x \bar{\tau}_{\text{эфф}} q S}{\mu_{j\text{эфф}} + \mu_{x\text{эфф}}}, \quad N_s = \frac{k_s \bar{\sigma}_{\text{эфф}} S}{\mu_{j\text{эфф}} + \mu_{s\text{эфф}}} \quad (1)$$

Здесь S - площадь поверхности исследуемой среды, откуда детектор воспринимает вторичные излучения; K_x , K_s - коэффициенты пропорциональности, зависящие от геометрических и атомных констант; τ - массовый коэффициент фотопоглощения первичного излучения в рудной фазе, концентрация которой в исследуемой среде равна q ; σ - массовый, дифференциальный (по углу) коэффициент рассеяния первичного излучения в исследуемой среде; μ - массовый коэффициент полного ослабления первичного (j), характеристического (x) и рассеянного (s) излучений в среде. Индекс «эфф» означает, что для гетерогенных сред берутся не средние, а эффективные значения соответствующих параметров.

Существующие формулы для определения эффективных коэффициентов взаимодействия фотонов с гетерогенной средой выведены из предположения о пуассоновском законе распределения неоднородностей в среде. Между тем распределение Пуассона является предельным случаем более общего биномиального распределения и, естественно, логично пуассоновское распределение заменить биномиальным. Так, для двухкомпонентной гетерогенной среды, состоящей из рудных включений кубической формы и однородного наполнителя, принимая биномиальный закон распределения неоднородности в гетерогенной среде, получили формулы эффективных коэффициентов полного ослабления, фотопоглощения и рассеяния, которые имеют следующий вид:

$$\bar{\mu}_{\text{эфф}} = \bar{\mu}_H (1 - q) - \frac{1}{\rho_A D} \ln \left\{ 1 - q \left[1 - \exp(-\bar{\mu}_A \rho_A D) \right] \right\}, \quad (2)$$

$$\bar{\tau}_{\text{эфф}} = \bar{\tau}_H (1 - q) - \frac{\bar{\tau}_A}{\mu_A \rho_A D} \cdot \ln \left\{ 1 - q \left[1 - \exp(-\bar{\mu}_A \rho_A D) \right] \right\}, \quad (3)$$

$$\bar{\sigma}_{\text{эфф}} = \bar{\sigma}_H (1 - q) - \frac{\bar{\sigma}_A}{\mu_A \rho_A D} \cdot \ln \left\{ 1 - q \left[1 - \exp(-\bar{\mu}_A \rho_A D) \right] \right\}, \quad (4)$$

где D - размер рудного включения, ρ - плотность, а индексы \square_A и \square_H относят соответствующие параметры к рудной фазе или наполнителю.

Подставляя значения (2), (3) и (4) в формулу (1), находим выражения потоков N_x и N_s для гетерогенной среды с биномиальным распределением неоднородностей, а также структурные коэффициенты

$T_x = \frac{N_x}{N'_x}$ и $T_s = \frac{N_s}{N'_s}$, которые учитывают влияние неоднородностей. Здесь

N'_x и N'_s соответственно потоки характеристического и рассеянного излучений для гомогенной среды.

Выражения для потоков N_x , N_s и структурных коэффициентов T_x и T_s имеют следующий вид□

$$N_x = \frac{K_x R_j^A \cdot (\bar{\tau} / \bar{\mu}_j^A) S}{R_j^A + R_x^A - \rho_A D (1-q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_x^H)}, \quad (5)$$

$$N_s = \frac{K_s [\bar{\sigma}^H (1-q) \rho_A D - R_j^A (\bar{\sigma}^A / \bar{\mu}_j^A)] S}{\rho_A D (1-q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H) - R_j^A - R_s^A}, \quad (6)$$

$$T_x = \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_x}{\bar{\mu}_j^A q} \cdot \frac{R_j^A}{R_j^A + R_x^A - \rho_A D (1-q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_x^H)}, \quad (7)$$

$$T_s = \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{\bar{\sigma}} \cdot \frac{\bar{\sigma}^H (1-q) \rho_A D - R_j^A (\bar{\sigma}^A / \bar{\mu}_j^A)}{\rho_A D (1-q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H) - R_j^A - R_s^A}, \quad (8)$$

где

$$R_j^A = \ln \left\{ 1 - q \left[1 - \exp \left(- \bar{\mu}_j^A \rho_A D \right) \right] \right\},$$

$$R_x^A = \ln \left\{ 1 - q \left[1 - \exp \left(- \bar{\mu}_x^A \rho_A D \right) \right] \right\},$$

$$R_s^H = \ln \left\{ 1 - q \left[1 - \exp \left(- \bar{\mu}_s^H \rho_A D \right) \right] \right\},$$

$$R_s^A = \ln \left\{ 1 - q \left[1 - \exp \left(- \bar{\mu}_s^A \rho_A D \right) \right] \right\}.$$

Нетрудно убедиться, что при уменьшении размеров рудных зерен ($D \rightarrow 0$) структурные коэффициенты T_x и T_s стремятся к единице. Если же размер зерен возрастает, то в предельном случае при $D \rightarrow \infty$ значения структурного коэффициента T_s и потока рассеянного излучения N_s выходят на асимптоты и не зависят от гетерогенной рудной фазы и определяются параметрами только гомогенного наполнения.

В отличие от T_s и N_s , структурный коэффициент T_x и поток характеристического рентгеновского излучения N_x при $D \rightarrow \infty$ не имеют асимптоты, отличной от нуля, и их значения с увеличением размеров рудных зерен уменьшаются.

Для решения вопроса асимптотики авторы теории эффективных

ядерно-геофизических параметров в формулах T_x и N_x сначала вводили ограничение по глубинности исследований

$$D \geq h \approx 2 / \rho_A (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_X^H)$$

и только после этого находили асимптоты (Леман и др., 1978; 1980). Несмотря на кажущуюся логичность, с математической точки зрения подобные действия не совсем корректны. Между тем, для дальнейшего развития теоретической основы гетерогенных сред выражения структурных коэффициентов и потоков вторичных излучений для предложенной математической модели гетерогенного эффекта должны быть асимптотически точными.

Для получения асимптотически точных выражений необходимо ввести корректировку в математическую модель гетерогенного эффекта. В работе (Жуков, Козында, 1994) предложен способ корректировки математической модели гетерогенного эффекта, согласно которому различия однородных и гетерогенных сред проявляются в изменении не только коэффициентов ослабления, но и коэффициента преобразования первичного излучения во вторичное. С учетом отмеченного, выражения (5) и (7) должны принимать следующий вид:

$$N_x = \frac{C_{A\text{эфф}} R_j^A \left(\frac{\tau}{\bar{\mu}_j^A} \right) S}{R_j^A + R_X^A - \rho_A D (1-q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_X^H)}, \quad (9)$$

$$T_x = \frac{C_{A\text{эфф}} \cdot \bar{\mu}_j + \bar{\mu}_X}{C_A \cdot \bar{\mu}_j^A q} \cdot \frac{R_j^A}{R_j^A + R_X^A - \rho_A D (1-q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_X^H)}, \quad (10)$$

где $C_{A\text{эфф}}$ и C_A - соответственно эффективное содержание рудного элемента в пробе и истинное.

Величина $C_{A\text{эфф}}$ характеризует различия в коэффициентах преобразования для однородных и гетерогенных сред и получается из условия равенства потоков излучения от слоя высотой D однородной пробы с коэффициентами ослабления $\bar{\mu}_{j\text{эфф}}$ и $\bar{\mu}_{X\text{эфф}}$ и содержанием рудного элемента $C_{A\text{эфф}}$ и от такого же слоя гетерогенной пробы с содержанием элемента C_A . Это условие можно записать в следующем виде:

$$C_{A\text{эфф}} \cdot \frac{1 - \exp[-(\bar{\mu}_{j\text{эфф}} + \bar{\mu}_{X\text{эфф}})\rho D]}{\bar{\mu}_{j\text{эфф}} + \bar{\mu}_{X\text{эфф}}} = C_A \cdot \frac{1 - \exp[-(\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_X^A)\rho_A D]}{\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_X^A},$$

откуда следует, что

$$C_{A\text{эфф}} = C_A q \frac{\bar{\mu}_{j\text{эфф}} + \bar{\mu}_{X\text{эфф}}}{\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_X^A} \cdot \frac{1 - \exp[-(\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_X^A)\rho_A D]}{1 - \exp[-(\bar{\mu}_{j\text{эфф}} + \bar{\mu}_{X\text{эфф}})\rho D]}.$$

Вставляя значение $C_{Aэфф}$ в выражения (9) и (10), для потока характеристического излучения N_X и структурного коэффициента T_X при $D \rightarrow \infty$ получим:

$$N_X = \frac{C_A q (\bar{\mu}_{jэфф} + \bar{\mu}_{Xэфф}) (\bar{\tau} / \bar{\mu}_j^A) S \cdot \ln(1-q)}{(\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_X^A) \cdot [2 \ln(1-q) - \rho_A (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_X^H)]}, \quad (11)$$

$$T_X = \frac{(\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_X) (\bar{\mu}_{jэфф} + \bar{\mu}_{Xэфф}) \ln(1-q)}{\bar{\mu}_j^A (\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_X^A) [2 \ln(1-q) - \rho_A (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_X^H)]}. \quad (12)$$

Полученные асимптотические значения вторичного излучения N_X и структурного коэффициента T_X при $D \rightarrow \infty$ явно отличаются от нуля, а их численные величины (значения) можно определить соответственно по формулам (11) и (12).

Для проверки справедливости предложенного подхода о введении корректировки в математическую модель гетерогенного эффекта были сделаны расчеты по формулам (7) и (10) и проведены экспериментальные исследования. Полученные данные сопоставлены и представлены на рис. 1.

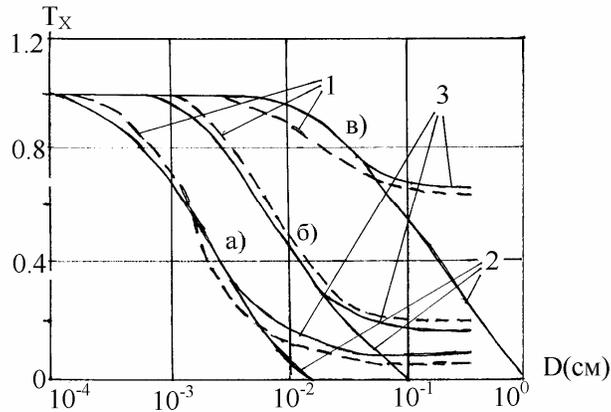


Рис.1. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по определению структурного коэффициента T_X для различных размеров частиц.
1 - эксперимент □ 2 - расчет по формуле (7); 3 - расчет по формуле (10).
Cu (%) □ а - 1; б - 5; в - 20.

Из рис. 1 видно, что расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными, полученными для различных размеров частиц и концентрации определенного элемента. Кроме того, поскольку структурные коэффициенты монотонно зависят от крупности зерен и стремятся к своим предельным значениям при $D \rightarrow 0$ и $D \rightarrow \infty$ асимптотически, то, очевидно, существует переходная зона, в пределах которой значения

структурных коэффициентов особенно сильно зависят от размеров зерен. С другой стороны, с помощью этих коэффициентов можно определить те предельные значения размеров рудных зерен, при которых влияние изменения структуры на результаты анализа практически исчезает или становится незначительным. Эти размеры, как показывают расчеты, зависят от конкретных условий измерений, т.е. от состава наполнителя, концентрации определенного элемента и энергии первичного гамма-излучения.

Таким образом, получены асимптотически более точные выражения потока вторичного излучения N_x и структурного коэффициента T_x для моделей, созданных в рамках теории эффективных параметров, корректность которых подтверждается данными экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

- Арцыбашев В.А., Леман Е.П.** Об эффективных коэффициентах ослабления фотонов в гетерогенных средах. Атомная энергия, 1987, т. 44, вып. 1, с. 93 -94.
- Жуков В.И., Козында Ю.О.** Гетерогенный эффект в рентгенорадиометрическом анализе необработанных литохимических проб. Вопросы геофизики, вып. 33. Геофизические методы в изучении вещественного состава горных пород и руд. С.Петербург, 1994, с. 40-49.
- Леман Е.П., Тамразян А.А., Арцыбашев В.А.** Эффективные коэффициенты ослабления в гетерогенных средах с распределением неоднородностей по биномиальному закону. Доклады АН АрмССР, 1978, т. LXVII, № 1, с. 51 - 55.
- Леман Е.П., Тамразян А. А., Арцыбашев В.А.** Поток вторичных излучений и структурные коэффициенты для гетерогенной среды с биномиальным законом распределения неоднородностей. Известия АН АрмССР, Науки о Земле, 1980, № 1, с. 57 -63.

Рецензент Р.Т. Мириджанян

**ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԱՅԻՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑՆԵՐԻ ԵՎ ԵՐԿՐՈՐԴԱԿԱՆ
ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՀՈՍՔԵՐԻ ԱՍԻՄՊՏՈՏԻԿ
ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏՎՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ՏԱՐԱԿԱԶՍՄ ՄԻՋԱԿԱՅՐԻ
ՌԵՆՏԳԵՆԱՌԱԴԻՈՄԵՏՐԱԿԱՆ ԱՆԱԼԻԶԻ ԺԱՄԱՆԱԿ**

Ա.Ա. Թամրազյան

Ամփոփում

Ռենտգենառադիոմետրական մեթոդի կիրառման ժամանակ հանքանյութի տարակազմության ազդեցությունը հաշվի է առնվում տարբեր տեսական մոդելների կիրառման օգնությամբ: Ֆոտոնային դաշտի հաշվման համար ամենատրամաբանականը և հաջողվածը Վ. Արցիբաշևի և Ե. Լեմանի կողմից առաջարկված սխեման է, որի համաձայն տարակազմ միջավայրում դաշտը հաշվվում է նույն բանաձևով, ինչ միակազմ միջավայրի համար, միայն միջավայրի հետ ֆոտոնների փոխազդեցության գործակիցների միջին արժեքները փոխարինվում են նրանց էֆեկտիվ արժեքներով: Սակայն բնութագրիչ ռենտգենյան ճառագայթների N_x հոսքի և ստրուկտուրային

T_x գործակցի համար այս սխեմայով ստացված բանաձևերը չունեն իրենց ասիմպտոտները՝ անհամասեռությունների (հանքային հատիկների) չափերի մեծացման հետ ($D \rightarrow \infty$) նրանց արժեքները փոքրանում են, ձգտում են զրոյի: Այնինչ, տարակազմ միջավայրի տեսական հիմքերի զարգացման համար անհրաժեշտ է, որպեսզի մաթեմատիկական մոդելի մեջ ստրուկտուրային գործակցի և երկրորդական ճառագայթման հոսքի հաշվման արտահայտությունները լինեն ասիմպտոտիկ ճշգրիտ:

Ասիմպտոտորեն ճշգրիտ արտահայտություն ստանալու համար ուղղում է մտցվում տարակազմության էֆեկտի մաթեմատիկական մոդելի մեջ, որի էությունը այն է, որ միակազմ և տարակազմ միջավայրերի տարբերությունը ի հայտ է գալիս ոչ միայն ճառագայթների թուլացման գործակիցների փոփոխմամբ, այլ նաև առաջնային ճառագայթները երկրորդականի փոխակերպման գործակցով:

**ASYMPTOTIC FEATURES OF STRUCTURE COEFFICIENTS AND
SECONDARY RADIATION FLUX AT X-RAY RADIOMETRIC
ANALYSIS OF HETEROGENEOUS ORES**

A.A. Tamrazyan

Abstract

By adjusting the mathematical model of heterogeneous effect, based on effective nuclear-geophysical parameters, asymptotically more accurate expressions were obtained for the flux of secondary radiation N_x and structural coefficient T_x . The essence of this correction is that differences between the homogeneous and heterogeneous environments are evident in the change of not only attenuation coefficients, but also the coefficient of primary-to-secondary radiation conversion.