*Известия НАН РА, Науки о Земле, 2009,* **62**, *№3, 3-14*

# СЕЙСМОГРАММЫ И АКСЕЛЕРОГРАММЫ ГРУНТА, РАССЧИТАННЫЕ ПО МОДЕЛИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ, КАК МГНОВЕННОГО РАЗРЫВА СРЕДЫ

**© 2009г. Э. Е. Хачиян**

*Институт геологических наук НАН РА*
*0019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24а, Республика Армения*
*email: edkhach@sci.am*
*Поступила в редакцию 15.09.2009 г.*

Рассматриваются вопросы вывода аналитических выражений для перемещений и ускорений частиц грунта на поверхности земли при рассмотрении землетрясения как мгновенного разрыва (вспарывания) среды. Получены синтетические сейсмограммы и акселерограммы в зависимости от динамических характеристик грунтовых условий местности: преобладающих периодов приповерхностной грунтовой толщи, коэффициентов затухания колебаний пород и скорости движения блоков после их вспарывания.

По современным представлениям, землетрясение является следствием механического разрыва сплошности из-за соприкасания двух литосферных плит (блоков) с шероховатыми краями при их длительном медленном движении в противоположных направлениях. Процесс разрыва (вспарывания) обычно происходит за определенный промежуток времени. В статье рассматривается случай, когда разрыв среды происходит мгновенно. После разрыва (рис.1а) каждый блок будет совершать движение, сходное со свободными колебаниями некоторой консольной плиты, вызванное начальной скоростью **v** у свободного конца (разрыва).

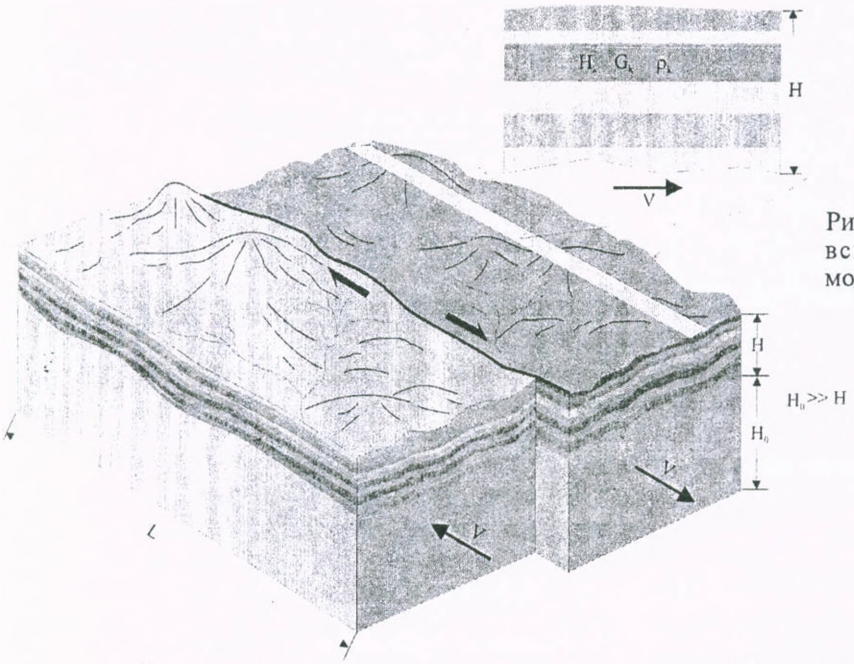



Рис.1а. Схематическое изображение вспарывания и механическая модель верхних напластований.

Рис. 1б. Расчетная схема неоднородной толщи.

Рис. 1в. Расчетная схема однородного грунтового основания.

Верхние, близкие к поверхности земли, породы блоков по физико-механическим характеристикам существенно отличаются от глубинных пород и подвергнуты существенно меньшим сжимающим напряжениям. Благодаря этому, они обладают большой сдвиговой деформативностью в горизонтальных направлениях по сравнению с глубинными слоями. Поэтому при мгновенном разрыве среды верхние породы будут подвергаться дополнительным инерционным перемещениям. Фактически полное перемещение любой точки на поверхности земли будет состоять из двух частей: переносного перемещения блока (подвижки) как твердого тела и инерционного перемещения приповерхностной толщи относительно блока. Вблизи зоны разрыва будут преобладать переносные перемещения, а в удаленных областях – относительные инерционные перемещения. Если из тела блока на достаточном расстоянии от разрыва выделить какую-то приповерхностную призматическую область с единичной шириной и глубиной $H \ll H_0$, где $H_0$ - глубина блока (разрыва), то она на любом участке по длине разрыва L будет представлять собой неоднородную многослойную колонку с различными физико-механическими и геометрическими характеристиками: плотностями $\rho_k$, модулями сдвига $G_k$ и мощностями $H_k$ (рис.1б).

Исследование колебаний таких колонок отличается от исследования колебаний однородной (однослойной) колонки только математическими трудностями. Поэтому, для простоты и наглядности задачи выделенную область будем считать однородной – однослойной (рис. 1в). Тогда математическая постановка задачи будет заключаться в следующем: найти выражение функции горизонтального перемещения u(x,t), удовлетворяющее волновому уравнению поперечных (сдвиговых) колебаний:

$$G\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \eta\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 0, \qquad (1)$$

со следующими **граничными** условиями:

$$\text{при } x = 0 \quad G\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0$$
$$\text{при } x = H \quad u(H,t) = 0 \qquad (2)$$

и **начальными** условиями:

$$\text{при } t = 0 \quad u(x,0) = 0$$
$$\text{при } t = 0 \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = v \qquad (3)$$

где G - модуль сдвига породы, $\rho$ – плотность, $\eta$ - коэффициент вязкости пород, H - мощность слоя, v – скорость блоков после их вспарывания, начальная скорость частиц грунта. Величина v в зависимости от скорости вспарывания и магнитуды землетрясения в ближней зоне изменяется в пределах 100-150*см/сек* (Брун, 1981). На других расстояниях от разрыва значения v резко уменьшатся (Эстева, 1981). В литературе имеются различные эмпирические выражения для значения скорости частиц грунта в зависимости от магнитуды землетрясения и эпицентрального расстояния. Эстева и Виллаверде, на основе акселерограмм, приведенных Хадсоном, получили следующие выражения для пиковых значений скоростей v (*см/сек*) (Эстева, 1981):

$$v = \frac{32e^M}{(\Delta + 25)^{1.7}},$$

где M – магнитуда землетрясения, $\Delta$ - эпицентральное расстояние в *км*.

По шкале MSK-64 значения v принимаются:

при VIII баллах – 8.1 ÷ 16 *см/сек*
при IX баллах – 16.1 ÷ 32 *см/сек*
при X баллах – 32.1 ÷ 64 *см/сек*

Решение уравнения (1) будем искать методом разделения переменных, представив его следующим образом:

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} u_i(x) q_i(t), \qquad (4)$$

где $u_i(x)$ - функции только координаты x, а $q_i(t)$ - функции только времени t. Подставляя (4) в (1) и требуя, чтобы развенство удовлетворялось для любого i, получим:

$$G u_i'' q_i - \rho u_i q_i'' + \eta u_i'' q_i' = 0. \qquad (5)$$

Разделив (5) на произведение $u_i\left(q_i + \frac{\eta}{G} q_i'\right)$, приходим к равенству:

$$\frac{G}{\rho}\frac{u_i''}{u_i} = \frac{q_i''}{q_i + \frac{\eta}{G} q_i'} = -p_i^2, \qquad (6)$$

Левая часть (6) зависит только от переменной x, а правая – только от времени t. Для тождественного выполнения равенства (6) необходимо, чтобы обе части были равны одной и той же постоянной. Обозначая эту неизвестную постоянную через $p_i^2$, получим следующие два уравнения:

$$u_i'' + \lambda_i^2 u_i = 0 \qquad \frac{p_i^2 \rho}{G} = \lambda_i^2 \qquad (7)$$

$$q_i'' + 2n_i q_i' + p_i^2 q_i = 0 \qquad \frac{\eta p_i^2}{G} = 2n_i. \qquad (8)$$

Решение уравнения (7) будет:

$$u_i(x) = A_i \sin\lambda_i x + B_i \cos\lambda_i x, \qquad (9)$$

где $A_i$ и $B_i$ – постоянные интегрирования.

Из граничных условий (2) будем иметь:

$$G A_i \lambda_i \cos\lambda_i 0 = 0$$
$$A_i \sin\lambda_i H + B_i \cos\lambda_i H = 0. \qquad (10)$$

Следовательно, из системы (10) будем иметь:

$$A_i = 0, \quad B_i \neq 0, \quad \cos\lambda_i H = 0. \qquad (11)$$

Из последнего (частотного) уравнения (11) получим:

$$\lambda_i H = (2i-1)\frac{\pi}{2}$$
$$p_i^2 = \frac{G(2i-1)^2\pi^2}{4H^2}, \qquad (12)$$
$$i = 1,2,.....$$

Таким образом

$$u_i(x) = B_i \cos\frac{2_i - 1}{2}\frac{\pi}{H}x., \qquad i = 1,2,..... \qquad (13)$$

Решение второго уравнения (8) будет:

$$q_i(t) = e^{-n_i t}(C_{1i}\sin p_i^* t + C_{2i}\cos p_i^* t), \qquad (14)$$

где $p_i^*$ - круговая частота свободных колебаний *i*-ой формы с учетом вязкости пород и определяется по формуле

$$p_i^* = \sqrt{p_i^2 - n_i^2}. \qquad (15)$$

Учитывая (7) и (12), для круговой частоты $p_i^*$, получим:

$$p_i^* = \sqrt{\frac{G}{\rho}\frac{(2i-1)^2\pi^2}{4H^2} - \left(\frac{\eta p_i^2}{2G}\right)^2}$$

Для большинства горных пород $n_i^2 << p_i^2$, поэтому в формуле (15) влиянием $n_i$ в тригонометрических функциях можно пренебречь и решение (14) представить в виде:

$$q_i(t) = e^{-n_i t}(C_{1i}\sin p_i t + C_{2i}\cos p_i t), \qquad (16)$$

где

$$p_i = \frac{2i-1}{2H}\pi\sqrt{\frac{G}{\rho}} = \frac{2i-1}{2H}\pi v_s, \; v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad i = 1,2,.... \qquad (17)$$

$v_s$ - скорость распространения поперечных волн в слое.

Таким образом, общим решением задачи будет:

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} B_i \cos\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}x\, e^{-n_i t}(C_{1i}\sin p_i t + C_{2i}\cos p_i t). \qquad (18)$$

Неизвестные $B_iC_{1i}$ и $B_iC_{2i}$ определяем из начальных условий (3). Из первого начального условия (3) будем иметь:

$$\sum_{i=1}^{\infty} B_i \cos\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}x\,(C_{1i}\cdot 0 + C_{2i}\cdot 1) = 0. \qquad (19)$$

Так как условие (19) должно выполняться для любой точки x по высоте слоя и, кроме того, коэффициент $B_i$ не может быть равным нулю, то из (19) вытекает:

$$C_{2i} = 0.$$

Из второго начального условия (3) получим:

$$\sum_{i=1}^{\infty} B_i \cos\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}x\cdot 1\cdot C_{1i}p_i\cdot 1 = v. \qquad (20)$$

Умножая обе части уравнения (20) на $\cos\frac{2_j - 1}{2}\frac{\pi}{H}x$, интегрируя в пределах от 0 до H и учитывая ортогональность форм колебаний в виде:

$$\int_0^H \cos\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}x\cos\frac{2j-1}{2}\frac{\pi}{H}x\,dx = 0 \qquad (21)$$
$$\text{при } i \neq j,$$

Получим

$$B_iC_{1i}p_i\int_0^H \cos^2\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}x\,dx = v\int_0^H \cos\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{x}dx.$$

Следовательно, для произведения $B_iC_{1i}$ получится

$$B_iC_{1i} = \frac{v\delta_i}{p_i}, \qquad (22)$$

где

$$\delta_i = \frac{\int_0^H \cos\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}x\,dx}{\int_0^H \cos^2\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}x\,dx} = \frac{4\cdot(-1)^{1+i}}{(2i-1)\pi}. \qquad (23)$$

В случае неоднородной колонки (рис. 1б) функция перемещения u(x,t) будет кусочно-гладкой (Хачиян, 2000)

$$u(x,t) = u_k(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty}(A_{ki}\sin\lambda_{ki}x + B_{ki}\sin\lambda_{ki}x)q_i(t) \qquad (24)$$
$$\text{для } h_{k-1} < x < h_k, \quad k = 1,2,...n.$$

Входящие в (24) функции времени $q_i(t)$, как и для однородной среды, будут иметь вид (14). Неизвестные коэффициенты $A_{ki}$, $B_{ki}$ и $C_{1i}, C_{2i}$, входящие в $u_k(x,t)$ и $q_i(t)$, будут определяться из граничных и начальных условий. Коэффициенты $A_{ki}$ и $B_{ki}$ определяются из двух условий: равенства нулю напряжений на поверхности земли и отсутствия перемещения у коренных пород и из 2n-2 условий неразрывности перемещений $u_k$ и касательных напряжений $G_k\frac{\partial u_k}{\partial x}$ на уровнях раздела слоев, которые будут иметь вид (Хачиян, 2000):

$$A_{1i} = 0$$
$$A_{ni}\sin\lambda_{ni}H + B_{ni}\cos\lambda_{ni}H = 0$$
$$A_{ki}\sin\lambda_{ki}h_k + B_{ki}\cos\lambda_{ki}h_k = A_{k+1i}\sin\lambda_{k+1i}h_k + B_{k+1i}\cos\lambda_{k+1i}h_k$$
$$A_{ki}G_k\lambda_{ki}\cos\lambda_{ki}h_k - B_kG_k\lambda_{ki}\sin\lambda_{ki}h_k =$$
$$= A_{k+1i}G_{k+1}\lambda_{k+1i}\cos\lambda_{k+1i}h_k - B_{k+1}G_{k+1}\lambda_{k+1i}\sin\lambda_{k+1i}h_k \qquad (25)$$
$$k = 1, 2, ..., n-1.$$

где приняты обозначения $\lambda_{ki}^2 = \frac{p_i^2\rho_k}{G_k}$ (26)

$p_i$ - круговая частота i-ой формы колебания.

Значения $p_i$ определяются как корни трансцендентного уравнения, образованного из равенства нулю определителя 2n-ого порядка системы однородных уравнений (25) относительно $A_{ki}$ и $B_{ki}$.

Коэффициент $\delta_i$ в этом случае аналогично (23) будет иметь вид (Хачиян, 1973):

$$\delta_i = \frac{\sum_{k=1}^{n} \int_{h_{k-1}}^{h_k} u_{ki}\rho_k \, dx}{\sum_{k=1}^{n} \int_{h_{k-1}}^{h_k} u_{ki}^2 \rho_k \, dx}, \quad i=1,2,.... \qquad (27)$$

Подставляя полученные значения коэффициентов $A_i, B_i, C_{1i}$ и $C_{2i}$ в решение (18) для перемещения (сейсмограммы) $u(x,t)$ однородного основания, окончательно получим:

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{v\delta_i}{p_i} e^{-n_i t} \cos\frac{2i-1}{2}\frac{\pi x}{H} \sin p_i t$$

или

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} v\frac{T_{0i}}{2\pi}\delta_i \, e^{-n_i t} \cos\frac{2i-1}{2}\frac{\pi x}{H} \sin\frac{2i-1}{2}\frac{\pi v_s t}{H}. \qquad (28)$$

Соответствующие ускорения (акселерограмма) слоя при малых $n_i$ будут иметь вид:

$$u^{\cdot\cdot}(x,t) \cong \sum_{i=1}^{\infty} v\frac{2\pi}{T_{0i}}\delta_i e^{-n_i t} \cos\frac{2i-1}{2}\frac{\pi x}{H} \sin\frac{2i-1}{2}\frac{\pi v_s t}{H}. \qquad (29)$$

Сейсмограмма и акселерограмма на поверхности земли (при x=0) будут:

$$u_0(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{T_{0i}}{2\pi} v\delta_i \, e^{-n_i t} \sin\frac{2i-1}{2}\frac{\pi v_s t}{H}$$

$$u_0^{\cdot\cdot}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\pi}{T_{0i}} v\delta_i \, e^{-n_i t} \sin\frac{2i-1}{2}\frac{\pi v_s t}{H}, \qquad (30)$$

где $T_{0i} = \frac{2\pi}{p_i} = \frac{1}{2i-1}\frac{4H}{v_s}$ - преобладающие периоды колебания грунтовой толщи.

Так как амплитуды всех гармоник (30) со временем сильно уменьшаются, то в формуле (30) при отыскании максимума можно ограничиваться учетом 3-5 членов ряда.

Таким образом, на поверхности земли перемещение и ускорение грунта будут представлять собой суперпозицию затухающих гармонических колебаний с периодами, равными периодам свободных колебаний (преобладающих периодов) приповерхностного слоя.

В случае неоднородной колонки, которая в действительности будет иметь место, выражения для перемещения и ускорения на поверхности земли будут иметь аналогичный (30) вид. Главное отличие будет в коэффициентах $\delta_i$ и в соотношениях $T_{01}/T_{02}$, $T_{01}/T_{03}$, ..., $T_{01}/T_{0n}$. Если при однородной колонке эти отношения являются нечетными числами 3, 5, 7, ... 2n-1, то при неоднородной колонке они могут быть совершенно другими в зависимости от мощностей, плотностей и модулей сдвига пород слоев и их расположения по высоте колонки. Поэтому амплитуды перемещений и ускорений по разным гармоникам будут зависеть от спектра преобладающих периодов $T_{0i}$ и форм колебаний неоднородной колонки $u_{ki}(x)$. Вследствие этого максимальное перемещение и ускорение на поверхности земли, которые получатся в результате суммирования во времени по всем гармоникам, будут существенно зависеть от характера неоднородности колонки. В зависимости от отношения периодов первых 3-5 форм колебаний моменты наступления максимальных ускорений на сейсмограммах и акселерограммах на поверхности Земли также будут разными и сильно зависеть от характера неоднородности колонки.

Главная особенность полученных формул (30) заключается в том, что перемещение и ускорение грунта существенно зависят от преобладающих периодов грунта, т.е. от сейсмической категории грунта (Хачиян,2000). Согласно (30), ***на однородных скальных грунтах значения ускорения будут больше, чем на однородных рыхлых грунтах той же мощности.*** Это явление неоднократно подтверждалось инструментально при регистрациях слабых и умеренных землетрясений.

Максимальные значения перемещения $u_0(t)$ и ускорений грунта $u_0^{\cdot\cdot}(t)$, согласно формулам (30), для v=30*см/сек* (нижний предел X баллов по шкале MSK-64) при учете только первого члена рядов (30) соответственно составят:

– для скальных грунтов с $T_{01}$=0.35*сек*, $n \approx 5\%$ (декремент затухания - 0.3)

$u_{0max}$=1.96*см*, $u_{0max}^{\cdot\cdot} = 0.63g$,

– для рыхлых грунтов с $T_{01}$=0.8*сек*, $n \approx 3\%$ (декремент затухания – 0.2)

$u_{0max}$=4.62*см*, $u_{0max}^{\cdot\cdot} = 0.28g$.

Для однослойного основания, как видно из (17), периоды колебания отличаются в 1, 3, 5 раз, поэтому моменты наступления максимальных амплитуд членов ряда (30) во времени и по направлению (знаку $\delta_i$) совпадают, что приводит к сильному росту суммарной величины (особенно ускорений). Это графически показано на рис.2 для ускорения $u_0^{\cdot\cdot}(t)$, вычисленного по формуле (30) по первой, второй и третьей формам в отдельности и с учетом их суперпозиции, где видно, что моменты максимумов по трем формам колебаний совпадают, приводя к их алгебраическому суммированию. Поэтому при таком же значении для v=30*см/сек* с учетом трех форм колебаний с одинаковыми коэффициентами затухания $n_1=n_2=n_3$ для максимальных перемещений и ускорений грунта были получены:

– для скальных грунтов ($T_{01}$=0.35*сек*)

$u_{0max}$=2.21*см*, $u_{0max}^{\cdot\cdot} = 1.62g$,

– для рыхлых грунтов ($T_{01}$=0.8*сек*)

$u_{0max}$=5.24*см*, $u_{0max}^{\cdot\cdot} = 0.78g$.

Из приведенных данных видно, что и для скальных, и для рыхлых грунтов ***учет высших форм колебаний приводит к увеличению ускорения грунта, вычисленного только по первой форме колебания, соответственно в 2.57 и 2.78 раза, а для перемещения грунта – всего в 1.12 и 1.13 раза.***

Полученные результаты носят чисто теоретический характер и относятся к упругой стадии работы грунтов. Ясно, что рыхлые и даже скальные грунты не выдержат таких перемещений и ускорений и будут подвергаться большим необратимым деформациям и изменениям, которые наблюдаются на поверхности земли при X –балльной интенсивности землетрясений. При интенсивностях IX и VIII баллов – значения вышеприведенных расчетных значений переме-

щений и ускорений грунтов по формуле (30) уменьшатся соответственно в 2 и 4 раза.

На рис. 3 показаны соответствующие сейсмограммы и акселерограммы для скальных и рыхлых грунтов, вычисленные по формулам (30) с учетом трех членов рядов. Как видим, высшие формы колебаний существенно влияют только на величины ускорений. Одна из причин этого явления заключается в том, что перемещения прямо зависят от периодов $T_{0i}$, а ускорения обратно пропорциональны $T_{0i}$. Из приведенных выше формул видно, что при $T_{01}$=0,35*сек* для скальных грунтов, периоды второй и третьей форм колебаний будут соответственно: $T_{02}$=0,125*сек*, $T_{03}$=0,07*сек*. Как видим, они очень высокочастотные.

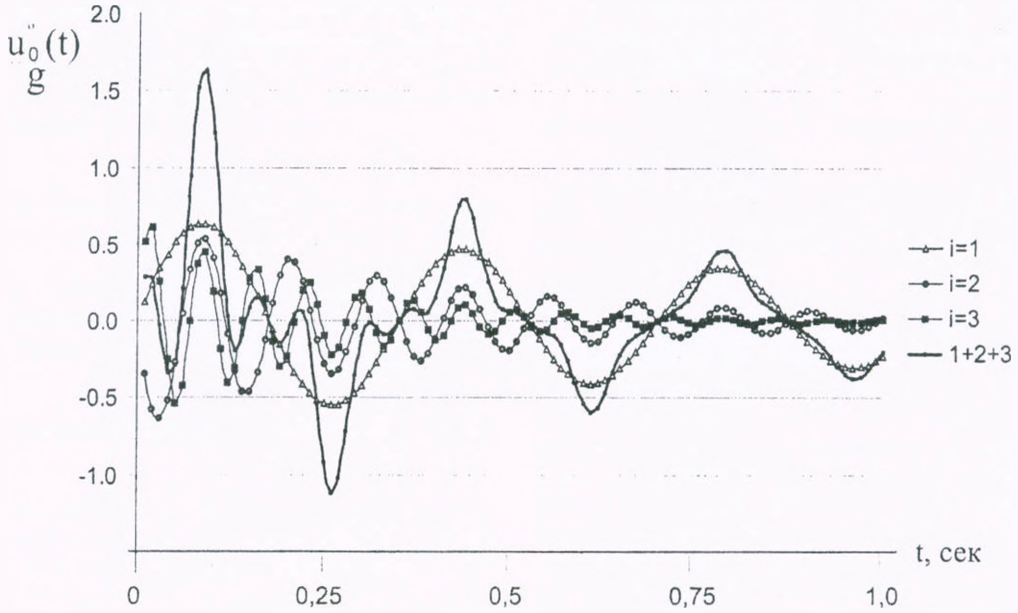



Рис. 2. Акселерограммы для скального грунта с учетом трех форм (1+2+3) колебаний и по 1, 2 и 3 форме колебаний в отдельности.

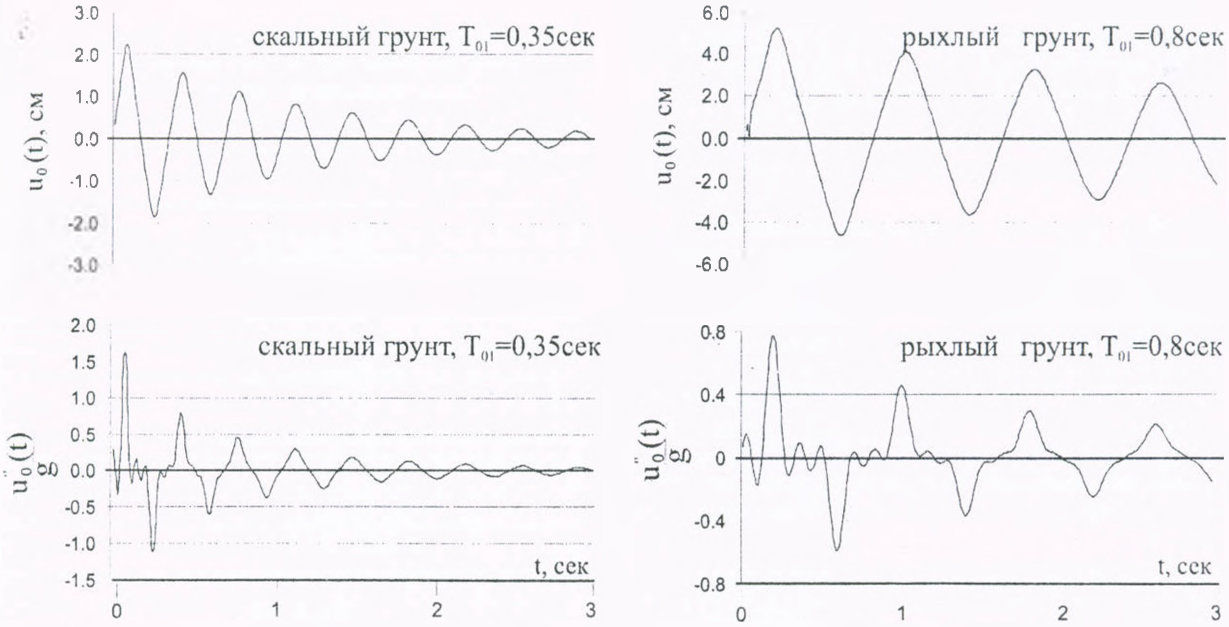
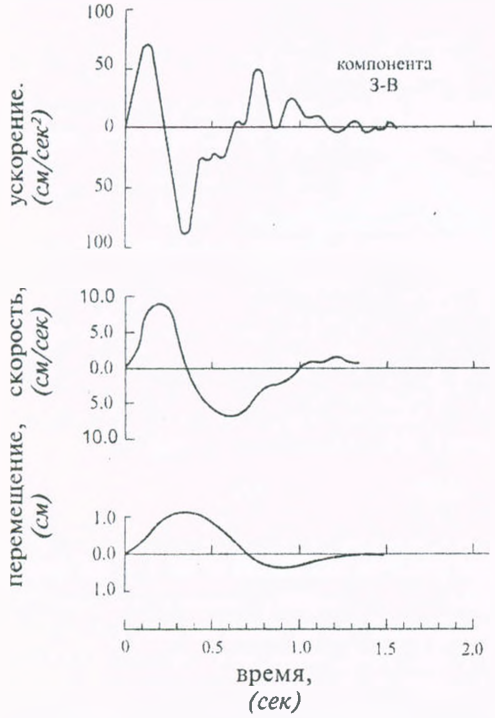
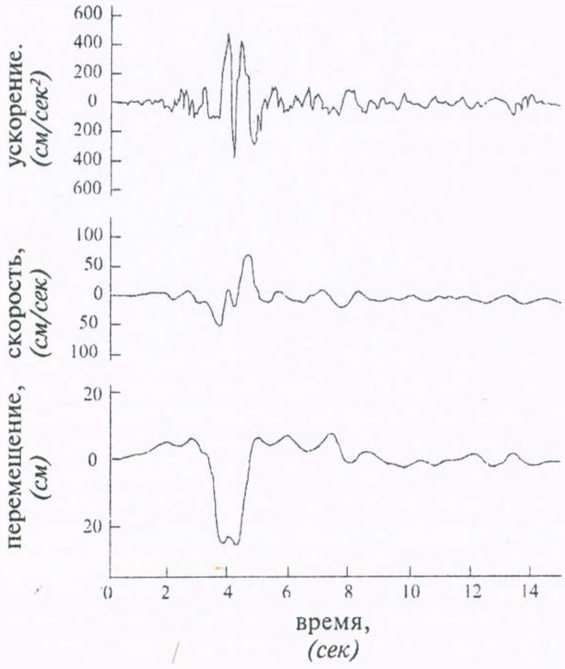



Рис. 3. Сейсмограммы и акселерограммы для скальных и рыхлых грунтов, вычисленные по формулам (30) с учетом трех форм колебаний.

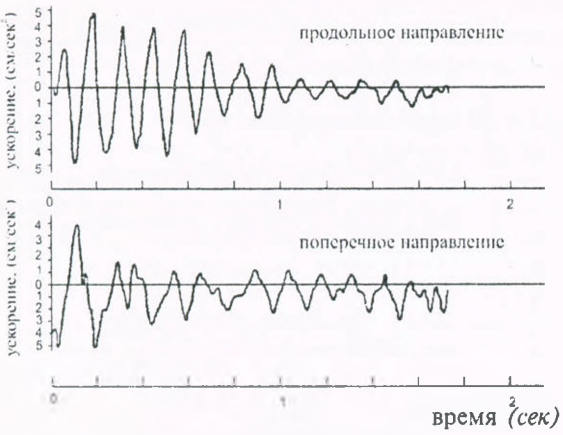
Возникновение таких высокочастотных колебаний на поверхности земли всегда считалось маловероятным. Поэтому, по-видимому, их учет в формулах (30) для скальных грунтов можно считать нереальным. Кроме того, как отмечено выше, значения коэффициентов внутреннего трения $n_2$ и $n_3$ для второй и третьей форм колебаний из-за отсутствия экспериментальных исследований, касающихся процессов внутреннего трения по высшим сдвиговым колебаниям горных пород, были приняты как для первой формы $n_1=n_2=n_3=5\%$, что также может привести к большим погрешностям. В литературе имеются мнения, что если такие высокочастотные колебания даже возникают на поверхности земли, то они очень быстро затухают и не оказывают влияния на формирование суммарной акселерограммы грунта по низкочастотным колебаниям. Таким образом можно предполагать, что реальную картину о величинах ускорений на поверхности земли можно получить только в результате исследования реальных неоднородных грунтовых оснований с экспериментально подтвержденными величинами коэффициентов затухания колебаний различных горных пород как по первой форме колебания, так и по высшим формам сдвиговых колебаний.



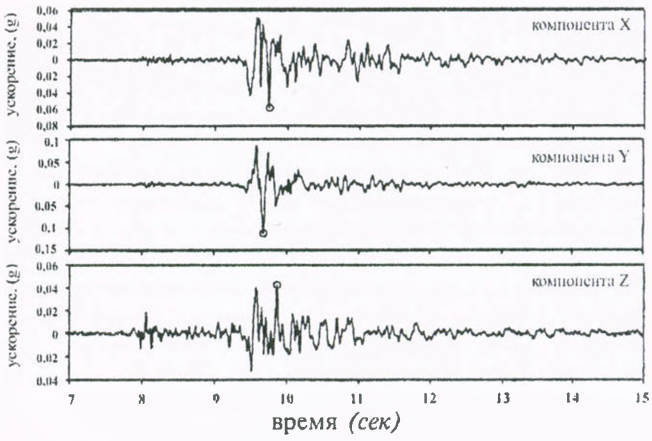

Акселерограмма землетрясения в Порт Гуенеме 18 марта 1957 года и полученные по ней велисограмма и сейсмограмма.




Акселерограмма землетрясения в Паркфильде 27 июня 1966 года и полученные по ней велисограмма и сейсмограмма.




Акселерограмма землетрясения в Ереване 16 июня 1973 года (скальные грунты).




Акселерограмма Тбилисского землетрясения 25 апреля 2002 года (скальные грунты).

Рис. 4. Примеры записанных акселерограмм при различных землетрясениях.

На рис.4 показаны примеры реальных акселерограмм, записанных при различных землетрясениях, имеющих качественное сходство с расчетными, приведенными на рис.3.

Основной формуле (28) можно дать и волновую интерпретацию. Известно, что движение грунта на поверхности земли во время землетрясения (сейсмограмма) – это результат суммирования неоднократно преломленных и отраженных от нижних слоев поперечных сейсмических волн. К этому выводу приводят и формулы (28) и (29). В самом деле, воспользуемся известным положением о том (Джеффрис, Свирлс 1970), что ***любая стоячая волна может быть заменена парой бегущих волн,*** так как имеет место равенство

$$2\cos\frac{k\pi}{l}x\,\sin\frac{k\pi}{l}ct = \sin\frac{k\pi}{l}(x+ct) + \sin\frac{k\pi}{l}(ct-x), \qquad (31)$$

и наоборот, ***любая бегущая волна может быть представлена как пара стоячих волн*** с фазами, сдвинутыми на $\pi/2$, так как

$$\sin\frac{k\pi}{l}(x+ct) = \sin\frac{k\pi x}{l}\cos\frac{k\pi ct}{l} + \cos\frac{k\pi x}{l}\sin\frac{k\pi ct}{l} \qquad (32)$$

где l – длина стержня, c – скорость распространения волны в стержне, формулы (28) и (29) на основании (31) можно представить в виде:

$$u(x,t) = \frac{v}{2}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{T_{0i}\delta_i}{2\pi}e^{-n_i t}\left[\sin\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}(x+v_s t) + \sin\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}(v_s t - x)\right],$$

$$u''(x,t) = \frac{v}{2}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{2\pi}{T_{0i}}\delta_i e^{-n_i t}\left[\sin\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}(x+v_s t) + \sin\frac{2i-1}{2}\frac{\pi}{H}(v_s t - x)\right] \qquad (33)$$

где $v_S$ - скорость волн сдвига в однородной среде.

Формула (33) четко показывает, что сейсмограмма и акселерограмма на поверхности земли представляют собой сумму множества падающих и отраженных затухающих волн с различными амлитудами и частотами.

**<u>Аналогия с колебаниями сооружений при сейсмических воздействиях.</u>** Аналогичные явления имеют место также при колебаниях наземных зданий и сооружений во время землетрясения. Как показывают теоретические исследования (Хачиян, 1973), перемещения и ускорения на разных уровнях зданий и сооружений, вычисленные по акселерограммам реальных землетрясений, представляют собой сумму квазигармонических колебаний с периодами, равными периодам их свободных колебаний. Наиболее наглядно это вырисовывается, если за наземное сооружение принимать простую систему с одной степенью свободы (линейный осциллятор). В этом случае ускорение инертной массы сооружения выражается формулой

$$\tau(T,n,t) = \frac{2\pi}{T}\int_0^t e^{-\frac{n}{T}(t-\xi)}\,a(\xi)\,\sin\frac{2\pi}{T}(t-\xi)d\xi, \qquad (34)$$

где T – период свободного колебания осциллятора, n – коэффициент затухания, a(t) – акселерограмма грунта.

В случае многоэтажных зданий перемещения (деформации) $y_k(t)$ и полные ускорения $a(t)+y_k''(t)$ этажей определяются по формулам (Хачиян, 1973):

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^{n}\eta_{ki}\frac{T_i}{2\pi}\int_0^t e^{-\frac{n_i}{T_i}(t-\xi)}\,a(\xi)\,\sin\frac{2\pi}{T_i}(t-\xi)d\xi,$$

$$a(t)+y_k''(t) = \sum_{i=1}^{n}\eta_{ki}\frac{2\pi}{T_i}\int_0^t e^{-\frac{n_i}{T_i}(t-\xi)}\,a(\xi)\,\sin\frac{2\pi}{T_i}(t-\xi)d\xi \qquad (35)$$

где $\eta_{ki}$ - известный коэффициент форм колебаний, $T_i$ и $n_i$ – соответственно период и коэффициент затухания здания по i-ой форме свободных колебаний здания.

На рис. 5 показаны акселерограммы и графики изменения во времени $\tau(t)$, вычисленные по формуле (34) для различных T при четырех разных землетрясениях для n=5%. Графики подтверждают, что периоды ускорений (реакции) инертной массы с достаточной точностью равны периодам свободных колебаний T осциллятора, независимо от акселерограммы землетрясения. На рис. 6 показаны графики изменения во времени перемещений и сейсмических инерционных сил (ускорений) этажей уже для 9-этажного каркасного здания с учетом трех форм свободных колебаний ($T_1 = 0.78$, $T_2 = 0.26$, $T_3$=0,15 *сек*), вычисленных на основании формул (35) по акселерограмме землетрясения в Hollister (Хачиян и др., 1985). Их характер также указывает на наличие процесса суперпозиции по трем формам свободных колебаний здания, причем, как видно из рисунка, для ускорений этажей влияние высших форм существенно больше, чем на перемещения этажей, т.е. имеет аналогичное явление как и при вычислении сейсмограммы и акселерограммы грунта по формуле (30).

Графики изменения во времени ускорений на разных уровнях по высоте многоэтажных каменных, железобетонных и металлических зданий, мостов и высотных плотин были зарегистрированы во время ряда сильных землетрясений. В частности, в большом количестве их было зарегистрировано во время Ломо-Приетского землетрясения в Калифорнии 17 октября 1989 года и в Сан-Фернандо 9 февраля 1971 года (CSMIP, 1989; Maley et al, 1971). Некоторые из них для землетрясения Ломо- Приета приведены на рис. 7, 8, 9.

Синхронные акселерограммы землетрясения на грунте (Free Field) и записи ускорений на уровнях перекрытия 3-го этажа и покрытия металлического здания размером в плане 28x76

и высотой 14.6 метров (CSMIP Station N57562, San Jose) показаны на рис. 7. На записанных ускорениях этажей и покрытия преобладают периоды около 0.55 и 0.2*сек*, которые являются периодами первого и второго форм свободных колебаний самого здания. Изменения ускорений этажей во времени носят квазигармоничный характер и значительно проще, чем характер изменения во времени ускорения (акселерограммы) грунта.

На рис. 8 показаны записи изменений ускорений перекрытий 5-го, 9-го, 12-го этажей и покрытия 14-этажного железобетонного каркасного здания с диафрагмами жесткостей (в четырех углах в плане) в Santa Rose. Общая высота здания 40 метров, размеры в плане 26x25 метров (CSMIP Station N68489). Здесь преобладающий период на записях – 1.25-1.30*сек*, что соответствует периоду первой формы свободных колебаний самого 14-этажного здания, характер изменения ускорений этажей и покрытия во времени в основном обусловлен колебаниями по первой форме свободных колебаний здания.

Приведем еще один характерный случай, наблюдаемый во время этого же землетрясения. На рис. 9 показаны ускорения перекрытий 16-го, 39-го и 44-го этажей 47-этажного здания из металлического каркаса со связями жесткости общей высотой 150*м* и размерами в плане 37x54*м* (CSMIP Station N58532). Из рисунка видно, что преобладающие периоды записей ускорений этажей приблизительно равны 0.9-1.1*сек* и 0.4-0.6. Уверенно можно считать, что они являются значениями периодов 2 и 3 форм свободных колебаний здания.

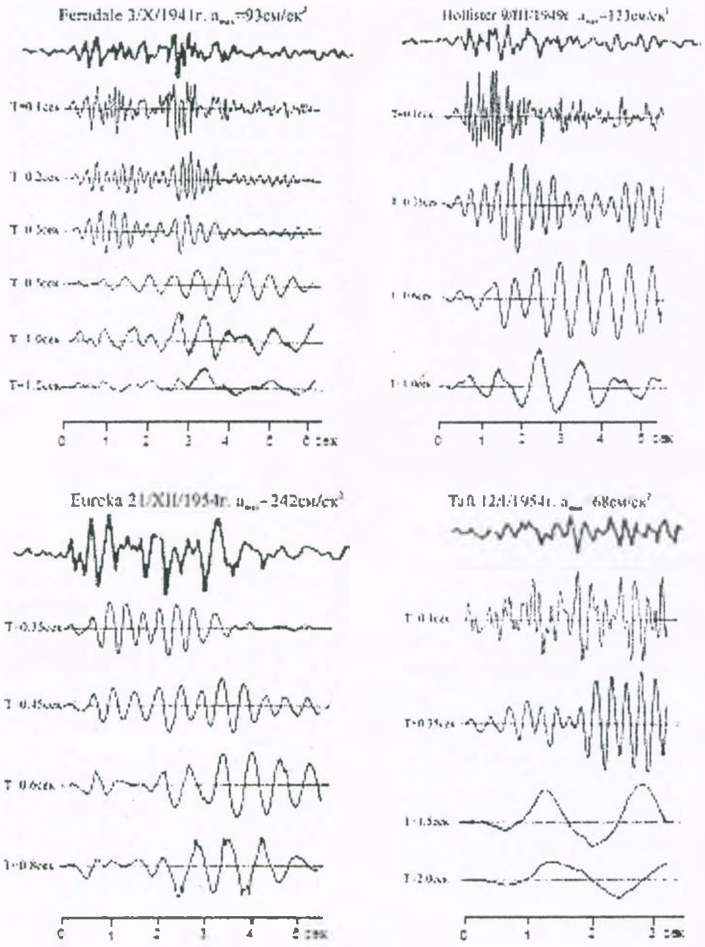



Рис. 5. Изменения во времени ускоренния τ(t) инертной массы линейного осциллятора с различными периодами свободных колебаний T и коэффициентом затухания n=5% при четырех различных землетрясениях (Хачиян, 1973). Жирным оттенком показаны исходные акселерограммы.

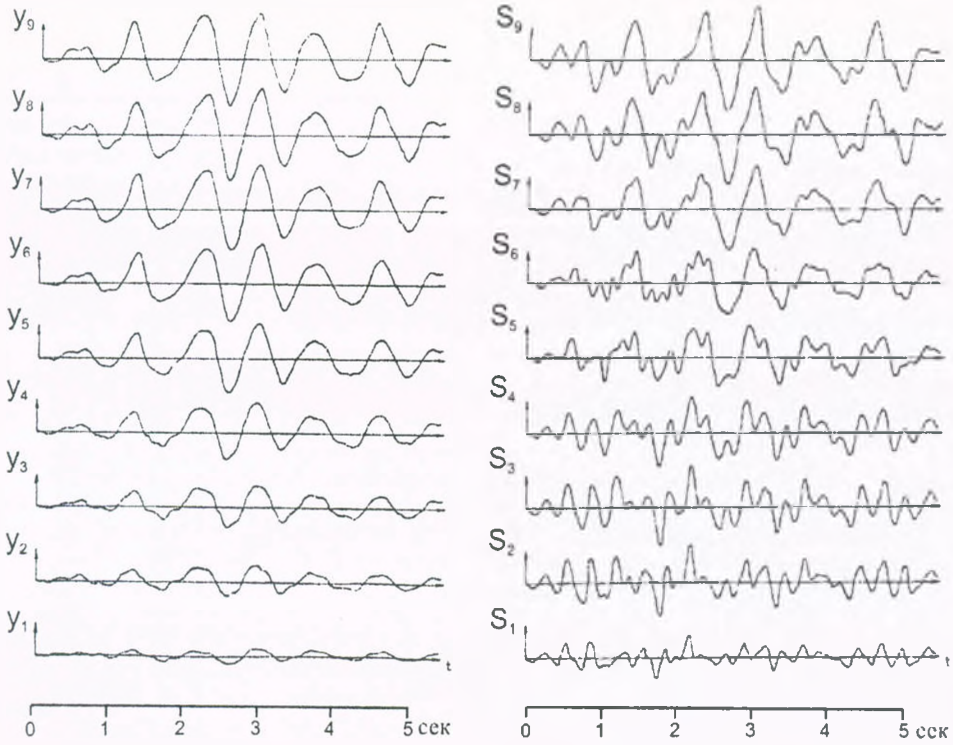



Рис. 6. Графики изменения перемещений $y_k$ и сейсмических сил $S_k$ (ускорений) этажей 9-этажного каркасного здания по акселерограмме землетрясения в Hollister 9.03.1949. (Хачиян и др., 1985).

Период первой формы колебания зданий такой высоты, согласно Американским нормам, будет около 3.5-4.0*сек* и, естественно, по этой форме ускорение здания (реакция), вызванное землетрясением, будет так мало по сравнению с ускорениями, вызванными по второй и третьей формам колебания, что его доля в общей суммарной величине ускорений на записях не будет обнаруживаться. Это мнение подтверждается и тем, что максимальное ускорение 39 этажа (0.13g) меньше, чем максимальное ускорение 16-го этажа (0.19g). Кроме того, при внимательном осмотре записей 16-го, 39-го и 44-го этажей можно обнаружить их антифазность, что также подтверждает, что приведенные записи ускорений, в отличие от предыдущих примеров, являются суммарной реакцией здания по второй и третьей формам его свободных колебаний.

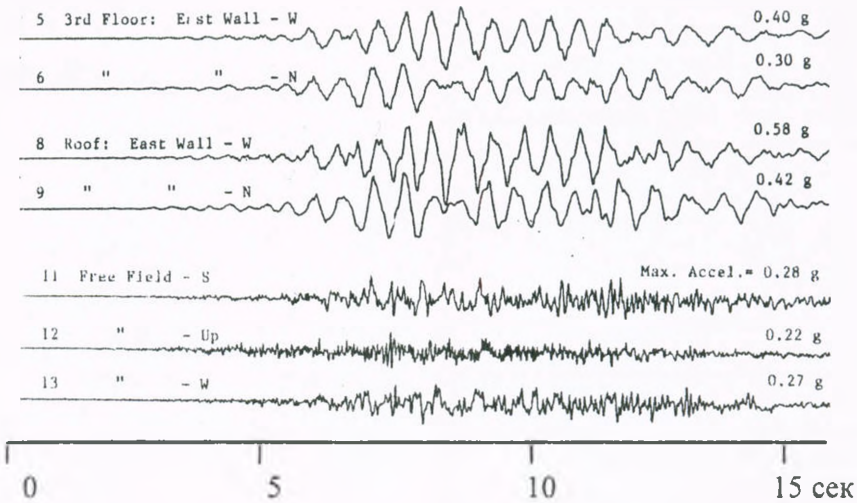



Рис. 7. Акселерограммы грунта по трем направлениям (11,12,13) и ускорений 3-го этажа (на перекрытии 2-го этажа) и покрытия 3-этажного здания (5,6,8,9) при землетрясении в Ломо-Приета (17.10.1989г.).
W- продольное направление здания
N- поперечное направление здания

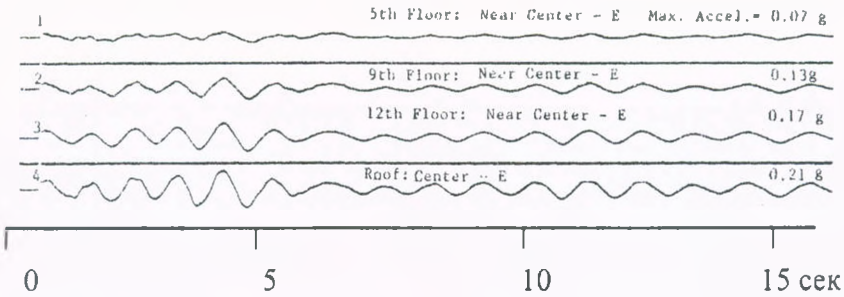



Рис. 8. Акселерограммы 5-го, 9-го, 12-го этажей и покрытия 14-этажного здания (1,2,3,4), зарегистрированные во время землетрясения в Ломо-Приета (17.10.1989г.)

Полноценная инструментальная информация об ускорениях грунтов и зданий различных конструктивных систем и этажностей при землетрясениях 17.10.1989г. в Ломо-Приета и 9.02.1971г. в Сан-Фернандо позволила выявить также очень важный с точки зрения сейсмического воздействия аспект – **количественные соотношения между максимальным ускорением покрытия здания $A_п$ и максимальным ускорением его фундамента (грунта) $A_г$**. По отчетам обоих землетрясений (CSMIP, 1989;Maley et al., 1971) нами были установлены такие соотношения для 22 железобетонных зданий этажностью от 5 до 25 и 8 зданий из

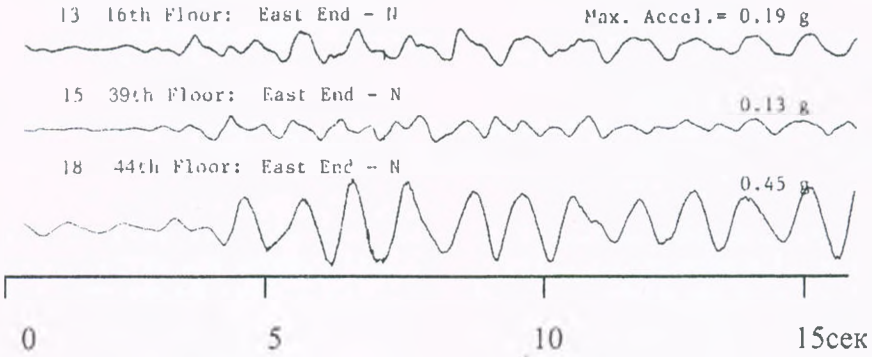



Рис. 9. Акселерограммы 16-го, 39-го и 44-го этажей (13,15,18) 47-этажного здания, зарегистрированные во время землетрясения в Ломо-Приета (17.10.1989г.).

металлических конструкций этажностью от 5 до 45. В источниках отсутствует информация о величинах периодов свободных колебаний указанных зданий. Полученные результаты в графическом виде представлены на рис. 10. Следует отметить, что одновременная запись ускорения грунта (фундамента) и покрытия здания при реальных сильных землетрясениях очень редкое явление, и полученные результаты, по нашему мнению, имеют большое теоретическое и практическое значение, в частности, для установления максимального значения коэффициента динамичности и спектра реакции. Как видно из приведенных результатов, **минимальное значение $A_п/A_г$ равно 1.2, максимальное – 4.1.** При этом минимальное значение зарегистрировано для высотных зданий этажностью 25-45. Наиболее важный вывод из полученных результатов можно сделать такой: *как для высотных железобетонных зданий до 25 этажей, так и для металлических зданий до 45 этажей среднее значение $A_п/A_г$ приближается к 2.5*. Этот результат подтверждает достоверность максимального значения нормализованного безразмерного спектра реакции, равного 2.5, принятого в нормативных документах по сейсмостойкому строительству большинства стран мира. Так как значения ускорений на уровнях покрытий высотных зданий зарегистрированы во время реального землетрясения, то следует считать, что величины этих ускорений есть результат суперпозиции (суммирования) ускорений по нескольким формам собственных колебаний , так как во время землетрясения в зданиях генерируются колебания как по первой форме, так и по высшим формам свободных колебаний согласно формуле (35). Из этого следует второй важный вывод: **в суммарной зарегистрированной величине ускорения покрытия малоэтажных зданий основную долю составило ускорение, соответствующее первой форме свободного колебания, так как периоды высших форм свободных колебаний для таких зданий очень маленькие, и по ним во время землетрясений здание почти не подвергается ощутимым ускорениям, и, наоборот, в высотных зданиях основную долю зарегистрированного ускорения покрытия составляют уско-**

**рения по высшим формам колебаний здания, так как период первой формы колебаний таких зданий очень большой и здания с таким большим периодом при землетрясениях также не подвергаются ощутимым ускорениям.** Из этих результатов вытекает, с первого взгляда, не очень очевидный, но в свете изложенного выше обоснованный вывод: **во время землетрясения возрастание ускорения покрытия здания по сравнению с ускорением грунта происходит почти с одинаковым коэффициентом (примерно 2.5), независимо от его этажности.**

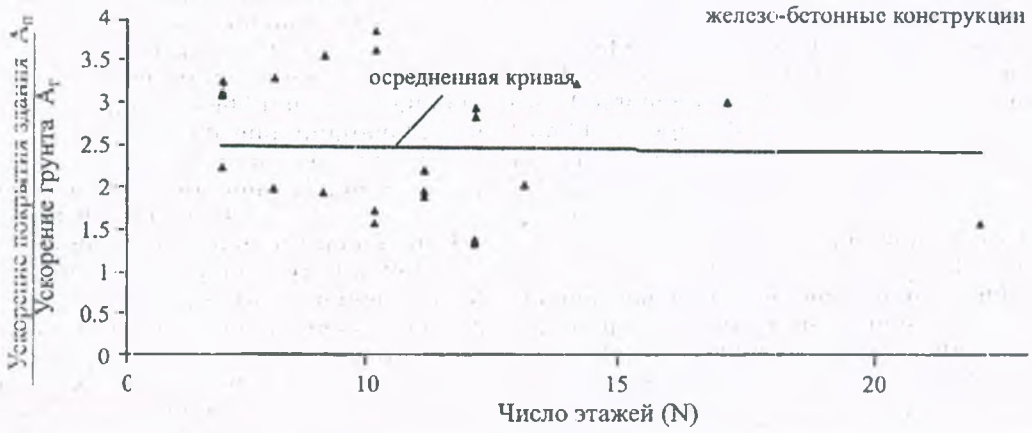



Рис. 10. Зависимость отношения ускорения покрытия здания к ускорению грунта ($A_п/A_г$) от их этажности.

Из вышеизложенного вырисовывается следующее упрощенное представление о передаче сейсмического воздействия от очага землетрясения до верха сооружения: ***сейсмические волны, распространяющиеся от очага землетрясения на поверхность земли, генерируют колебания грунта с преобладающими периодами, равными периодам свободных колебаний приповерхностной толщи грунта, которые в свою очередь в наземном сооружении вызывают новые колебания с преобладающими периодами, равными периодам свободных колебаний самих сооружений. Это значит, что в процессе землетрясения происходит двойная фильтрация сейсмических волн – сначала в приповерхностной толще, а потом в самом сооружении.***

## Литература


**Брун Дж.Н.** Физика сильных движений, вызванных землетрясениями. В кн.: "Сейсмический риск и инженерные решения". М.: Недра, 1981, с.129-161.

**Джеффрис Г., Свирлс Б.** Методы математической физики. М.: Мир, 1970, т.3, 345с.

**Фаччиоли Э., Резендиц Д.** Динамика грунтов: поведение грунта при сейсмических воздействиях, включая разжижение. В кн.: "Сейсмический риск и инженерные решения", М.: Недра, 1981, с.66-128.

**Хачиян Э.Е.** Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения. Ереван: Айастан, 1973, 328с.

**Хачиян Э.Е., Амбарцумян В.А., Гороян А.Т., Мелкумян М.Г.** Рекомендации по определению динамических характеристик и сейсмических нагрузок для зданий и сооружений по акселерограммам землетрясений. Ереван: АрмНИИСА, 1985, 110с.

**Хачиян Э.Е.** О преобладающих периодах колебаний

грунтов при землетрясениях. "Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений". М., 2000, N4, с.10-14.
Эстева Л. Сейсмичность. В кн.: "Сейсмический риск и инженерные решения". М.: Недра, 1981, с.162-201.
CSMIP, Strong-Motion Records From the Santa Cruz Mountains (Loma Prieta), California Earthquake of 17 October, 1989, California Department of Conservation, Report OSMS 89-06, 1989, 196p.
Maley R.P., Cloud W.K., Morrill B.Y., Scott N.H., Hudson D.E., Trifunac M.D. Strong-Motion Accalerograph Records. Strong-Motion Instrumental Data on the San-Fernando Earthquake of February 9, 1971, California Institute of Technology and U.S. Department of Commerce, 1971, 260p.

## ԳԵՏՆԻ ՍԵՅՍՄՈԳՐԱՄՆԵՐԸ ԵՎ ԱՔՍԵԼԵՐՈԳՐԱՄՆԵՐԸ ՀԱՇՎԱՐԿՎԱԾ ԵՐԿՐԱՇԱՐԺԸ ՈՐՊԵՍ ՀՈԾ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ԱԿՆԹԱՐԹԱՅԻՆ ԽԶՄԱՆ ՆՄԱՆԱԿ ԴԻՏԱՐԿՈՒՄԻՑ

Է. Ե. Խաչիյան

Ամփոփում

Ժամանակակից պատկերացումների համաձայն երկրաշարժի երևույթը նարելի է դիտարկել որպես հոծ միջավայրի մեխանիկական խզման հետևանք: Հոդվածում ընդունվում է, որ այդ խզումը տեղի է ունենում ակնթարթորեն: Խզումից հետո բաժանված կտորները շարժվելով հակառակ ուղղություններով կունենան որոշակի սկզբնական v արագություն, որի մեծությունը կախված կլինի խզման հարթության խորությանն, նրա մակերեսի և նրանց փոխադարձ տեղաշարժի մեծություններից: Ընդունելով, որ խզումից հետո երկրի մակերևույթի վերին շերտերը բացի ընդհանուր փոխադարձ տեղաշարժից ավելի խորքային շերտերի նկատմամբ կունենան նաև հարաբերական տեղափոխություններ u(x,t), որոնք կենթարկվեն լայնական ալիքների տարածման (1) դիֆերենցիալ հավասարումը՝ (2) և (3) եզրային և սկզբնական պայմաններով: Նման կերպ ձևակերպված եզրային խնդրի լուծումը բերված է (28) հավասարմամբ: Այդ լուծման հիման վրա ստացած երկրի մակերևույթի վրա գետնի տեղափոխությունների (սեյսմոգրամների) և արագացումների (ակսելերոգրամների) (30) արտահայտությունները: Որպես օրինակներ ստացված են գետնի սեյսմոգրամները և աքսելերոգրամները ժայռային և փխուր գրունտային տեղամասերի համար, որոնք ցույց են տրված նկ. 3-ում, որտեղ $T_{0i}$ – շինարարական հրապարակի գերակշռող պարբերություններն են: Հոդվածում բերված են նաև իրական երկրաշարժերի ժամանակ (Սան Ֆերնանդո, 1971; Լոմա Պրիետա, 1989) տարբեր շենքերի տարբեր հարկերում և տանիքներում գրանցված արագացումների օրինաչափությունները: Ցույց է տրված, որ շենքերի տանիքների արագացումների հարաբերությունը գրունտի արագացումներին անկախ շենքերի հարկայնությունից և կոնստրուկտիվ լուծումներից (մետաղական և երկաթ-բետոնե հիմնակմախքներ) համարյա մնում է հաստատուն, որի միջին մեծությունը ձգտում է 2.5-ի: Ստացված արդյունքները վկայում են, որ առաջին մոտավորությամբ կարելի է ընդունել, որ երկրաշարժի ժամանակ երկրի մակերևույթի վրա առաջանում են շինարարական հրապարակի գերակշռող պարբերությունների մեծություններով պայմանավորված տատանումներ, որոնք իրենց հերթին վերջետնյա կառուցվածքներում առաջացնում են նոր տատանումներ պայմանավորված հենց իրենց կառուցվածքների սեփական տատանումների պարբերություններով: Այստեղից բխում է, որ երկրաշարժի ժամանակ տեղի է ունենում սեյսմիկ ալիքների կրկնակի զտում՝ սկզբում շինարարական հրապարակի մակերևույթային շերտում - այնուհետև վերջետնյա կառուցվածքներում:

## A METHOD TO PRODUCE SYNTHETIC SOIL ACCELEROGRAM BY THE MODEL OF MOMENTARY MEDIUM-BREAK EARTHQUAKE

**E. Y. Khachian**

Abstract

Issues of deriving analytical relations to describe dislocations and accelerations of soil particles on the earth surface are discussed for the case when earthquake is considered as a momentary break (outcrop) of a medium.

Synthetic seismograms and accelerograms are derived depending on the dynamic characteristics of local soil conditions: predominant periods of subsurface soil thickness and attenuation ratios of rock vibrations, as well as movement velocities of blocks after their breaking.