6. Низаретян С. Н. Геофизическая характеристика субширотных глубин разломов на территории Армянской ССР.—Изв. АН АрмССР, Науки о Земле, 1981, № 5, с. 21—30.
7. Пьянков В. Я. Особенности разломной тектоники Центрального Донбасса по геофизическим данным. Дисс. на соискание уч. степени канд. геол.-мин. наук. Днепропетровск: ДГИ 1977. 171 с.
8. Сихарулидзе Д. И., Тутберидзе И. П., Баграмян А. Х. и др. Строение, напряженно-деформированное состояние и условия сейсмичности литосферы Малого Кавказа. Тбилиси: Изд. Мецниереба, 1983. 122 с.
9. Тектоническая карта Кавказа, М:1000000. Гл. ред. Гамкрелидзе. Тбилиси: Межведомствен. тектонич. комитет, 1974.
10. Тяпкин К. Ф., Кивелюк Т. Т. Изучение разломных структур геолого-геофизическими методами. М.: Наука, 1982. 240 с.

Известия АН АрмССР, Науки о Земле, 1986, XXXIX, № 5, 35—40.

УДК 550.831

С. М. ОГАНЕСЯН, А. Г. МАНУКЯН, М. Г. ОГАНЕСЯН

ЭФФЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ

В статье приведены основные результаты, полученные в вычислительном центре ИГИС АН АрмССР за 1981—1985 гг. при разработке методов обработки данных гравиметрии и магнитометрии, применяемых при построении трехмерных геофизических моделей земной коры. Изложены теория и алгоритм двойственного метода нахождения регуляризованного решения линейных и нелинейных некорректных задач геофизики. В основе двойственного метода использование параметрического модифицированного функционала Лагранжа. Разработаны эффективные численные методы решения прямых задач гравиметрии и магнитометрии, учитывающие шарообразность Земли. В результате несложных преобразований задача сводится к вычислению двойных интегралов со слабой особенностью, для численного вычисления которых применяются кубатурные формулы, полученные от декартовых произведений квадратур типа Гаусса-Лежандра.

Изучение глубинного строения земной коры и верхней мантии и структур, перспективных для поисков полезных ископаемых, по данным гравимагнитометрических наблюдений в сложных или крупных регионах необходимо проводить в трехмерном варианте. Переход к трехмерному моделированию среды и поля является актуальной проблемой [14].

Одним из важных вопросов этой проблемы является разработка теоретических и технологических основ эффективных алгоритмов решений трехмерных прямых и обратных задач гравиметрии и магнитометрии (П и ОЗГ и М) и учет сферичности Земли [1, 2, 5, 9].

Пусть ОЗГ и М сформулированы в виде линейных или нелинейных операторных уравнений первого рода

$$Ax = b \text{ или } Fx = b, \quad (1)$$

где A и F — операторы решения ПЗГ или М, $x \in H_1$ — искомый элемент, $b \in H_2$ — наблюдаемый элемент, H_1 и H_2 — гильбертовы пространства.

Известно [15, 10], что задачи (1) в общем случае некорректно поставлены. Теоретические вопросы некорректных задач геофизики достаточно хорошо разработаны и предложены регулярные методы их решения: 1) вариационный способ Тихонова (ВСТ) и его модификации [10, 15] и 2) итерационные [4, 12].

Приведенные регулярные методы в равной степени применимы к двумерным и трехмерным задачам. Однако реализованы они в основном для решения двумерных обратных задач. Это связано с тем, что численное решение трехмерных ОЗГ и М ВСТ и итерационными методами даже на самых мощных современных ЭВМ исключительно сложно или просто невозможно.

Поэтому в работах [9, 5] разработаны двойственные варианты ВСТ и модифицированного метода Гаусса-Ньютона (ДВ ВСТ и ММГН) решения задач (1).

Пусть x^* нормальное решение уравнения $Ax=b$. Известно, что в качестве приближения к элементу x^* в ВСТ берется единственный элемент x^α , минимизирующий функционал [15].

$$T^\alpha[x] = \|Ax - b\|_{H_2}^2 + \alpha \|x\|_{H_1}^2, \alpha > 0, \quad (2)$$

а в ММГН [4, 12]

$$x_{n+1} = x_n - (A^*A + \alpha_n E_1)^{-1} A^* (Ax_n - b) \quad (3)$$

при согласовании значений параметров α и n с уровнем помехи наблюдаемой величины b , где E_1 — единичный оператор в H_1 , A^* — оператор, сопряженный к A .

Идея ДВ ВСТ нахождения приближенного решения задачи (1) заключается в следующем [9, 5]. Элемент x^α находится не из уравнения Эйлера для функционала (2)

$$A^*Ax + \alpha x = A^*b, \quad (4)$$

а из системы уравнений Эйлера

$$\begin{cases} x = A^*\varphi \\ Ax + \alpha\varphi = b \end{cases} \quad (5)$$

для параметрического модифицированного функционала Лагранжа

$$L^\alpha[x, \varphi] = \frac{1}{2} \|x\|_{H_1}^2 - (Ax - b, \varphi) - \frac{1}{2} \alpha \|\varphi\|_{H_2}^2, \alpha > 0. \quad (7)$$

Подставляя равенство (5) в (6), получим уравнение

$$AA^*\varphi + \alpha\varphi = b \quad (8)$$

для определения элемента $\varphi^\alpha = (AA^* + \alpha E_2)^{-1}b$. Покажем, что элемент $A^*\varphi^\alpha$ совпадает с x^α . Действительно, умножив равенство (8) при $\varphi = \varphi^\alpha$ слева на A^* получим

$$A^*AA^*\varphi^\alpha + \alpha A^*\varphi^\alpha = A^*b. \quad (9)$$

т. е. $x^\alpha = A^*\varphi^\alpha$.

Таким образом нахождение элемента x^α в ДВ ВСТ состоит из трех этапов [9]: 1) определения φ^α из уравнения (8); 2) вычисления x^α по формуле $x^\alpha = A^*\varphi^\alpha$; 3) выборе параметра регуляризации α по некоторому критерию [15].

В практических задачах геофизики наблюдаемая величина b задана на некоторой поверхности Q , которая имеет размерность, равную двум. Поэтому структура оператора A^* такова, что в уравнении (8) неизвестная функция φ фактически всегда имеет размерность на единицу меньше размерности функции x исходного уравнения (1). При определении x^α по формуле (5) происходит «расширение» размерности решения φ^α двойственной задачи до размерности x^α т. е. в ДВ ВСТ при помощи декомпозиции исходной задачи по две подзадачи (8) и (5) удается уменьшить размерность решаемой задачи на единицу. Этим определяется большое практическое удобство двойственных методов при их реализации на ЭВМ [9].

Замечание. Двойственный метод обобщает способ оптимальных решений А. И. Кобрунова [1], а также весьма популярный за рубежом метод Бейкуса-Гильберта.

Из уравнений (4) и (8) имеем: $x^\alpha = (A^*A + \alpha E_2)^{-1}A^*b = A^*(AA^* + \alpha E_2)^{-1}b$, т. е. [5]

$$(A^*A + \alpha E_1)^{-1}A^* = A^*(AA^* + \alpha E_2)^{-1}. \quad (10)$$

Операторное равенство (10) и более общее равенство

$$A^*g(AA^*) = g(A^*A)A^*, \quad (11)$$

где $g(t)$ — непрерывная ограниченная функция на $]0\infty[$, позволяют конструировать двойственные варианты многих итерационных методов [5]. В частности ДВ ММГН для задач (1) записываются следующим образом:

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n - (AA^* + \alpha^n E_2)^{-1}(AA^*\varphi_n - b), \quad (12)$$

$$x_{n+1} = A^*\varphi_{n+1}, \quad x_0 = A^*\varphi_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad (13)$$

$$\varphi_{n+1} = (F^1(x_n)F^{1*}(x_n) + \alpha_n E_2)^{-1}(Fx_n - b),$$

$$x_{n+1} = x_n - F^{1*}(x_n)\varphi_{n+1}, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

где $F^1(x)$ — производная Фреше оператора F .

В зависимости от конкретного вида стабилизатора $\Omega(x)$ в функционале Тихонова получаются семейства РА для решения задач (1), которые обладают различными помехоустойчивыми свойствами. Выбор конструкции стабилизатора является специфической для каждой задачи и существенно зависит от качественных свойств искомого решения. В работе [6] для решения трехмерных линейной ОЗГ и нелинейной обратной задачи о контактной поверхности в качестве условного стабилизатора выбран функционал энергии деформации тонкой изогнутой пластинки на упругом основании с использованием дополнительной информации типа краевых условий.

Приемами методов конечных элементов и конечных разностей построены матричные аппроксимации интегральных и дифференциальных операторов, входящих в соответствующие уравнения Эйлера. Используя полученные конечномерные аналоги операторов, построены эффективные алгоритмы решения трехмерных линейных и нелинейных ОЗГ и М двойственными вариантами ВСТ и ММГН.

При построении региональных гравитационных и магнитных моделей земной коры и верхней мантии применение вышеописанных алгоритмов наталкивается на технические трудности, связанные с отсутствием эффективных программ решения ПЗГ и М с учетом сферичности Земли [2, 11, 13].

Математическая постановка ПЗГ и М с учетом сферичности Земли удобно осуществляется в геоцентрической сферической системе координат. Это позволяет в алгоритмах решения прямых и обратных задач использовать географические координаты [2, 13].

В геоцентрической сферической системе координат (r, φ, λ) выделим сферический прямоугольный параллелепипед, т. е. тело, ограниченное сферическими координатными поверхностями $\varphi_1, \varphi_2, \lambda_1, \lambda_2, r_1, r_2$. Относительно плотности тела сделаем предположение, что она изменяется по глубине по линейному закону

$$\sigma(r) = \sigma + k(r_2 - r), \quad (15)$$

где σ — постоянная плотность, k — коэффициент, характеризующий изменение плотности по направлению r ; r_2 — координата верхней поверхности тела.

Гравитационный потенциал сферического прямоугольного параллелепипеда на произвольную внешнюю точку $(R, \varphi_0, \lambda_0)$ описывается соотношением

$$V(R, \varphi_0, \lambda_0) = G \int_{r_1}^{r_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\delta(r)r^3 \sin \varphi d\varphi d\lambda dr}{p} \quad (16)$$

где G — гравитационная постоянная, $p^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos \omega$; $\cos \omega = \cos \varphi_0 \cos \varphi + \sin \varphi_0 \sin \varphi \cos(\lambda_0 - \lambda)$.

Магнитный потенциал намагниченного сферического прямоугольного параллелепипеда, имеющего вектор намагниченности $\mu = (l, \varphi^*, \lambda^*)$, выражается формулой

$$T(R, \varphi_0, \lambda_0) = \int_{r_1}^{r_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{l(\varphi, \lambda) r^2}{p^3} (R \cos \alpha - r \cos \beta) \sin \varphi d\varphi d\lambda dr, \quad (17)$$

где $\cos \alpha = \cos \varphi^* \cos \varphi_0 + \sin \varphi^* \sin \varphi_0 \cos (\lambda^* - \lambda_0)$; $\cos \beta = \cos \varphi^* \cos \varphi + \sin \varphi^* \sin \varphi \cos (\lambda^* - \lambda)$.

Формулы (16), (17) для потенциалов, первых и вторых производных гравитационного потенциала $V_R, V_\varphi, V_\lambda, V_{R\varphi}, \dots, V_{\lambda\lambda}$ и компонентов вектора напряженности магнитного поля $T_R, T_\varphi, T_\lambda$ можно представить в виде сумм интегралов следующего вида:

$$W(R, \varphi_0, \lambda_0) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} E(\varphi, \lambda) F_n^m(\varphi, \lambda) d\varphi d\lambda, \quad (18)$$

где

$$F_n^m(\varphi, \lambda) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{r^m}{p^n} dr, \quad m = 0, 1, 2, \dots; \quad n = 2i + 1, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

Интегралы (19) вычисляются аналитически [11, 13], двойные интегралы (18) — нет. Для их приближенного вычисления обратимся к кубатурным формулам.

Известно [11, 13], что решение рассматриваемой задачи относится к числу довольно трудных. Следовательно, кубатурная формула, по которой необходимо вычислить значения $W(R, \varphi_0, \lambda_0)$, должна иметь максимальную алгебраическую степень точности и, одновременно, минимальное количество узлов интегрирования. Алгебраическая точность кубатурной формулы находится в прямой связи с гармоническими моментами гравитационного поля, для определения которого она применяется. Отсюда следует, что для решения задачи (18) самыми целесообразными являются кубатурные формулы, полученные от декартовых произведений квадратур типа Гаусса-Лежандра [2, 11]. Они при n узлах интегрирования имеют алгебраическую степень точности, равной $2n-1$.

Вычисления значений $W(R, \varphi_0, \lambda_0)$ существенно зависят от порядка производной гравитационного или магнитного потенциалов, горизонтальных размеров тела, глубины его погружения и положения точек $(R, \varphi_0, \lambda_0)$.

В некоторых экстремальных случаях может оказаться, что в рамках имеющихся кубатурных формул поставленная задача не решается с необходимой точностью. Возникает вопрос организации сходящегося кубатурного процесса. В работе [2] приведено описание разработанного оптимального кубатурного процесса, минимизирующего по времени вычисление значения двойного интеграла со слабой особенностью с необходимой точностью.

Как показывают практические расчеты, вычислительный процесс весьма устойчив при любых значениях φ и λ , что очень важно, при небольших глубинах погружения тела.

Разработанные теоретические вопросы и эффективные численные методы решений прямых и обратных задач гравиметрии и магнитометрии позволяют конструировать алгоритмы для построения трехмер-

ных геофизических моделей земной коры и верхней мантии, а также структур, перспективных для поисков месторождений нефти и газа, полезных ископаемых.

Ордена Трудового Красного Знамени
Институт геофизики и инженерной
сейсмологии АН АрмССР

Поступила 23.VI. 1986.

Ս. Մ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Ա. Դ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ, Մ. Գ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ .

ԿՐԱՎԻՉԱՓԱԿԱՆ ԵՎ ՄԱԳՆԻՍԱԶԱՓԱԿԱՆ ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ ՄՇԱԿՄԱՆ
ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏ ՄԵԹՈՒՆԵՐ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հոդվածում բերված են ՀՍՍՀ ԳԱ ԵԻՍԻ Հաշվողական կենտրոնում 1981—1985 թթ. ընթացքում երկրակեղևի եռաչափ երկրաֆիզիկական մոդելի կառուցման համար նախատեսված գրավիչափական և մագնիսաչափական տվյալների մշակման մեթոդների ուղղությամբ ստացված հիմնական արդյունքները: Տրված է երկրաֆիզիկական անկոոեկտորեն դրված գծային և ոչ գծային խնդիրների երկակի մեթոդով կանոնավոր լուծում գտնելու տեսության և ալգորիթմների շարադրանքը: Երկակի մեթոդի հիմքում ընկած է Հագրանժի ձևափոխված սլարամետրիկ ֆունկցիոնալի կիրառումը: Գրավիմետրիայի և մագնիսաչափության ուղիղ խնդիրների լուծման համար մշակված են արդյունավետ թվային մեթոդներ, որոնք հաշվի են առնում Երկրի գնդաձևությունը: Ոչ բարդ ձևափոխությունների շնորհիվ խնդիրը բերվում է թույլ եզակիություն ունեցող կրկնակի ինտեգրալների հաշվմանը, որոնց թվային հաշվարկման համար կիրառվում են Գաուս-Լեժանդրի տիպի քառակուսացումների դեկարտյան արտադրյալներից ստացված խորանարդացված բանաձևեր:

S. M. HOVHANNISIAN, A. G. MANUKIAN, M. G. HOVHANNISIAN

EFFECTIVE METHODS OF PROCESSING THE GRAVIMETRIC
AND MAGNETOMETRIC DATA

A b s t r a c t

In the paper there are given the general results obtained at the Computing centre of the Institute of Geophysics and Engineering seismology of the Academy of Sciences of the Armenian SSR for 1981—1985 while working out the effective methods for processing the gravimetric and magnetometric data, being used for the Earth's crust three—dimensional geophysical model compiling.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кобрунов А. И. К вопросу об интерпретации аномальных гравитационных полей методом оптимизации (трехмерная задача).—Изв. АН СССР. Физика Земли, 1979, № 10, с. 67—76.
2. Манукян А. Г. Решение прямых и обратных задач гравиметрии и магнитометрии на шарообразных планетах. Автореф. дисс. на соиск. уч. ст. канд. физ.-мат. наук. Киев: ИГ АН УССР, 1985, 23 с.
3. Оганесян С. М. Решение обратной задачи гравиметрии в классе $L_2(S)$ распределения плотностей.—ДАН УССР, 1981, сер. Б, № 6, с. 39—43.
4. Оганесян С. М. Решение обратных задач гравиметрии итерационными методами.—Изв. АН АрмССР, Науки о Земле, 1981, т. 34, № 5, с. 68—74.

5. Оганесян С. М. Решение линейных некорректных задач гравиметрии двойственным методом.—ДАН УССР, 1982, сер. Б, № 9, с. 13—18.
6. Оганесян С. М. Решение трехмерной обратной задачи о контактной поверхности при помощи некоторых многомерных стабилизирующих функционалов.—В кн.: Тезисы докладов научно-технической конференции молодых геофизиков Закавказья. Ленинакан: 1983, с. 5—6.
7. Оганесян С. М. Обратная задача теории потенциала в пространстве $L_p(S)$.—В кн.: Теория и методы решения некорректно поставленных задач и их приложения. Саратов: Изд. СУ, 1985, с. 112—113.
8. Оганесян С. М., Старостенко В. И. Тела нулевого внешнего гравитационного потенциала: о забытых работах и современном состоянии теории.—Изв. АН СССР, Физика Земли, 1985, № 3, с. 49—62.
9. Оганесян С. М., Старостенко В. И., Оганесян М. Г. Двойственный метод решения линейных некорректных задач геофизики.—Изв. АН СССР, Физика Земли, 1984, № 6, с. 64—78.
10. Старостенко В. И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев: Наукова Думка, 1978. 228 с.
11. Старостенко В. И., Манукян А. Г. Решение прямой задачи гравиметрии на шарообразной Земле.—Изв. АН СССР, Физика Земли, 1983, № 12, с. 34—49.
12. Старостенко В. М., Оганесян С. М. Регуляризирующие итерационные процессы.—В кн.: Методы решения некорректных задач и их приложения. Новосибирск: Изд. ВЦ СО АН СССР, 1982, с. 119—128.
13. Старостенко В. И., Манукян А. Г., Заворотько А. М. Построение плотностных моделей крупных структур планет.—ДАН СССР, 1983, сер. Б, № 5, с. 21—24.
14. Страхов В. Н., Гольдшмидт В. И., Калинина Т. Б., Старостенко В. И. Состояние и перспективы развития в СССР теории интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.—Изв. АН СССР, Физика Земли, 1982, № 5, с. 11—30.
15. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979, 288 с.

Известия АН АрмССР, Науки о Земле, 1986, XXXIX, № 5, 40—47.

УДК 550.344.37

Э. Г. ГЕДАКЯН, Г. В. САРГСЯН, Х. В. КИРАКОСЯН, Е. П. ТОНОЯН

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРЕДВЕСТНИКОВ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ НА СЕВЕРО-ЗАПАДЕ ТЕРРИТОРИИ АРМЯНСКОЙ ССР

Сделана попытка выделения предвестников землетрясений по сейсмическому затиханию, изменению отношения скоростей объемных волн, параметров электротеллурических и магнитных полей.

Исследуемый район является одним из сейсмоактивных участков Кавказа, где сила ожидаемых землетрясений достигает 8 баллов.

Густая сеть сейсмических станций и проведение с 1981 года стационарных режимных геомагнитных и электротеллурических наблюдений позволяют обоснованно заниматься выделением предвестников землетрясений.

За период стационарных наблюдений произошел ряд землетрясений с энергетическим классом величиной до 11,5.

При рассмотрении расположения очагов землетрясений и последовательности их возникновения во времени выявилась определенная закономерность миграции этих землетрясений в юго-восточном направлении.

Определение динамических параметров очагов землетрясений показало некоторую приуроченность простирания плоскостей разрывов в очагах землетрясений с СЗ на ЮВ. Исходя из этого, для рассмотрения пространственно-временного графика распределения землетрясений, происходящих в вышеуказанный период наблюдений, была выбрана условная геометрическая ось с началом отсчета от гор. Ахалкалаки и направлением на ЮВ, протяженностью 80 км. Рассматривалось пространственно-временное распределение эпицентров землетрясений, начиная с представительного для изучаемого района энергетического класса $K=7$ с точностью определения координат ± 5 км.

Эпицентры землетрясений, происходящих на площади, ограниченной шириной 15 км по обеим сторонам условно выбранной геометри-