Известия НАН РА, Науки о Земле, 1998, LI, №3, 68-72

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

РАСЧЕТ ПОТОКА КВАНТОВ ВТОРИЧНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ ПУЛЬПЫ СО СФЕРИЧЕСКИМИ ЗЕРНАМИ ТВЕРДОЙ ФАЗЫ ПРИ РЕНТГЕНОРАДИОМЕТРИЧЕСКОМ МЕТОДЕ АНАЛИЗА

© 1998 г. А. А. Тамразян

Институт геофизики и инженерной сейсмологии НАН РА
377515 г.Гюмри, ул.Ленинградян, 5, Республика Армения
Поступила в редакцию 25.03.98.

При переработке и обогащении руд на горно-обогатительных предприятиях контроль за качеством концентрата осуществляется в основном с помощью химического анализа пульпы. Для химического анализа пробы из пульпы отбирают дискретно, через каждое определенное время, что не позволяет обеспечить правильного контроля процесса обогащения руд в непрерывном потоке пульпы.

В этом плане перспективными являются ядерно-геофизические методы элементного анализа продуктов переработки руд, в частности рентгенорадиометрический метод (РРМ). Основными достоинствами этого метода являются экспрессность и простота реализации при достаточно высокой чувствительности и точности анализа, а также возможность определения широкого круга элементов. Кроме того, возможности РРМ в деле автоматизации процесса контроля качества пульпы в ее непрерывном потоке гораздо шире. Однако, для успешного применения этого метода в практике необходимо в первую очередь разработать алгоритм расчета потоков квантов вторичных излучений от пульпы.

Рассмотрим вопрос об ослаблении потока квантов монохроматического гамма-излучения с энергией E в пульпе, состоящей из однородной жидкой фазы и твердой рудной фазы с зернами, имеющими сферическую форму с радиусом R. Будем считать поверхность среды плоской, падение излучения по отношению к ней нормальным.

Ослабление квантов в жидкой фазе (в наполнителе) при прохождении слоя X учитывается сомножителем, $exp[-\overline{\mu}_ж \rho_п (1-q_T^п) X]$, где $\rho_п$ – средняя плотность пульпы, $q_T^п$ – средняя концентрация твердой фазы в пульпе, $\overline{\mu}_ж$ – массовый коэффициент ослабления квантов в жидкой фазе [1].

Чтобы найти ослабление потока в твердой фазе, сначала рассмотрим вопрос об ослаблении излучений в одном зерне (рис.1).

Если поток квантов на поверхности зерна равен N_0, то его величина после прохождения зерна будет

$$N = \frac{2N_0}{\pi R^2}\int_0^R \exp(-\bar{\mu}_T \rho_T Z)dx, \tag{1}$$

где ρ_T – плотность твердой фазы, $\bar{\mu}_T$ – массовый коэффициент ослабления квантов в твердой фазе.

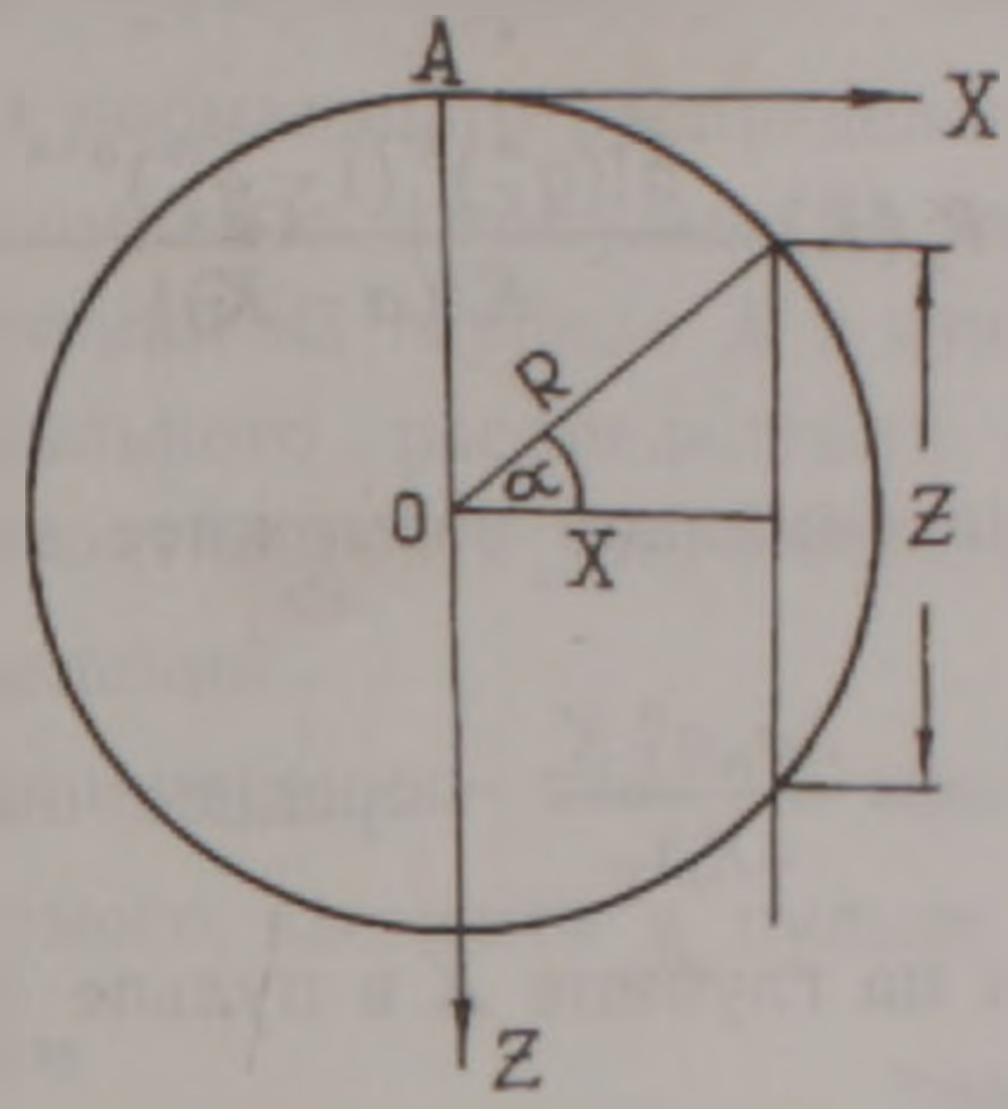

Рис.1. К объяснению ослабления квантов в зерне.

Подставляя в (1) значения $Z = 2\sqrt{R^2 - X^2}$, а также $X = R\cos\alpha$ и $dx = -R\sin\alpha d\alpha$, получим

$$N = -\frac{2N_0}{\pi R^2}\int_{\pi/2}^{0} exp(-2\bar{\mu}_T \rho_T R\sin\alpha)\cdot R\sin\alpha d\alpha . \tag{2}$$

Для вычисления этого интеграла обозначим $\alpha = \arcsin\varphi$, откуда получим $\sin\alpha = \varphi$ и $d\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-\varphi^2}}d\varphi$. Эти значения подставляя в выражение (2) и используя интегрирование от элементарных функций [2], получим поток квантов после прохождения одного зерна твердой фазы.

$$N = \frac{2N_0}{\pi R^2}\int_0^1 exp(-2\bar{\mu}_T\rho_T R\varphi)\cdot\frac{\varphi}{\sqrt{1-\varphi^2}}d\varphi = \frac{N_0}{R^2}[L_1(2\bar{\mu}_T\rho_T R) - J_1(2\bar{\mu}_T\rho_T R) + 1], \tag{3}$$

где $L_1(2\bar{\mu}_T\rho_T R)$ – функция Струве первого порядка; $J_1(2\bar{\mu}_T\rho_T R)$ – функция Бесселя от мнимого аргумента первого порядка. Тогда поток квантов в пульпе на глубине X определится выражением

$$N = \frac{N_0}{R^2} exp[-\bar{\mu}_ж \rho_п (1 - q_T^п)X] \times [L_1(2\bar{\mu}_T\rho_T RK) - J_1(2\bar{\mu}_T\rho_T RK) + 1]. \tag{4}$$

где K – число твердых зерен в пульпе, встретившихся в объеме $V=\pi R^2 X$ на пути X.

Величина потока квантов в пульпе зависит как от количества, так и от типа распределения твердых зерен [5], а распределение зерен в пульпе носит вероятностный характер.

Для получения полной картины рассмотрим случаи и дискретного, и непрерывного распределений.

Так, если считать, что зерна твердой фазы в пульпе распределены по биномиальному закону (более общий закон для дискретного распределения), то вероятность появления K твердых зерен на пути X в объеме $V=\pi R^2 X$ будет [3]

$$P_a(K)=\frac{a!(q_T^n)^k(1-q_T^n)^{a-k}}{K!(a-K)!},$$

где $a=\frac{n}{q_T^n}=\frac{3\rho_n X}{4R\rho_T}$ – максимально возможное количество зерен твердой фазы в объеме $V=\pi R^2 X$; $n=\frac{3\rho_n q_T^n X}{4R\rho_T}$ – среднее число зерен в этом объеме.

Тогда поток квантов на глубине X в пульпе с биномиальным законом распределения зерен будет

$$N=\frac{N_0}{R^2}exp[-\bar{\mu}_\varkappa\rho_n(1-q_T^n)X]\times\sum_{K=0}^{a}P_a(K)[L_1(2\bar{\mu}_T\rho_T RK)-J_1(2\bar{\mu}_T\rho_T RK)+1]. \quad (5)$$

С ростом a биномиальное распределение становится все более симметричным и при $a\to\infty$, $q\to 0$ так, что $aq\to n$, оно переходит в пуассоновское. Для пуассоновского распределения вероятность появления K твердых зерен на пути X в объеме $V=\pi R^2 X$ определяется формулой [3]

$$P_a(K)=\frac{a^k}{K!}exp(-a). \quad (6)$$

Эта формула должна удовлетворять следующим предварительным условиям [4]: стационарности, отсутствию последействия и ординарности. При решении настоящей задачи эти условия обеспечиваются. Так, вероятность появления K зерна на пути X в пульпе $P_a(K)$ не зависит от начального момента обработки пульпы и определяется только значением K, т.е. сохраняется условие стационарности. Поскольку вероятность появления K зерна в данном объеме не зависит от того, сколько она была в другом объеме, и в данном объеме практически невозможно, чтобы одновременно встречались разного количества зерна, то, следовательно, сохраняются условия и отсутствия последействия, и ординарности.

Таким образом, законом Пуассона вполне возможно охарактеризовать распределение неоднородности в пульпе. Если в выражение (5) функцию плотности $P_a(K)$ перепишем для пуассоновского распределения, то получим поток квантов первичных излучений на глубине X в пульпе с пуассоновским распределением неоднородностей.

В дальнейшем в процессе обогащения в пульпе количество зерен K

увеличивается. Формула (6) для больших значений K с помощью формулы Стирлинга $K! = \sqrt{2\pi K} \cdot K^k \, exp(-K)$ приобретает вид [4] $P_a(K) = \frac{1}{\sqrt{2\pi K}} exp[\frac{(a-K)^2}{2K}]$, т.е. при больших K распределение Пуассона переходит в нормальное распределение.

Подставляя значение $P_a(K)$ в формулу (5), получим выражение потоков квантов в пульпе для нормального распределения неоднородностей.

Таким образом, с помощью формулы (5) можно подсчитать поток квантов первичных излучений на глубине X в пульпе для биномиального, пуассоновского и нормального распределений неоднородностей, если выражение плотности вероятностей $P_a(K)$ в этой формуле брать соответственно для этих распределений.

В формуле (5) концентрацию твердой фазы q_T^n выразим через концентрацию определяемого элемента в пульпе q_A^n. Известно, что q_A^n определяется выражением

$$q_A^n = \frac{Q_A}{Q_n}, \tag{7}$$

где Q_A и Q_n – массы определяемого элемента и пульпы соответственно. Если в выражение (7) знаменатель и числитель умножить на значение массы твердой фазы Q_T, то получим

$$q_A^n = \frac{Q_A}{Q_T} \cdot \frac{Q_T}{Q_n} = q_A^T \cdot q_T^n, \tag{8}$$

где q_A^T – концентрация определяемого элемента в твердой фазе. Из равенства (8) найдем, что $q_T^n = \frac{q_A^n}{q_A^T}$.

Если в формуле (5) подставим значение q_T^n и коэффициент K_1 преобразования первичного излучения во вторичное, ограничимся глубинностью метода ($X \approx \frac{1}{\bar{\mu}_n \rho_n}$), то получим выражение потока вторичного излучения для пульпы со сферической формой неоднородностей

$$N_2 = \frac{K_1 N_0}{R^2} \exp[-\frac{\bar{\mu}_a}{\bar{\mu}_n}(1 - \frac{q_A^n}{q_A^T})] \times \sum_{K=0}^{a} P_a(K)[L_1(2\bar{\mu}_T \rho_T RK) - J_1(2\bar{\mu}_T \rho_T RK) + 1]. \tag{9}$$

В этом выражении значение q_A^T легко определяется в зависимости от того, каким минералом представлен определяемый элемент (минералогический эффект).

Таким образом, получена формула для расчета потока вторичного излучения от пульпы со сферическими зернами твердой фазы. Эта формула позволит также оценить возможности разных методических приемов РРМ при опробовании руд в различных стадиях его обогащения.

Работа выполнена в рамках темы 96-818, финансируемой из госбюджета Республики Армения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Арцыбашев В.А., Леман Е.П.** Об эффективных коэффициентах ослабления фотонов в гетерогенных средах — "Атомная энергия", 1978, т.44, вып.1, с.93-94.
2. **Градштейн И.С., Рыжик И.М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Гос. Изд. физ.-мат.литературы, 1962, 1100 с.
3. **Кендалл М., Стьюарт А.** Теория распределений. Перевод с англ. под ред. А.Н.Колмогорова. М.: Наука, 1966, 588 с.
4. **Лавренчик В.Н.** Постановка физического эксперимента и статистическая обработка его результатов. М.: Энергоатомиздат, 1986, 270 с.
5. **Тамразян А.А., Леман Е.П.** Рентгенорадиометрический метод опробования гетерогенных руд. Ереван: Изд. АН АрмССР, 1986, 120 с.