16. *Шмонов В. М., Аксюк А. М.* Исследование проницаемости ультраосновных пород в связи с серпентинизацией в рифтовых зонах срединноокеанических хребтов. Геология морей и океанов (Тезисы докл. 7 Всесоюзной школы морской геологии), т. 3, М., 1986.
17. *Юркова Р. М.* Минеральные преобразования офиолитовых и вмещающих вулканогенно-осадочных комплексов северо-западного обрамления Тихого океана. Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. доктора геол.-мин. наук, М., 1987. 53 с.
18. *Milsom J.*—Papuan ultramafic belt: gravity anomalies and the emplacement of ophiolites. Geol. soc. Am. Bull. 84, 2243—2258 (1973a).
19. *Rod E.* Geology of Eastern Papua: discussion. Geol-soc. Am. Bull., 85, 653—658, (1974).

Известия АН АрмССР, Науки о Земле, XLI, 1988, № 5, 58—62

УДК 624:131

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Р. П. МАРТИРОСЯН, К. Ш. МКРТЧЯН

КОЛЕБАНИЯ ПОДЗЕМНОГО СООРУЖЕНИЯ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ГРУНТОМ

Для оценки напряженно-деформированного состояния подземных сооружений (обделки тоннелей, трубопроводы, горные выработки и т. д.) от воздействия землетрясения возникает необходимость решения задачи взаимодействия подземного сооружения с грунтом при колебаниях, вызываемых прохождением в грунтовом массиве сейсмических волн. Различные аспекты этого вопроса рассматривались в работах [1, 3, 4, 6, 7].

Возникает принципиальная разница в постановке этой задачи для глубокого ($H>2D$) и неглубокого ($H\leqslant 2D$) подземных сооружений, т. к. если в первом случае можно рассмотреть задачу взаимодействия поперечного сечения конструкции (например, для кольца) с сейсмическими волнами, не учитывая влияния земной поверхности, то во втором случае влияние инерционных нагрузок от вышележащего грунта и верхней границы на параметры колебания сооружения может иметь существенное значение (H—глубина залегания конструкции, D—ее диаметр).

Большой интерес представляет решение задачи взаимодействия по длине подземного сооружения неглубокого заложения с грунтом, с учетом инерционной массы вышележащего грунта, при произвольном угле падения плоской сейсмической волны на сооружение.

В такой постановке рассматривается контактная задача упругого стержня с грунтом. При этом стержень, моделирующий подземное сооружение, работает одновременно на изгиб и сжатие-растяжение, а масса вышележащего грунта, при колебаниях стержня, действует на него как внешняя динамическая нагрузка.

Следует отметить, что принятая постановка задачи может быть использована при рыхлом верхнем слое малой изгибной жесткости и при анализе, в основном, продольно-поперечных колебаний подземных сооружений.

Поставленная задача сводится к решению системы интегральных уравнений, замкнутое решение которой для напряжений строится при помощи преобразования Фурье.

1. Постановка задачи. Пусть упругий стержень находится на границе упругой изотропной полуплоскости. Требуется определить законы распределения контактных напряжений на линии соединения стержня с упругой полуплоскостью при сейсмическом и динамическом воздействиях. Пусть в плоскости x_1x_3 в направлении AO (рис. 1) распространяется под произвольным углом плоская монохроматическая продольная

волна $\Phi = G_1(x_3)e^{ik(x_1-ct)}$ и на стержень действует динамическая сила $g(x_1t) = P_0e^{ik(x_1-ct)}$, где $P_0 = \gamma H$ (γ—объемный вес грунта, H—глубина залегания).

Заметим, что c представляет собой скорость распространения волны вдоль поверхности [5].

При рассмотрении отражения P и SV—волн от плоскости $x_2 = 0$ воспользуемся волновыми уравнениями, написанными в потенциалах Φ и ψ:

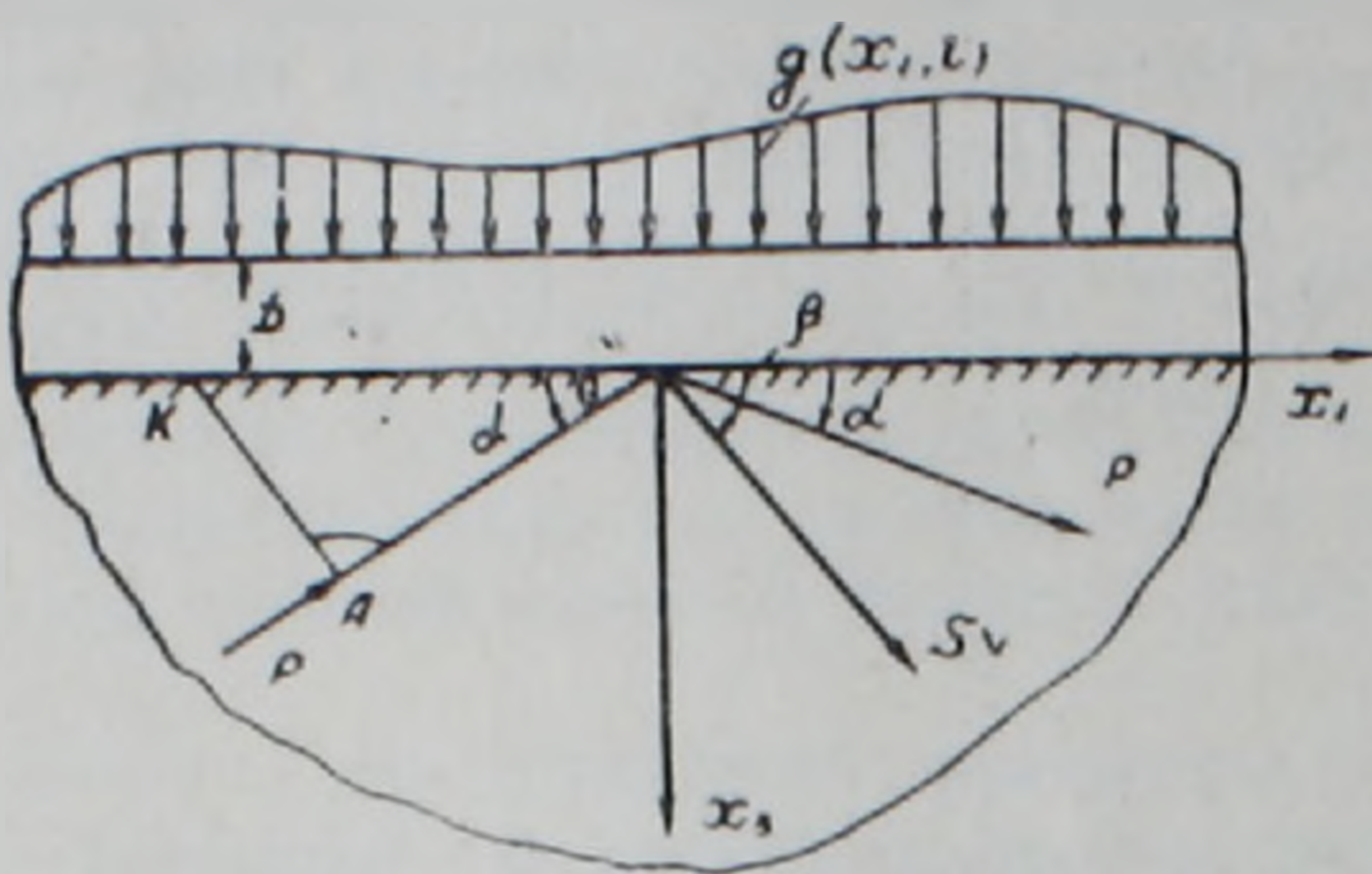

Рис. 1. Схема отражения P волн от стержня, находящегося под действием динамической нагрузки произвольной формы g (x_1, t); (α—угол падения и отражения P волны, β—угол отражения SV волны)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Phi = 0,$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \frac{1}{c_2^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\psi = 0 \qquad (1.1)$$

Решение уравнений (1.1) ищем в виде:

$$\Phi = G_1(x_3)e^{ik(x_1-ct)}, \quad \psi = G_2(x_3)e^{ik(x_1-ct)}. \qquad (1.2)$$

Подставляя формулы (1.2) в (1.1), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2G_\mu}{dx_3^2} + \nu_\mu^2k^2G_\mu = 0, \quad \nu_\mu = \left(\frac{c^2}{c_\mu^2} - 1\right), \quad \mu = 1, 2 \qquad (1.3)$$

с решениями

$$G_\mu = A_\mu e^{ik\nu_\mu x_3} + B_\mu e^{-ik\nu_\mu x_3}, \quad \mu = 1, 2 \qquad (1.4)$$

Отсюда уже можно представить потенциалы (1.2) в виде:

$$\begin{aligned} \Phi &= A_1\exp[ik(x_1 + \nu_1x_3 - ct)] + B_1\exp[ik(x_1 - \nu_1x_3 - ct)] \\ \psi &= A_2\exp[ik(x_1 + \nu_2x_3 - ct)] + B_2\exp[ik(x_1 - \nu_2x_3 - ct)] \end{aligned} \qquad (1.5)$$

В случае падающей P—волны $A_2 = 0$. Заметим, что закон отражения плоской волны можно представить в виде:

$$c_2\cos\alpha = c_1\cos\beta \qquad (1.6)$$

где α, β—соответственно углы падения и отражения волн от плоскости $x_3 = 0$.

Имея в виду, что

$$U_1 = \frac{\partial\Phi}{\partial x_2} - \frac{\partial\psi}{\partial x_3}, \quad U_3 = \frac{\partial\psi}{\partial x_3} + \frac{\partial\psi}{\partial x_1} \qquad (1.7)$$

и

$$\sigma_{33} = 2\mu\frac{\partial U_3}{\partial x_3} + \lambda\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_3}{\partial x_3}\right), \quad \sigma_{13} = \mu\left(\frac{\partial U_3}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right) \qquad (1.8)$$

граничные условия примут следующий вид:

$$\sigma_{33}(x_1, 0, t) = 0, \quad \sigma_{13}(x_1, 0, t) = 0 \qquad (1.9)$$

Подставляя функции Φ и ψ из формул (1.5) в граничные условия, получим систему двух уравнений, содержащих постоянные A_1, B_1, B_2, из которых определяем отношения B_1/A_1 и B_2/A_1:

$$\frac{B_1}{A_1}=\frac{4\nu_1\nu_2-(3\nu_1^2+1)(\nu_2^2-1)}{(1+3\nu_1^2)(\nu_2^2-1)+4\nu_1\nu_2}$$

$$\frac{B_2}{A_1}=\frac{4\nu_1(1+3\nu^1)}{(1+3\nu_1^2)(\nu_2^2-1)+4\nu_1\nu_2}. \tag{1.10}$$

Из (1.7) для перемещений U_1 и U_3 получим:

$$U_1=ikA_1\exp[ik(x_1+\nu_1x_3-ct)]+ikB_1\exp[ik(x_1-\nu_1x_3-ct)]+$$
$$+ik\nu_2B_2\exp[ik(x_1-\nu_2x_3-ct)]$$
$$U_3=ik\nu_1A_1\exp[ik(x_1+\nu_1x_3-ct)]-ik\nu_1B_1\exp[ik(x_1-\nu_1x_3-ct)]+$$
$$+B_2ik\exp[ik(x_1-\nu_2x_3-ct)]. \tag{1.11}$$

2. Рассмотрим колебания стержня на упругой полуплоскости при одновременном действии плоской монохроматической продольной волны $\Phi(x_1, x_3, t)=G_1(x_3)e^{ik(x_1-ct)}$ и динамического воздействия $g(x_1, t)=p_0e^{ik(x_1-ct)}$. Колебания стержня в этом случае описываются следующими уравнениями [2]:

$$\frac{\partial^2U_c^{(1)}}{\partial x_1^2}-\frac{\rho_c}{E_1D}\frac{\partial^2U_c}{\partial t^2}=-\frac{1}{E_1D}\tau(x_1, t)$$

$$\frac{\partial^4U_c^{(3)}}{\partial x_1^4}+\frac{\rho_c}{E_1J}\frac{\partial^2U_c^{(3)}}{\partial t^2}=\frac{1}{E_1J}[g(x_1, t)-P(x_1, t)] \tag{2.1}$$

где ρ_c—погонная масса стержня, E_1J—жесткость стержня на изгиб, $\tau(x_1, t)$ и $P(x_1, t)$—неизвестные контактные напряжения, которые определяются в процессе решения задачи.

Рассмотрим установившиеся колебания стержня, считая, что $U_c^{(1)}(x_1, t)=U_1^{(c)}(x_1)e^{-i\omega t}$, $U_c^{(3)}(x_1, t)=U_3^{(c)}(x_2)e^{-i\omega t}$, $\tau(x_1, t)=\tau_*(x_1)e^{-i\omega t}$, $P(x_2, t)=P_*(x_1)e^{-i\omega t}$. В результате для амплитуды перемещений получим дифференциальные уравнения

$$\frac{\partial^2U_1^{(c)}}{\partial x_1^2}+p_1^2U_1^{(c)}=-\frac{1}{E_1D}\tau_*(x_1)$$

$$\frac{\partial^4U_3^{(c)}}{\partial x_1^4}-p_2^2U_3^{(c)}=\frac{1}{E_1J}[g_*(x_1)-P_*(x_1)]. \tag{2.2}$$

где

$$p_1^2=\frac{\omega^2\rho_c}{E_1},\quad p_2^2=\frac{\rho_c\omega^2}{E_1J}$$

С другой стороны, амплитуды горизонтальных и вертикальных перемещений $U_*^{(1)}(x_1)$, $U^{(3)}(x_1)$ граничных точек упругой полуплоскости от тех же амплитуд напряжений $\tau_*(x_1)$ и $P_*(x_1)$, приложенных к границе полуплоскости, на основании принципа суперпозиции, будут даваться формулами

$$U_{*}^{(1)}(x_1)=\frac{1}{\mu}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} K(|x_1-s|)\tau_*(s)ds+\frac{1}{\mu}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Pi(x_1-s)P_*(s)\,ds, \tag{2.3}$$

$$U_{*}^{(3)}(x_1)=\frac{1}{\mu}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} K^*(|x_1-s|)P_*(s)\,ds-\frac{1}{\mu}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Pi(x_1-s)\tau_*(s)ds,$$

$$k_1=\omega\sqrt{\frac{\rho}{\lambda+2\mu}},\quad k_2=\omega\sqrt{\frac{\rho}{\mu}},\quad |x_1|<\infty$$

$$K_1(x_1)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{k_2^2\sqrt{\sigma^2-k_1^2}e^{-i\sigma x}d\sigma}{(2\sigma^2-k_2^2)^2-4\sigma^2\sqrt{(\sigma^2-k_1^2)(\sigma^2-k_1^2)}}$$

$$K_1(x_1)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{k_2^2\sqrt{\sigma^2-k_1^2}e^{-i\sigma x}d\sigma}{(2\sigma^2-k_2^2)^2-4\sigma^2\sqrt{(\sigma^2-k_2^2)(\sigma^2-k_1^2)}},$$

$$\Pi(x_1)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{i\sigma[2\sigma^2-k_2^2-2\sqrt{(\sigma^2-k_1^2)(\sigma^2-k_2^2)}]e^{-i\sigma x}}{(2\sigma^2-k_2^2)^2-4\sigma^2\sqrt{(\sigma^2-k_1^2)(\sigma^2-k_2^2)}}d\sigma,$$

где $P_*(s)$ и $\tau_*(s)$—амплитуда нормальных и горизонтальных контактных напряжений, λ, μ—постоянные Ляме, ρ—плотность материала полуплоскости.

Теперь заметим, что на линии соединения стержня с полуплоскостью должны выполняться условия

$$\begin{aligned}U_1(x_1)+U_{*}^{(1)}(x_1)&=U_1^{(c)}(x_1)\\ U_3(x_1)+U_{*}^{(3)}(x_1)&=U_3^{(c)}(x_1),\end{aligned}\tag{2.4}$$

которые в сочетании с уравнением (2.2) и условием (2.4) задачу определения амплитуд $\tau_*(x_1)$ и $P_*(x_1)$ неизвестных напряжений сводят к решению системы интегро-дифференциальных уравнений

$$\left(\frac{d^2}{dx_1^2}+p_1^2\right)\left[-\frac{1}{\mu}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}K(|x_1-s|)\tau_*(s)ds+\frac{1}{\mu}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Pi(x_1-s)P_*(s)ds\right]=$$

$$=ik(A_1+B_1+\nu_2B_2)(k^2-p_1^2)e^{ikx_1}-\frac{1}{E_1D}\tau_*(x_1), \tag{2.5}$$

$$\left(\frac{d^4}{dx_1^4}-p_2^2\right)\left[-\frac{1}{\mu}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}K^*(|x_1-s|)P_*(s)ds-\frac{1}{\mu}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Pi(x_1-s)\tau_*(s)ds\right]=$$

$$=ik(p_2^2-k^4)(\nu_1A_1-\nu_1B_1+B_2)e^{ikx_1}+\frac{1}{E_1J}(P_0e^{ikx_1}-P_*(x_1)),\quad |x_1|<\infty$$

3. Решение системы интегро-дифференциальных уравнений (2.5). Применяя к обеим частям системы (2.5) преобразования Фурье и используя свойство свертки, получаем систему алгебраических уравнений относительно $\overline{\tau}_*(\sigma)$ и $\overline{P}_*(\sigma)$, где $\overline{\tau}(\sigma)$ и $\overline{P}_*(\sigma)$—соответственно преобразования Фурье функций $\tau_*(x_1)$ и $P_*(x_1)$:

$$[-(p_1^2-\sigma^2)\bar{K}(\sigma)+\lambda_1]\tau_*(\sigma)+(p_1^2-\sigma^2)\bar{\Pi}(\sigma)P_*(\sigma)=A\delta(\sigma+k)$$

$$[\lambda_2-(\sigma^4-p_2^2)\bar{K}^*(\sigma)]\bar{P}_*(\sigma)-(\sigma^4-p_2^2)\bar{\Pi}(\sigma)\bar{\tau}_*(\sigma)=(B+p\lambda_2)\delta(\sigma+k)$$

Из этой системы уравнений получаем

$$\tau_*(\sigma)=\frac{A[\lambda_2-(\sigma^4-p_2^2)\bar{K}^*(\sigma)]\delta(\sigma+k)-\bar{\Pi}(\sigma)(p_1^2-\sigma^2)(B+p\lambda_2)\delta(\sigma+k)}{[(\sigma^2-p_1^2)\bar{K}(\sigma)+\lambda_1][\lambda_2-(\sigma^4-p_2^2)\bar{K}^*(\sigma)]-(p_2^2-\sigma^4)\bar{\Pi}^2(\sigma)(p_1^2-\sigma^2)}$$

$$P_*(\sigma)=\frac{[\lambda_1-(p_1^2-\sigma^2)\bar{K}^*(\sigma)](B+p\lambda_2)\delta(\sigma+k)+(\sigma^4-p_2^2)\bar{\Pi}(\sigma)A\delta(\sigma+k)}{[(\sigma^2-p_1^2)\bar{K}(\sigma)+\lambda_1][\lambda_2-(\sigma^4-p_2^2)\bar{K}^*(\sigma)]-(p_2^2-\sigma^4)(p_1^2-\sigma^2)\bar{\Pi}^2(\sigma)} \tag{3.1}$$

где

$$A=\mu ik(k^2-p_1^2)(A_1+B_1+\nu_2 B_2)$$

$$B=ik\mu(p_2^2-k^4)(B_2-\nu_1 B_1+\nu_1 A_1)$$

$$\lambda_1=\mu/E_1 D, \quad \lambda_2=\mu/E_1 J$$

Используя обратное преобразование Фурье, $\tau(x_1, t)$ и $P(x_1, t)$ будут выражаться следующими формулами:

$$\tau(x_1,t)=\frac{\{A[\lambda_2-(k^4-p_2^2)\bar{K}^*(-k)]-\bar{\Pi}(-k)(p_1^2-k^2)(B+p\lambda_2)\}\exp[i(kx_1-\omega t)]}{2\pi\{[(k^2-p_1^2)\bar{K}(-k)+\lambda_1][\lambda_2-(k^4-p_2^2)\bar{K}^*(-k)]-(p_2^2-k^4)(p_1^2-k^2)\bar{\Pi}^2(-k)\}}$$

$$P(x_1, t)=$$

$$=\frac{[\lambda_1-(p_1^2-k^2)\bar{K}(-k)](B+p\lambda_2)+(k^4-p_2^2)-\bar{\Pi}(-k)A\}\exp[i(kx_1-\omega t)]}{2\pi\{[(k^2-p_1^2)\bar{K}(-k)+\lambda_1][\lambda_2-(k^4-p_2^2)\bar{K}^*(-k)]-(p_2^2-k^4)](p_1^2-k^2)\bar{\Pi}^2(-k)\}}$$

Подставляя значения контактных напряжений $\tau(x_1, t)$ и $p(x_1, t)$ из (3.2) в систему (2.1), определяем параметры колебания (перемещение, скорость, ускорения) подземного сооружения.

Институт геофизики и
инженерной сейсмологии
АН Армянской ССР

Поступила 30.VI.1987.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Амбарцумян В. А.* Методика сейсмического расчета подземных сооружений с использованием акселерограмм землетрясений.—Информационный листок АрмНИИТИ, 1984, 4 с.
2. *Бабаков И. М.* Теория колебаний. М.: Наука, 1968, 628 с.
3. *Баклашов И. В., Картозия Б. А.* Механика подземных сооружений и конструкций крепей. М.: Недра, 1984, 415 с.
4. *Дорман И. Я.* Исследование работы обделки при распространении сейсмических волн вдоль оси тоннеля.—Межвузовский сб. научн. тр., вып. 726. МИИТ. М.: 1983, с. 60—65.
5. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975, 871 с.
6. *Рашидов Т. Р.* Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. Ташкент: ФАН, 1973, 178 с.
7. *Фотиева Н. Н.* Расчет крепи подземных сооружений в сейсмически активных районах. М.: Недра, 1980, 220 с.
8. *Okamoto S., Misukoshi K.* Schwingungen im Untergrund eines Erdbebens.—Geologie and Bauwesen, 1958, H. 2, S. 113—118.