

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОСВЯЗИ ПАРАМЕТРОВ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ ОЗЕРА СЕВАН

© 2002 г. П.В.Тозалакян*, В.П. Тозалакян**

*Институт геологических наук НАН РА,
375019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24а, Республика Армения,
E-mail: georisk@sci.am,

** Государственный инженерный университет Армении,
375009 Ереван, Теряна, 105, Республика Армения,
Поступила в редакцию 25 09 2002 г

В представленной работе сделана попытка создать модель, описывающую процессы, протекающие в озере Севан. Расчеты проводились методами регрессионного анализа. Для расчетов использовалась программа RegStat. Входными параметрами являлись: среднегодовая, максимальные и минимальные температуры воды, амплитуда колебаний температуры воды, уровень воды, частота и энергия землетрясений, происходящих в бассейне озера Севан. В качестве выходного параметра взята первичная продукция планктона. Достоверность модели, составленной на основе данных 1976-1992 гг., равна 85,21%.

Тем же методом построена модель, где выходным параметром является прозрачность воды, а входными параметрами - уровень воды и содержание различных ионов в воде в период 1959-1976 гг. Достоверность полученной модели составляет 82,41%. Рассчитанная на основе этой модели прозрачность воды за июнь 2001 г отличалась от измеренной на 3%.

Бассейн озера Севан является сложной природной системой, в которой антропогенные воздействия (искусственный спуск озера, деятельность человека в бассейне озера) сочетаются с природными (активная тектоника, геохимические аномалии дна озера, эмиссия метана и др.) [3-5]. В 70-е годы прошлого столетия озеро перешло из олиготрофного в эвтрофическое состояние [6]. Причиной этого могли служить сельскохозяйственная активность человека в бассейне озера, выделение газов и изменение химического состава воды, изменение амплитуды колебаний температуры в результате уменьшения объема озера вследствие спуска его воды [5]. При изучении окружающей среды Севанского бассейна мы фактически сталкиваемся с задачей выявления и описания взаимодействия различных факторов многокомпонентной системы, когда механизм во многом неясен. Существующая математическая теория позволяет описать такое взаимодействие, не имея полного представления о нем. В результате можно получить математическую модель процессов, протекающих в системе [1,7].

В представленной работе сделана попытка применения такой математической модели для описания процессов, протекающих в озере Севан.

Расчет был проведен с использованием методов регрессионного анализа.

Допустим, η - выходной параметр, $x_1, x_2, \dots, x_k$ - независимые переменные (факторы), которые изменяются во времени. Тогда функция отклика будет иметь следующий вид:

$$\eta = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

В случае, если аналитическое выражение функции отклика не известно, приходится ограничиваться ее представлением в виде полинома:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \dots$$

Здесь $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}, \dots$ - коэффициенты регрессии.

j - количество экспериментов, k - число факторов. Результаты расчета позволяют определить выборочные коэффициенты регрессии $b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii}, \dots$. Последние являются оценками теоретических коэффициентов.

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \dots$$

Механизм вычисления коэффициентов регрессии описан в [7]. При проведении расчетов использовалась программа RegStat.

При составлении модели в качестве выходного параметра была принята первичная продукция планктона в воде озера, как показатель его эвтрофикации. Очевидно, что температура воды является одним из основных факторов, влияющих на размножение планктона, причем важны как средние температуры, так и максимальные, и минимальные. Поэтому в качестве входных параметров рассматриваются среднегодовые, минимальные и максимальные температуры, а также разность между максимальными и минимальными температурами за год. В связи с тем, что главным антропогенным фактором, нарушившим в XX веке гидрологический и экологический баланс озера, является изменение уровня воды в нем, то в качестве входного параметра взята также величина уровня зеркала воды озера. Этот показатель, конечно же, должен воздействовать на содержание планктона опосредованно, через изменения температуры и физико-химических характеристик озера. При этом изменение температуры воды связано не только с изменением ее уровня, но и метеорологическими условиями. В наших предыдущих исследованиях показано, что землетрясения в бассейне озера могли оказать влияние на содержание планктона в озере [5]. Поэтому в качестве входных параметров приняты также количество землетрясений и их энергия. Данные взяты на период 1976-1992 гг. В табл. 1 приведены данные, использованные для построения регрессионной модели.

Таблица 1

Годы	$T_{\text{макс}}, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{мин}}, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{ср}}, ^\circ\text{C}$	$T, ^\circ\text{C}/10$	Частота землетрясений, событий/год	Уровень воды зеркала, м*	Энергия землетрясений, $\lg E$	Первичная продукция планктона, $\text{гC}/\text{м}^2\text{сут.}$
1976	19,6	0	8,11	1,96	8	8,21	12,1	1,71
1977	18,2	1,1	8,57	1,71	5	8,26	9,3	1,8
1978	17,8	0,4	8,53	1,74	15	8,05	10,06	1,38
1979	18,2	1,7	9,24	1,65	48	8,07	10,49	0,74
1980	19	0,1	8,49	1,89	61	7,8	12,06	0,95
1982	17,6	0,9	9,62	1,67	43	7,65	9,35	0,72
1983	19,4	0,2	8,6	1,92	39	7,26	10,94	0,5
1984	18,1	0,7	8,98	1,74	74	7,34	9,87	0,71
1985	18	0	8,59	1,8	46	7,23	10,58	0,47
1986	19	1,3	9,15	1,77	40	7,11	9,48	0,77
1987	19,2	1,3	8,71	1,79	50	7	10,86	0,63
1988	18,4	0,6	8,56	1,78	17	7,1	10,13	0,71
1992	17,6	1	9,91	1,66	20	7,97	11,58	1,08

* - точка отсчета – 1890 м над уровнем моря

Для облегчения расчетов взаимодействие входных параметров нами не учитывалось.

Аналитическая модель системы в этом случае будет иметь следующий вид:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^7 b_i x_i \quad j = 0, \overline{12}$$

Были получены следующие значения коэффициентов регрессии: $b_0 = -3,8191$, $b_1 = 0,5210$, $b_2 = -0,4055$, $b_3 = -0,1505$, $b_4 = -4,1379$, $b_5 = -0,0068$, $b_6 = 0,6733$, $b_7 = -0,0745$.

Стандартная ошибка отклонения $S = 0,2596$. Коэффициент корреляции $R = 0,8521$ (достоверность модели – 85,21%).

Учитывая средние значения параметров в рассмотренный период времени, можно рассчитать усредненное значение выходного параметра: $T_{\text{макс}} = 18,4692 ^\circ\text{C}$, $T_{\text{мин}} = 0,7154 ^\circ\text{C}$, $T_{\text{ср}} = 8,8508 ^\circ\text{C}$, $\Delta T = 1,7754 ^\circ\text{C}$.

Частота землетрясений = 35,8462 событий/год.

Уровень воды = 7,6192 м по сравнению с отметкой 1890 м над уровнем моря.

Энергия землетрясений $\lg E = 10,5231$. Выходной параметр $Y_{\text{ср}} = 0,9362$.

Анализ полученных результатов позволяет предположить, что изменение первичной продукции планктона в озере в нынешнем его состоянии находится в прямой зависимости от уровня озера. Зависимость от температуры более сложная. Важно, что первичная продукция планктона подавляется при увеличении амплитуды годовых колебаний температуры. Увеличение частоты землетрясений и их энергии также подавляет первичную продукцию планктона (рис.1).

Напомним, что результаты получены на ограниченный период времени, когда изменения уровня воды в озере были относительно невелики, а само озеро уже находилось в эвтрофированном состоянии.

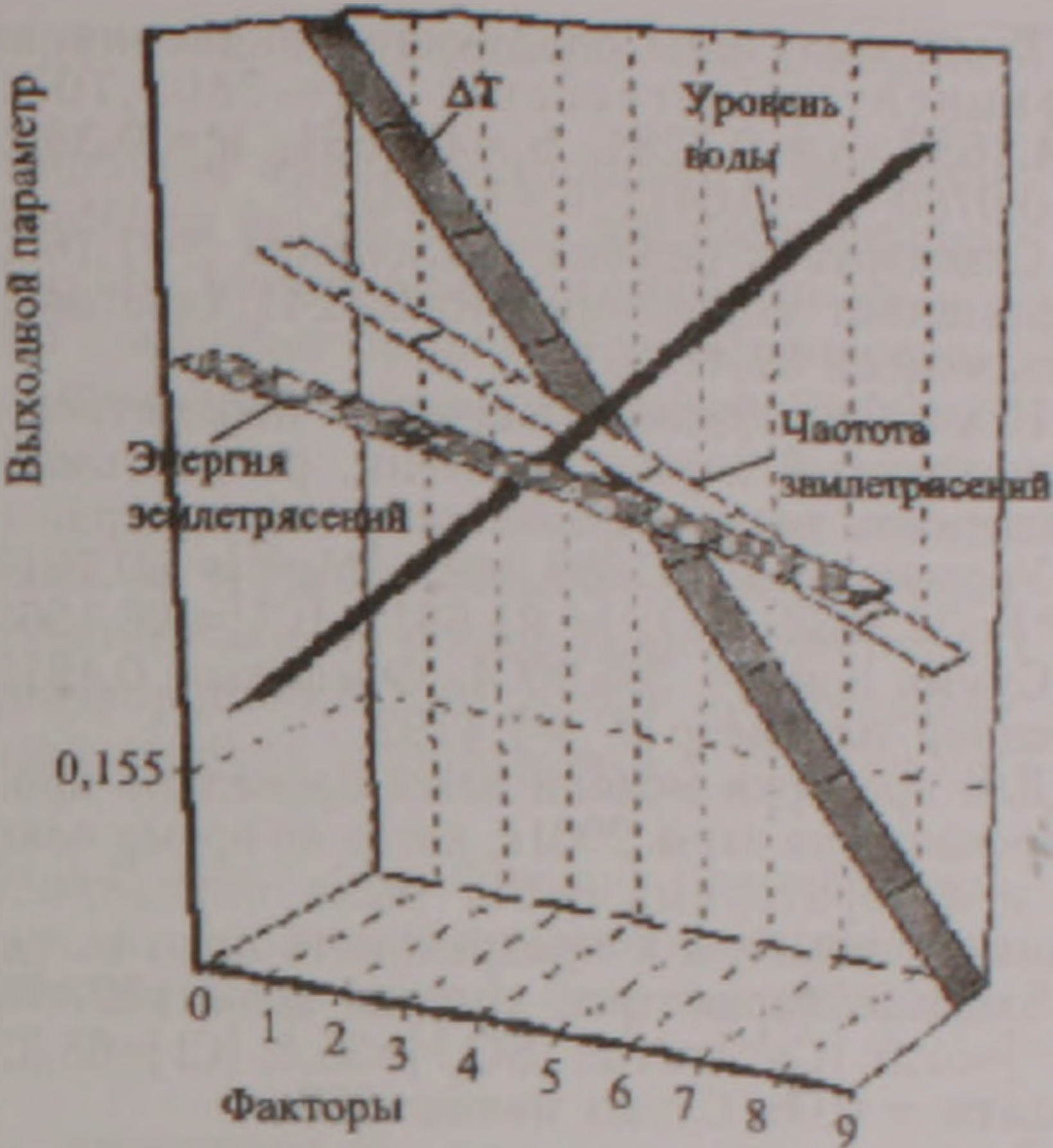


Рис.1. Линейная связь между значимыми факторами и выходным параметром

Дополнительной характеристикой состояния озера может являться прозрачность воды.

В связи с тем, что в литературе [2] обнаружены данные по содержанию ионов и прозрачности воды на глубине 5 м на период с 1959 по 1974 гг., нами была построена регрессионная модель, где выходным параметром является прозрачность воды, а входными – уровень воды, содержание ионов кальция, магния, фосфата, сульфата, хлорида, общая минерализация. Использовались значения за июнь каждого года.

В табл.2 приведены данные, использованные для построения регрессионной модели.

Таблица 2

Годы	Уровень воды зеркала, м*	$[\text{Mg}^{2+}] \text{ мг/л}$	$[\text{Ca}^{2+}] \text{ мг/л}$	$[\text{SO}_4] \text{ мг/л}$	$[\text{Cl}] \text{ мг/л}$	Сумма ионов, мг/л	Фосфаты, мг/л	Прозрачность, м
1959	13,45	67,65	33,7	29,25	56,8	891,5	0,156	8,4
1962	10,73	76,3	20,1	15,8	68,75	632	0,013	10,6
1963	9,73	71,75	14,05	14,6	79,3	722,5	0,108	8,4
1964	9,53	77,55	5,6	15,3	60,95	687,4	0,0905	7,6
1965	9,13	56,1	38,55	18,7	66,9	678,5	0,3025	8,8
1968	8,65	54,8	38,025	21,35	64,525	711,525	0,2895	9,75
1969	8,7	54,8	34,8	20,45	78,15	715,7	0,1305	6
1970	8,77	53,45	32,9	22,7	64,15	701,05	0,266	11,4
1971	8,36	53,5	37,2	25,6	62,9	698,5	0,235	5,2
1972	8,02	53,2	37,2	26	62,4	698,5	0,233	5,2
1973	8,03	54,5	36,2	27,8	62,2	650,3	0,25	5,4
1974	7,89	55,9	36,4	22,75	66,85	696,05	0,218	3

* - точка отсчета – 1890 м над уровнем моря

Были получены следующие значения коэффициентов регрессии: $b_0 = -7803,1031$, $b_1 = 4,1632$, $b_2 = -0,7284$, $b_3 = -0,3661$, $b_4 = -0,3952$, $b_5 = -0,0750$, $b_6 = -0,0412$, $b_7 = 8,4645$.

Стандартная ошибка отклонения $S = 1,7633$; коэффициент корреляции $R = 0,8241$ (достоверность модели 82,41 %).

Исходя из средних значений параметров в рассмотренный период времени, рассчитываем усредненное значение выходного параметра:

Уровень воды = 1899,2492; $[Mg^{2+}] = 60,7917$; $[Ca^{2+}] = 30,3938$; $[SO_4^{2-}] = 21,6917$; $[Cl] = 66,1563$.

Сумма ионов = 706,9604. Фосфаты = 0,1910. Выходной параметр $Y = 7,4792$.

Для проверки модели нами проведено прогнозирование на июнь 2001г, когда во время полевых и лабораторных работ были определены входные параметры и прозрачность воды озера.

Входные параметры: уровень воды 1897,76; $[Mg^{2+}] = 52,5$; $[Ca^{2+}] = 21,2$; $[SO_4^{2-}] = 35,8$; $[Cl] = 65,32$. Фосфаты – 0,06. Сумма ионов = 650.

Прозрачность расчетная: 6,408236032 м. Прозрачность измеренная: 6,225 м.

Таким образом, отклонение расчетного значения прозрачности от измеренного не превышает 3%.

По показателям минерализации, прозрачности вода в озере Севан в настоящее время по сравнению с допусковым периодом изменилась: произошло некоторое снижение общей минерализации воды, несколько снизилась концентрация ионов Mg и Ca , но произошло значительное увеличение концентрации сульфатов. После начала спуска уровня озера Севан уровень pH упал с значения 9-9,5 до 8,5 ед, причем в основном снижение произошло в момент спуска воды между 1948 и 1960 годами. Как показывают наши полевые исследования, в настоящее время уровень pH имеет тенденцию к повышению и достигает значений, близких к 1930 годам – 9,0-9,2 ед.

Измеренные значения прозрачности воды, а также повышение pH в 2002 году по сравнению с 1974 годом указывают на то, что поддержание относительно постоянного уровня зеркала воды стабилизирует экосистему озера и приводит по крайней мере к частичному восстановле-

нию первоначальных показателей. Можно предположить что резкие изменения уровня воды могут провоцировать значительные нарушения экологического баланса озера. В частности, исходя из прямой зависимости уровня воды и первичной продукции планктона, в озере можно ожидать повышение последнего при повышении уровня воды на 6 м, и потребуется достаточно длительный срок для восстановления экологического баланса озера в соответствии с новым уровнем воды в озере.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта RSS 2149/1753/2000.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агоян Р. и Тозалакян В. Регрессионный анализ полиномиальной модели. Моделирование, оптимизация, менеджмент. Сборник научных трудов Ереванского государственного университета Армении, 2002, вып.4, с.12-18.
2. Гидрологический ежегодник. Бассейны рек Кавказа, т.3, 1959-1974гг., вып.3,5, Главное Управление Гидрометеорологической службы при СМ СССР, Баку.
3. Мусаелян С.М. Экология и экономика озера Севан и его бассейна. Изд. Ереванского университета, 1993, 160 с.
4. Karakhanian A., Djrbashian R., Trifonov V., Philip H., Arakelian S., and Avagian A., Holocene-Historical Volcanism and Active Faults as Natural Risk Factors for Armenia and Adjacent Countries, Journal of Volcanology and Geothermal Research, 2002, 113, (1-2), 319-344.
5. Karakhanian A., Tozalakyan P., Grillot J.-C., Philip H., Melkonyan D., Paronyan R., Arakelyan S. Tectonic impact on the Lake Sevan environment (Armenia). Environmental Geology, 2001, 40 (3), 279-288.
6. Kirakosyan H. Lake Sevan Ecological problems. In Lake Sevan: problems and strategies of action. Proceedings of the International Conference. "Arzerum"-Ani, Yerevan, Armenia, 1996. pp.12-14.
7. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale. Numerical Methods for Engineers. NY, McGraw-Hill, 1998, 529 pages

ՍԵՎԱՆԱ լճի շրջակա միջավայրի ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՓՈԽԿԱՊԱԿՑՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԸ

Պ. Վ. Թոգալարյան, Վ. Պ. Թոգալարյան

Ա մ փ ո փ ու մ

Սևանա լճի շրջակա միջավայրի հետազոտման ժամանակ բախվում ենք բազմակոմպոնենտային համակարգի տարբեր գործոնների փոխազդեցության բազահայտման և նկարագրման խնդրի հետ, ընդ որում այդ փոխազդեցության մեխանիզմը հաճախ պարզ չէ: Գոյություն ունեցող մաթեմատիկական տեսությունը թույլ է տալիս նկարագրել այդպիսի փոխազդեցությունները, որի արդյունքում ստացվում է համակարգում ընթացող գործընթացների մաթեմատիկական մոդելը:

Ներկայացված աշխատանքում փորձ է արված ստեղծել Սևանա լճում ընթացող գործընթացները նկարագրող այդպիսի մոդել: Հաշվարկները կատարված են ռեգրեսիոն

անալիզի մեթոդներով: Հաշվարկները կատարելու համար օգտագործվել է RegStat համակարգչային ծրագիրը:

Մուտքային պարամետրներն են. ջրի տարեկան միջին, մաքսիմալ և մինիմալ ջերմաստիճանները, ջերմաստիճանի տատանումների ամպլիտուդը, ջրի մակարդակը, Սևանի ավազանում տեղի ունեցած երկրաշարժերի հաճախականությունն ու դրանց էներգիան: Որպես ելքային պարամետր վերցված է պլանկտոնի առաջնային արտադրությունը: 1976-1992 թթ. ժամանակաշրջանի տվյալների հիման վրա կառուցված միջինացված մոդելի հավաստիությունը կազմում է 85,21%

Նույն եղանակով կառուցված է մի մոդել, որտեղ ելքային պարամետր է հանդիսանում ջրի պարզությունը, իսկ մուտքային պարամետրերն են ջրի մակարդակն ու տարբեր իոնների պարունակությունները ջրի մեջ 1959-1976 թթ.: Ստացված մոդելի հավաստիությունը կազմում է 82,41%: Այս մոդելի հիման վրա հաշվարկված է 2001 թ. ջրի պարզության արժեքը հունիս ամսվա համար: Հաշվարկային արժեքը տարբերվում է չափվածից 3 %-ով:

Ռեգրեսիայի գործակիցների ու ջրի ֆիզիկաքիմիական ցուցանիշների վերլուծության հիման վրա եզրակացություն է արվում, որ լճի էկոլոգիական հավասարակշռության խախտում հատկապես կարելի է սպասել ջրի մակարդակի կտրուկ փոփոխությունների դեպքում:

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL FOR RELATIONSHIP OF ENVIRONMENTAL PARAMETERS OF LAKE SEVAN

P. Tozalakyan, V. Tozalakyan

Abstract

A mathematical model is applied to describe the on-going processes in Lake Sevan. The calculation is carried out by the methods of regression analysis.

The model, where input parameters are average, maximum and minimum annual temperatures, water level elevation, earthquake frequency and energy, and the output parameter is plankton primary production, has explained 85.21 percent of the original uncertainty.

The other model with the input parameters of contents of several ions and water level and the output parameter of water transparency explains 82.41 percent of the original uncertainty. Forecasting of water transparency by this method for 2001 shows a 3% difference compared with the data of measurements.

The obtained data allow us to suggest that the environmental equilibrium can be disturbed when drastic change of lake water elevation occurs.