

С. Ш. ПУРИДЖАНИЯН, В. С. САРКИСЯН, Г. С. ГАБЛЯН

ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗ ВОДОХРАНИЛИЩ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ
УРОВНЕЙ ВОДЫ В НИХ

В работе рассмотрена задача фильтрации воды в теле однородной земляной плотины или в береговой зоне полосообразного пласта при колебаниях уровня воды в водохранилище по закону косинуса с одновременным учетом уклона напорной грани (или откоса берега). Задача сведена к решению дифференциального уравнения фильтрации, линеаризованного по методу Багрова-Веригина, с подвижной границей. Получено аналитическое решение линеаризованного уравнения.

По полученным решениям произведены численные расчеты, результаты которых приведены на рисунках.

При проектировании и эксплуатации водохранилищ наиболее часто применяются методы расчета стационарной фильтрации (или смены стационарных состояний) при различных горизонтах воды в водохранилище. В реальных же условиях наблюдаются большие сезонные колебания уровней, амплитуда которых зависит от географического расположения водохранилищ, их целевого назначения и т. д. Так, на водохранилищах, построенных в горных и предгорных районах, колебания уровня воды намного больше, чем в равнинных. Имеется ряд водохранилищ с сезонными колебаниями уровней в них до ста и более метров.

В таких условиях фильтрация через тело плотины и борта водохранилищ носит нестационарный характер. Поэтому при расчетах потерь воды из водохранилищ и подпора подземных вод необходимо учитывать режим колебания уровня воды в них.

Нестационарная фильтрация в ограниченной области рассмотрена в [1,4—6]. Однако в них не учитываются одновременно цикличность колебания уровня воды в водохранилище и уклон напорной грани плотины или берегов водохранилища. Для водохранилищ, где глубина воды достигает нескольких десятков, а иногда и сотен метров, а откосы имеют уклоны до $m=4\div 5$, режим подземных вод существенно зависит от этих факторов.

Результаты режимных наблюдений за уровнями воды ряда водохранилищ сезонного регулирования показали, что с достаточной точностью колебания их уровней можно описать зависимостью

$$h(t) = 0,5 \left[h_1 + h_2 - (h_1 - h_2) \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \right], \quad (1)$$

где h_1 и h_2 — максимальный и минимальный уровни воды в водохранилище; t и T — время и период одного полного цикла колебания уровня.

Допустим имеется пласт-полоса, где на границе $x=0$ поддерживается постоянный во времени напор, а на удаленной границе $x=L(t)$ глубина воды в водохранилище меняется по закону (1). Если не учитывать капиллярные силы, то такая схема пригодна и при рассмотрении фильтрации через тело однородной земляной плотины, расположенной на горизонтальном водоупоре с дренажем (рис. 1) или из водохранилища в полосообразный пласт. При колебаниях уровня воды длина области фильтрации будет переменной во времени, а величина ее определяется по выражению

$$L(t) = L_0 - m_1 h(t), \quad (2)$$

где m_1 — заложение откоса.

В такой постановке одно из граничных условий задается на движущейся границе при $x=L(t)$ и, следовательно, не учитывается влияние

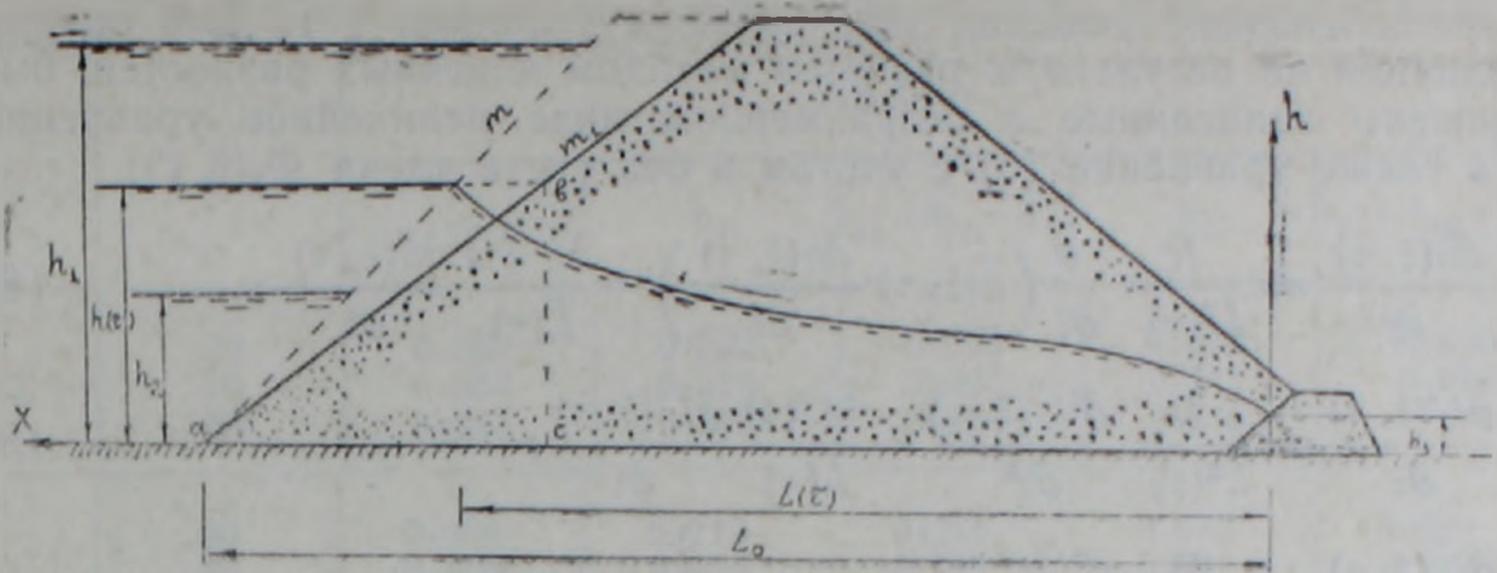


Рис. 1. Расчетная схема.

входного клина abc на процесс фильтрации (рис. 1). Для учета этого фактора заложение верхового откоса заменим некоторым фиктивным значением m , которое определяется по формуле [2]

$$m = m_1^2 / (m_1 + 0,5).$$

Таким образом, задача сводится к решению дифференциального уравнения одномерной нестационарной фильтрации со свободной поверхностью, которое при постоянном коэффициенте фильтрации k имеет вид

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(h(x, t) \frac{\partial h(x, t)}{\partial x} \right), \quad (3)$$

здесь μ — коэффициент водоотдачи (при снижении уровня) или недостаток насыщения (при подъеме уровня воды).

Краевые условия задачи следующие (рис. 1):

$$h(0, t) = h_3; \quad h(L(t), t) = h(t); \quad h(x, 0) = [h_3^2 - (h_3^2 - h_2^2)x / (L_0 - mh_2)]^{1/2}. \quad (4)$$

Для приведения переменной во времени области фильтрации к постоянной введем предложенную Гринбергом Г. А. [3] новую переменную $\xi = x/L(t)$. Тогда (3) примет вид

$$\frac{\partial h(\xi, t)}{\partial t} - \Phi(\xi, t) = \frac{k}{\mu L^2(t)} \left(h(\xi, t) \frac{\partial h(\xi, t)}{\partial \xi} \right), \quad (5)$$

здесь

$$\Phi(\xi, t) = \frac{\xi L'(t)}{L(t)} \frac{\partial h(\xi, t)}{\partial \xi}.$$

Уравнение (5) нелинейное. Для получения аналитического решения, производя его линеаризацию по методу Багрова-Вергина, найдем

$$\frac{\partial U(\xi, t)}{\partial t} - \Phi_1(\xi, t) = \frac{k h_s}{\mu L^2(t)} \frac{\partial^2 U(\xi, t)}{\partial \xi^2}, \quad (6)$$

где h_s — средняя глубина потока;

$$U(\xi, t) = 0,5 h^2(\xi, t); \quad \Phi_1(\xi, t) = \frac{\xi L'(t)}{L(t)} \frac{\partial U(\xi, t)}{\partial \xi}.$$

Тогда краевые условия (4) для (6) запишутся в виде

$$U(0, t) = 0,5 h_3^2; \quad U(1, t) = 0,5 h^2(t); \quad U(\xi, 0) = 0,5 [h_3^2 - (h_3^2 - h_2^2)\xi]. \quad (7)$$

Наличие члена $\Phi_1(\xi, t)$ в (6) существенно осложняет получение его аналитического решения при краевых условиях (7). Для оценки его влияния на результаты расчетов методом конечных разностей, были решены записанные в безразмерном виде нелинейное уравнение (5), а также уравнение (6) с учетом и без учета члена $\Phi_1(\xi, t)$:

$$\frac{\partial \bar{h}(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{R}{\bar{L}^2(\tau)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\bar{h}(\xi, \tau) \frac{\partial \bar{h}(\xi, \tau)}{\partial \xi} \right) + \frac{\xi \bar{L}'(\tau)}{\bar{L}(\tau)} \frac{\partial \bar{h}(\xi, \tau)}{\partial \xi}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{U}(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{R}{\bar{L}^2(\tau)} \frac{\partial^2 \bar{U}(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} + \frac{\xi \bar{L}'(\tau)}{\bar{L}(\tau)} \frac{\partial \bar{U}(\xi, \tau)}{\partial \xi}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{U}(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{R}{\bar{L}^2(\tau)} \frac{\partial^2 \bar{U}(\xi, \tau)}{\partial \xi^2}, \quad (10)$$

здесь $R = kT/h_s \mu$; $\tau = t/T$; $\bar{U}(\xi, \tau) = U(\xi, \tau)/h_s^2$; $\bar{L}(\tau) = L(\tau)/h_s$;
 $\bar{L}'(\tau) = L'(\tau)/h_s$; $\bar{h}(\xi, \tau) = h(\xi, \tau)/h_s$.

Численные расчеты проводились для разных значений параметров R и \bar{L} . Некоторые результаты расчетов приведены в табл. 1—3, где h_{H1} , h_{11} и h_{21} — приведенные глубины в точке $\xi = 0,5$, полученные соответственно из решений уравнений (8), (9) и (10). Там же приведены значения погрешностей ϵ_{11} и ϵ_{21} . С целью сравнения и оценки полученных результатов для каждой пары параметров R и \bar{L} по приведенным в табл. 1—3 значениям рассчитывалась средняя квадратичная погрешность δ . Результаты сведены в табл. 4, где в числителе приведено значение средней квадратичной погрешности между точным решением h_{H1} и h_{11} , т. е. решением (9) с учетом члена $\Phi_1(\xi, \tau)$, а в знаменателе — между h_{H1} и h_{21} , т. е. решением (10) без учета члена $\Phi_1(\xi, \tau)$. Из приведенных результатов видно, что пренебрежение членом $\Phi_1(\xi, \tau)$ в уравнении (6), в основном, приводит к меньшей ошибке, чем его учет. Исходя из этого, можно заключить, что для прогноза уровня режима подземных вод можно использовать результаты решения (6).

Пренебрегая членом $\Phi_1(\xi, t)$, уравнение (6) примет вид:

$$\frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{aT}{L^2(\tau)} \frac{\partial^2 U(\xi, \tau)}{\partial \xi^2}; \quad a = \frac{kh_s}{\mu}, \quad (11)$$

где a — коэффициент уровняпроводности.

Решение (11) будем искать при краевых условиях в виде (7) с заменой в них t на τ .

Путем введения новой неизвестной функции

$$y(\xi, \tau) = U(\xi, \tau) - 0,5[(1-\xi)h_1^2 + \xi h_2^2(\tau)]$$

уравнение (11) и краевые условия будут:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} = \frac{L^2(\tau)}{aT} \left[\frac{\partial y}{\partial \tau} + \xi f(\tau) \right], \quad y(0, \tau) = y(1, \tau) = y(\xi, 0) = 0, \quad (12)$$

где $f(\tau) = 0,5\pi(h_1 - h_2)h(\tau) \cdot \sin(2\pi\tau)$.

Решение уравнения (12) ищем в виде

$$y(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \Theta_i(\tau) \cdot \sin(i\pi\xi). \quad (13)$$

Таблица 1

Результаты сравнения расчетов по уравнениям (8), (9) и (10) при $R=100$

τ	\bar{L}	$\bar{h}(0,5; \tau)$				
		h_{HI}	h_{LI}	$\epsilon_{1i} = h_{HI} - h_{LI}$	h_{2i}	$\epsilon_{2i} = h_{HI} - h_{2i}$
0,2	20	0,582	0,522	0,060	0,572	0,010
	50	0,554	0,529	0,025	0,545	0,009
	100	0,545	0,537	0,008	0,545	0
0,4	20	0,994	0,719	0,275	0,913	0,081
	50	0,566	0,505	0,061	0,547	0,019
	100	0,554	0,525	0,029	0,545	0,009
0,5	20	1,247	0,996	0,251	1,151	0,096
	50	0,576	0,505	0,071	0,556	0,020
	100	0,556	0,524	0,032	0,545	0,011
0,6	20	1,354	1,274	0,080	1,306	0,048
	50	0,585	0,525	0,060	0,578	0,007
	100	0,555	0,522	0,033	0,545	0,010
0,8	20	1,214	1,425	-0,211	1,301	-0,087
	50	0,605	0,683	-0,078	0,648	-0,043
	100	0,547	0,599	-0,052	0,545	0,002
1,0	20	1,002	1,173	-0,171	1,093	-0,091
	50	0,636	0,853	-0,217	0,724	-0,088
	100	0,515	0,546	-0,001	0,545	0

Таблица 2

Результаты сравнения расчетов по уравнениям (8), (9) и (10) при $R=1000$

τ	\bar{L}	$\bar{h}(0,5; \tau)$				
		h_{HI}	h_{LI}	$\epsilon_{1i} = h_{HI} - h_{LI}$	h_{2i}	$\epsilon_{2i} = h_{HI} - h_{2i}$
0,2	20	0,781	0,768	0,013	0,779	0,002
	50	0,578	0,574	0,004	0,593	-0,015
	100	0,548	0,538	0,010	0,546	0,002
0,4	20	1,378	1,336	0,042	1,360	0,018
	50	0,955	0,887	0,068	0,952	0,003
	100	0,576	0,557	0,019	0,588	-0,012
0,5	20	1,506	1,491	0,015	1,496	0,010
	50	1,213	1,122	0,091	1,174	0,039
	100	0,633	0,614	0,019	0,656	-0,023
0,6	20	1,493	1,515	-0,022	1,498	-0,005
	50	1,353	1,308	0,045	1,321	0,032
	100	0,726	0,715	0,011	0,752	-0,026
0,8	20	0,984	1,019	-0,035	1,002	-0,008
	50	1,234	1,329	-0,095	1,293	-0,059
	100	0,875	0,949	-0,074	0,921	-0,046
1,0	20	0,598	0,579	0,019	0,577	0,021
	50	0,962	1,039	-0,077	1,016	-0,054
	100	0,901	1,021	-0,120	0,976	-0,075

Результаты сравнения расчетов по уравнениям (8), (9) и (10) при $R=10000$

τ	\bar{L}	$\bar{h}(0,5; \tau)$				
		h_{11}	h_{1i}	$\epsilon_{1i} = h_{11i} - h_{1i}$	h_{2i}	$\epsilon_{2i} = h_{11i} - h_{2i}$
0.2	20	0.660	0.652	0.008	0.653	0.007
	50	0.777	0.781	-0.004	0.779	-0.002
	100	0.639	0.664	-0.025	0.671	-0.032
0.4	20	1.228	1.210	0.018	1.212	0.016
	50	1.360	1.340	0.020	1.357	0.003
	100	1.197	1.165	0.032	1.181	0.016
0.5	20	1.455	1.448	0.007	1.449	0.006
	50	1.507	1.497	0.010	1.497	0.010
	100	1.430	1.385	0.045	1.397	0.033
0.6	20	1.531	1.532	-0.001	1.531	0
	50	1.495	1.504	-0.009	1.500	-0.005
	100	1.486	1.479	0.007	1.477	0.009
0.8	20	1.181	1.177	0.004	1.140	0.041
	50	0.998	1.011	-0.013	0.982	0.016
	100	1.148	1.208	-0.060	1.198	-0.050
1.0	20	0.645	0.633	0.012	0.633	0.012
	50	0.583	0.569	0.014	0.567	0.016
	100	0.762	0.747	0.015	0.743	0.019

Таблица 4

Величины среднеквадратичных погрешностей

\bar{L}	Значения $\delta = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 \right)^{1/2}$ при R		
	100	1000	10000
20	0.1925	0.0265	0.0100
	0.0753	0.0126	0.0190
50	0.1050	0.0706	0.0127
	0.0418	0.0391	0.0104
100	0.0309	0.0589	0.0355
	0.0071	0.0389	0.0298

Подставляя (13) в (12) и разлагая последний член уравнения в ряд Фурье по синусам, приходим к следующему линейному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d\Theta_i(\tau)}{d\tau} + \frac{(i\pi)^2 aT}{L^2(\tau)} \Theta_i(\tau) - \frac{2(-1)^i f(\tau)}{i\pi} = 0. \quad (14)$$

Решение (14) при начальном условии $\Theta_i(0)=0$ будет:

$$\Theta_i(\tau) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i} \exp\left(-i^2 \pi^2 aT \int_0^{\tau} \frac{d\tau}{L^2(\tau)}\right) \int_0^{\tau} f(\tau) \exp\left(i^2 \pi^2 aT \int_0^{\tau} \frac{d\tau}{L^2(\tau)}\right) d\tau. \quad (15)$$

Подставляя (1) в (2), а (2) в (15) и интегрируя, будем иметь

$$\Theta_i(\tau) = \frac{(-1)^i h_1^2}{i} [(1 - \bar{h}_2^2) A_{1i}(\tau) - 0,5(1 - \bar{h}_2)^2 A_{2i}(\tau)],$$

где

$$A_{1i}(\tau) = \int_0^\tau C_i(v) \sin(2\pi v) dv; \quad A_{2i}(\tau) = \int_0^\tau C_i(v) \sin(4\pi v) dv;$$

$$C_i(v) = \exp \left\{ -i^2 n \left[\frac{\operatorname{arctg}(\lambda \cdot \operatorname{tg}(\pi \tau)) - \operatorname{arctg}(\lambda \cdot \operatorname{tg}(\pi v))}{\sqrt{1 - \omega^2}} - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{\omega}{2} \left(\frac{\sin(2\pi \tau)}{1 + \omega \cos(2\pi \tau)} - \frac{\sin(2\pi v)}{1 + \omega \cos(2\pi v)} \right) \right\}; \quad \bar{L}_0 = \frac{L_0}{h_1}; \quad \bar{h}_2 = \frac{h_2}{h_1};$$

$$n = \frac{\pi a T}{\{L_0^2 - m[(1 + \bar{h}_2)L_0 - m\bar{h}_2]\} h_1^2}; \quad \lambda = \sqrt{\frac{1 - \omega}{1 + \omega}}; \quad \omega = \frac{(1 - \bar{h}_2)m}{2\bar{L}_0 - (1 + \bar{h}_2)m}.$$

Переходя от $\Theta_i(\tau)$ к функции $y(\xi, \tau)$ и далее к $U(\xi, \tau)$ и $h(\xi, \tau)$, получим:

$$\bar{h}(\xi, \tau) = \frac{h(\xi, \tau)}{h_1} = \left[(1 - \xi)\bar{h}_3^2 + \xi\bar{h}^2(\tau) + 2(1 - \bar{h}_2^2) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i} A_{1i}(\tau) \cdot \sin(i\pi\xi) - \right. \\ \left. - (1 - \bar{h}_2)^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i} A_{2i}(\tau) \cdot \sin(i\pi\xi) \right]^{1/2}, \quad (16)$$

где

$$\bar{h}(\tau) = h(\tau)/h_1; \quad \bar{h}_3 = h_3/h_1.$$

Фильтрационный расход ($m^2/сут$) через произвольное сечение будет:

$$q(\xi, \tau) = - \frac{kh_1}{2\bar{L}(\tau)} \left[\bar{h}^2(\tau) - \bar{h}_3^2 + 2\pi(1 - \bar{h}_2^2) \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i A_{1i}(\tau) \cos(i\pi\xi) - \right. \\ \left. - \pi(1 - \bar{h}_2)^2 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i A_{2i}(\tau) \cos(i\pi\xi) \right]; \quad \bar{L}(\tau) = \bar{L}_0 - m\bar{h}(\tau).$$

В частном случае, при $m=0$ (т. е. при вертикальной напорной грани) получим решения, приведенные в [5].

В качестве примера были произведены расчеты для одного из объектов в АрмССР, при следующих параметрах: $k=0,1$ м/сут; $a=34,3$ м²/сут; $m=2,817$.

На рис. 2 приведены кривые депрессии для различных моментов времени, рассчитанные по (16). Анализ результатов показывает, что при подъеме уровня воды в водохранилище депрессионная кривая вогнута и происходит фильтрация воды из водохранилища. При опорожнении же водохранилища кривая депрессии выпукла и наблюдается обратный отток воды из тела плотины в водохранилище. Образование обратного потока в водохранилище необходимо учитывать при расчете устойчивости верхового откоса, выборе конструктивных элементов его защитной облицовки, а также при проектировании и установке контрольно-измерительной аппаратуры.

Расчеты показали, что после 5—6 лет эксплуатации водохранилища в заданном режиме процесс фильтрации становится квазистационарным, т. е. влияние начальных условий не сказывается на дальнейшем протекании процесса.

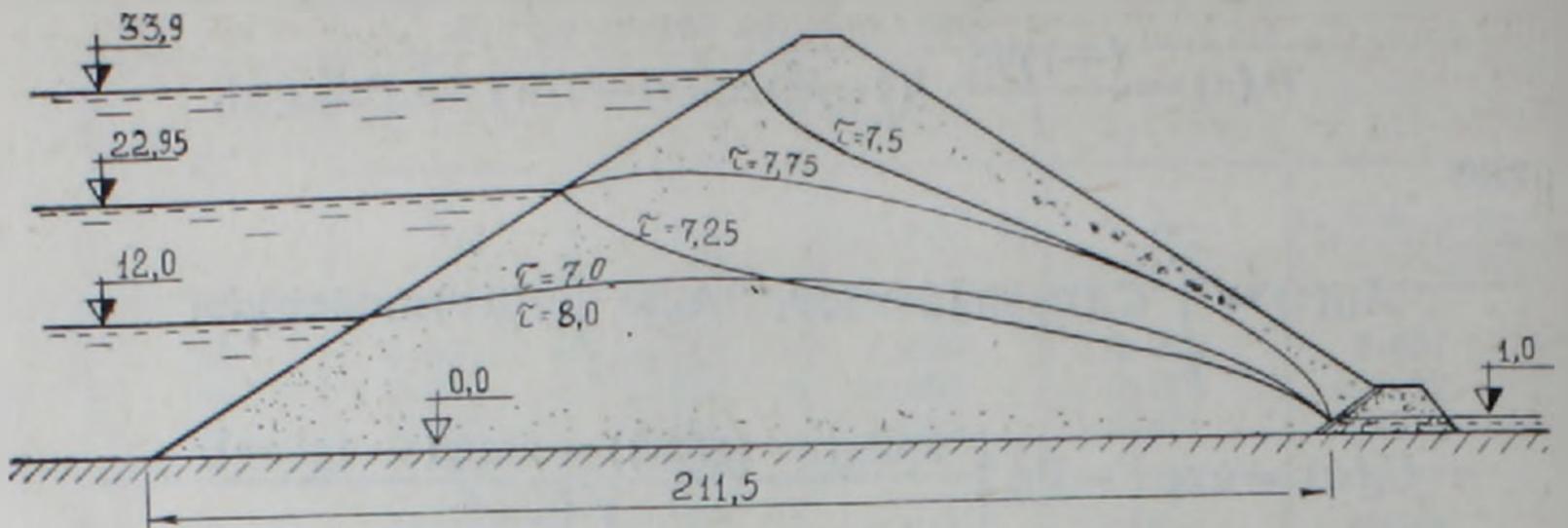


Рис. 2. Депрессионные кривые при различных уровнях воды в водохранилище в некоторые моменты времени.

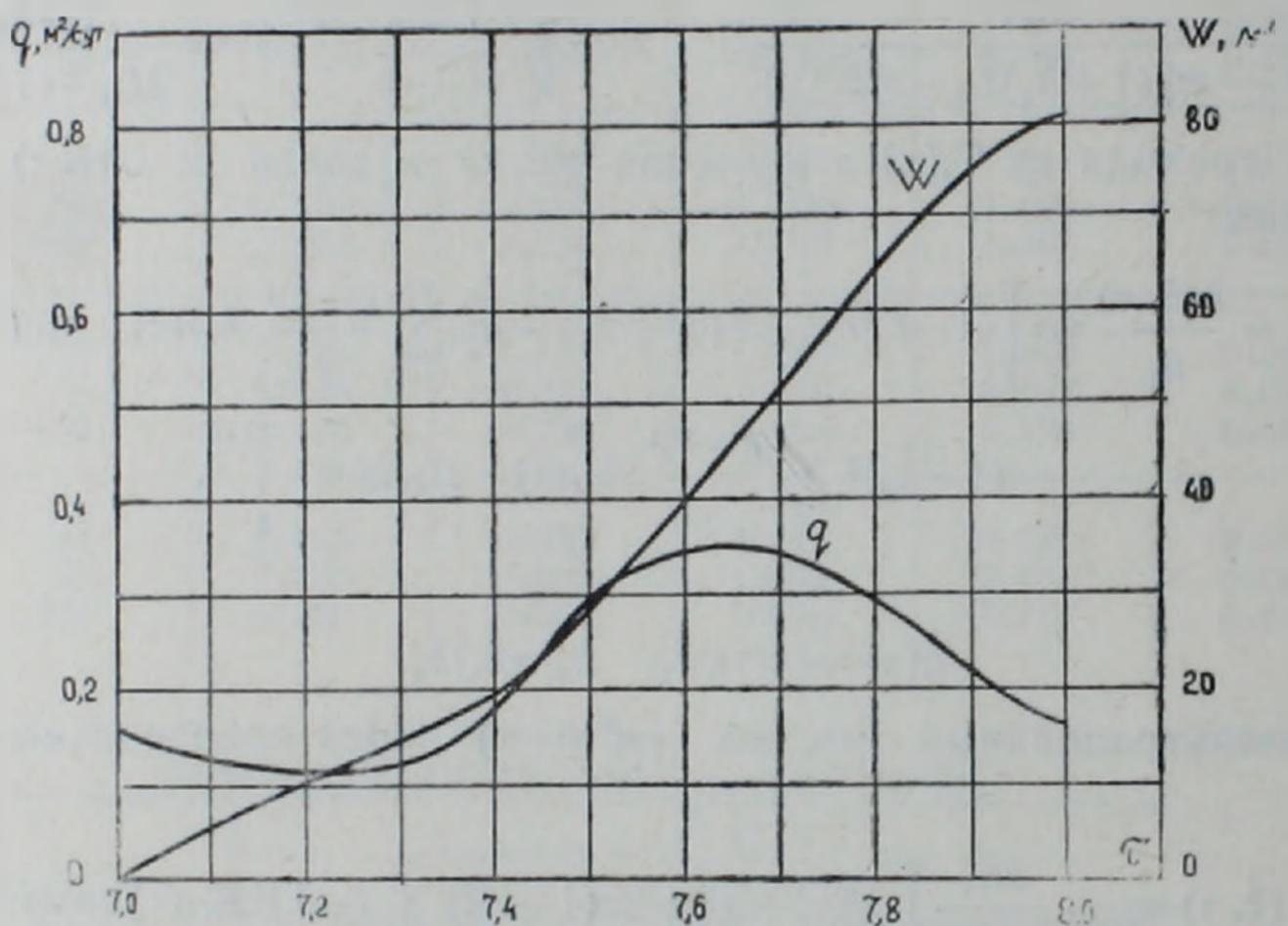


Рис. 3. Изменение расхода q и объема воды W в течение 8-го года эксплуатации в сечении $x=0$

На рис. 3 приведены результаты расчетов по определению фильтрационного расхода q и объема воды W в сечении $\xi=0$ в течение 8-го года эксплуатации водохранилища. Результаты расчетов показывают, что кривая фильтрационных расходов q достигает минимума при $\tau=7,3$ и максимума при $\tau=7,6$.

Ереванский политехнический институт

Поступила 25.IX.1987.

Ս. Շ. ՆՈՒՐԻՋԱՆՅԱՆ, Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Գ. Ս. ԳԱՐԱՅԱՆ

ՖԻԼՏՐԱՅԻԱՆ ՋՐԱՄԲԱՐՆԵՐԻՑ ՋՐԻ ՄԱԿԱՐԳԱԿԻ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հողվածում բննարկված է ջրի ֆիլտրացիայի խնդիրը համասեռ հողային ամբարտակի մարմնում կամ մերձափնյա մասի ժապավենանման շերտում ջրի մակարդակի տատանումների պայմաններում ըստ կոսինուսի օրենքի՝

ջրաճնշող նիստի (կամ առափնյա մասի) թեքության միաժամանակյա հաշվի առմամբ: Խնդիրը հանգեցված է ֆիլտրացիայի շարժական սահման ունեցող դիֆերենցիալ հավասարման լուծմանը, որը գծայնացված է Բագրովի-Վերիգինի մեթոդով: Ստացված է գծայնացված հավասարման անալիտիկ լուծումը: Ստացված լուծումների հիման վրա թվային հաշվարկումներ են կատարված:

S. Sh. NOURIDJANIAN, V. S. SARKISIAN, G. S. GABAYAN

FILTRATION FROM RESERVOIRS DURING WATER LEVEL FLUCTUATIONS

A b s t r a c t

The problem of water filtration in a homogeneous earth dam body or in a shore belt-like seam during fluctuations of the water level according to the cosine law, taking into account the head border (or the shore slope) inclination, is considered in this paper. The problem is brought to the solution of the filtration differential equation linearized according to the Bagrov-Verigin method with a time-dependent boundary. The analytical solution of the linearized equation is obtained. The numerical estimations are made according to the obtained solutions.

ЛИТЕРАТУРА

1. Веригин Н. Н. Режим грунтовых вод при наводнении и сработке водохранилищ. Гидротехническое строительство. № 11, 1952.
2. Гидротехнические сооружения. Справочник проектировщика. Под ред. Недриги В. П. Стройиздат, М., 1983.
3. Гринберг Г. А., Конторович О. М. О консолидации непрерывно-растущего в высоту слоя водонасыщенного грунта. Известия ВНИИГ, т. 90, 1969.
4. Коростелев А. Д. О фильтрационном расчете плотин и дамб с откосами при опускании бьефов. Изв. вузов. Строительство и архитектура, № 2, 1975.
5. Нуридджанян С. Ш., Габаян Г. С., Саркисян В. С. Фильтрация из водохранилищ при переменном режиме. Межвуз. тем. сб. науч. тр. по строит. и арх. Исследования по гидротехнике и санитарной технике. Ереван, 1984.
6. Саркисян В. С., Куранова В. С. Фильтрация из водохранилищ (каналов) при переменном уровне воды в них и режим береговых водозаборов. В сб.: Фильтрационные расчеты водозаборных и дренажных систем. Труды института ВОДГЕО. М., 1981.

Известия АН АрмССР. Науки о Земле, ХLI, № 2, 71—75, 1988

УДК: 552.124.4:551.78/.79 (479.25)

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Т. А. АВАКЯН, Л. П. ЯШВИЛИ

ОБ ОБНАРУЖЕНИИ РУДНЫХ КОНКРЕЦИЙ В СИСИАНСКОЙ ДИАТОМИТОВОЙ ТОЛЩЕ (АРМЯНСКАЯ ССР)

Диатомитовая толща Сисианского района, входящая в вулканогенно-осадочную субформацию верхнего плиоцен-четвертичного времени, сложена чередующимися пластами диатомитов, диатомитовых глин, глинистых, песчаных, пепловых и других разновидностей диатомитовых пород и вулканогенными образованиями. Последние