

- археология побережья озера Севан.—В кн.: Геология четвертичного периода (плейстоцен). Ереван: Изд. АН АрмССР, 1977, с. 91—109.
4. Pospelova G. A. Excursions of the geomagnetic field during Brunhes epoch Aktuelle problem der geomagnetischen Forschung Potsdam, 1961, Bd 1, p. 245—261.

Известия НАН РА, Науки о Земле, 1997, Л. №1—2, 126—128

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О ДВУХПЛОТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ЗЕМЛИ

© 1997 г. А. М. Давтян

*ИГИС, Гарнийская геофизическая обсерватория НАН РА
375019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24а, Республика Армения
Поступила в редакцию 10.09.96.*

Зависимость плотности вещества земного шара от расстояния до центра в настоящее время достаточно хорошо известна. Наиболее характерной чертой этой зависимости является резкое изменение плотности на границе между мантией и ядром [1, 2, 3]. Рассмотрим простое модельное приближение такого распределения, согласно которому ядро и мантия обладают постоянными, отличающимися друг от друга значениями плотности, и приведем три полезных расчета на несложном математическом уровне: ускорения силы тяжести в зависимости от расстояния до центра Земли, момент инерции Земли и давление в ее центре. Свои результаты мы сравним с результатами стандартных расчетов, в которых геофизическая структура планеты полностью игнорируется и плотность везде внутри Земли считается неизменной.

Будем считать земное ядро шаром радиуса $r_c = 3490$ км (0,548 радиуса Земли) с постоянной плотностью $\rho_c = 11$ г/см³. Ядро окружено мантией—сферической оболочкой с внешним радиусом $R = 6371$ км и постоянной плотностью $\rho_m = 4,437$ г/см³. Здесь используются значения плотности, усредненные по объему [3]. Плотности ρ_c и ρ_m слабо зависят от модели. Величины ρ_c и ρ_m связаны очевидным соотношением

$$\rho R^3 = \rho_m (R^3 - r_c^3) + \rho_c r_c^3 \quad (1)$$

со средней плотностью Земли $\rho = 5,517$ г/см³, которая, в отличие от ρ_c и ρ_m в отдельности, давно известна с высокой точностью.

В рамках описанной модели легко рассчитать функцию $g(r)$ —зависимость ускорения силы тяжести от расстояния до центра Земли. Для этого достаточно использовать тот факт, что гравитационное поле сферически—симметричной массивной оболочки равно нулю внутри оболочки, а вне ее совпадает с полем точечной массы, расположенной в центре. Результат имеет вид:

$$g(r) = \frac{4}{3} \pi G \cdot \rho_c \cdot r - 1958 \frac{r}{R} \text{ [см/с}^2\text{]} \text{ при } r < r_c \quad (2a)$$

$$g(r) = \frac{4}{3} \pi G \left[\rho_c \frac{r_c^3}{r^2} + \rho_m \left(r - \frac{r_c^3}{r^2} \right) \right] = 192 \left(\frac{R}{r} \right)^2 +$$

$$+790 \frac{r}{R} \text{ [см/с}^2\text{]} \text{ при } r_0 < r < R. \quad (26)$$

Результаты двухплотностной модели совпадают (в пренебрежении эффектами сферической асимметрии) с истинными значениями $g=0$ и $g=R$, а также на границе ядра с мантией при $r=r_c$, где напряженность гравитационного поля достигает максимального значения, превышающего поле на поверхности Земли в $\frac{r_c \rho_c}{R \rho}$ раз. Как

видно из (2), линейная зависимость $g(r)$ на всем интервале от $r=0$ до $r=R$ несправедлива даже качественно; двухплотностная модель устраняет такое несоответствие с фундаментальными геофизическими фактами немоготонной зависимости $g(r)$.

Момент инерции Земли — важная геофизическая характеристика, которую несложно рассчитать в рамках модели двух плотностей. Учитывая, что однородная сфера обладает моментом инерции $I = \frac{8}{15} \pi \rho R^5$, для момента инерции двухплотностной модели земного шара получаем:

$$\begin{aligned} I &= s_c + s_m = \frac{8}{15} \pi [\rho_c r_c^5 + \rho_m (R^5 - r_c^5)] = \\ &= \frac{2}{5} \frac{MR^2}{\rho} \left[\rho_c \left(\frac{r_c}{R} \right)^5 + \rho_m \left(1 - \frac{r_c^5}{R^5} \right) \right] = 0,345 MR^2, \end{aligned} \quad (3)$$

где M — полная масса Земли. Для сравнения экспериментально полученные значения I составляют $0,3308 MR^2$, а модель постоянной плотности дает $I = 0,4 MR^2$. Таким образом, использование двухплотностной модели устраняет 80% ошибок, вносимых приближением однородной сферы. Тем не менее рассматриваемая модель дает несколько завышенное значение I . Дело в том, что вклад в момент инерции, обусловленный сферическими оболочками разного радиуса, возрастает по мере удаления от центра как r^4 . Поэтому на результат существенное влияние оказывает тот факт, что приближенное значение плотности ρ_m выше истинных в самых внешних областях мантии.

Если обратиться к истории, то экспериментальное значение I было определено из астрономических наблюдений очень давно и расчеты момента инерции сыграли важную роль в первых попытках геофизиков смоделировать распределение плотности внутри Земли. Чтобы понять идею анализа такого рода, сделаем упражнение: по извест-

ным I , M и $\frac{r_c}{R}$ из уравнений (1) и (3) определим ρ_m и ρ_c . Используя

принятое значение $\frac{r_c}{R} = 0,548$, получаем $\rho_m = 4,15 \text{ г/см}^3$ и $\rho_c = 12,4 \text{ г/см}^3$.

Хотя эти результаты по современным стандартам не характеризуются высокой точностью (вследствие указанной выше погрешности, вносимой в I большими r), такой расчет привлекателен своей наглядностью.

Согласно трем моделям земного шара, представленным в [3], давление в центре составляет $3,62 \cdot 10^{11} \text{ Па} \pm 0,5\%$. Рассчитаем эту величину путем решения уравнения равновесия. Сначала ограничимся простой моделью постоянной плотности, в которой g зависит от r :

$$\frac{dp}{dr} = \rho \cdot g = \frac{4}{3} \pi G \rho^2 \cdot r. \quad (4)$$

Отсюда следует, что давление в центре сферы равно $P_0 = \frac{2}{3} \pi G \rho^2 R^2 = 1,73 \cdot 10^{11} \text{Па}$ (используя приведенные выше значения ρ и R).

Определим теперь P_0 с помощью модели, в которой ядро и мантия имеют разную плотность. Для простоты воспользуемся снова приближением постоянства ускорения силы тяжести в мантии. В этом случае давление возрастает от близкого к нулю значения на поверхности Земли до значения $\rho_m \bar{g}_m (R - r_c)$ на границе мантии и ядра. В ядре по мере изменения r от r_c до нуля давление получает приращение $\frac{2}{3} \pi G \rho_c^2 r_c^2$ и окончательно

$$P_0 = \rho_m \bar{g}_m (R - r_c) + \frac{2}{3} \pi G \rho_c^2 r_c^2 = 3,4 \cdot 10^{11} \text{Па} \quad (5)$$

в хорошем согласии с приведенным выше значением.

Работа выполнена в рамках темы 96—701, финансируемой из государственного бюджета Республики Армения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джеффрис Г. Земля, ее происхождение, история и строение. М.: ИЛ, 1960.
2. Жарков В. Н. Внутреннее строение Земли и планет. М., Наука, 1983.
3. Теркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика. т. 1. М.: Мир, 1985.

ԱՐԱՍՏԱՆԻ ԱՆՐԱՊԵՏՄԵՆԻ ԳԻՏՄԱՆՈՒՄԻ ԱԶԳԱՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱԻ ԵՎ ԵՐԿՐԻ ՄԱՏԻՆԻ ԳԻՏՄԱՆՈՒՄԻ ԵՐԿՐԻ ՄԱՏԻՆԻ

В журнале «Известия Национальной Академии наук Республики Армения, Науки о Земле» публикуются результаты теоретических, экспериментальных и прикладных исследований, проводимых в научно-исследовательских институтах, вузах и производственных организациях республики и сопредельных районов в области геологии, геофизики, инженерной сейсмологии и физической географии.

Выходит 3 раза в год.

Технический редактор В. Д. СТЕПАНЯН

Сдано в набор 17.06.1997г. Подписано к печати 28.08.1997г.

Бумага №1, 70×108^{1/16}. Высокая печать. Печ. лист 8. Усл. печ. лист 11,2.

Учет.—изд. 17,6. Тираж 250. Заказ 20. Изд. №7450.

Издательство НАН РА, Ереван—19, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.
Типография Издательства «Гитутюн» НАН РА, 378410, г. Аштарак, 2.