

УДК: 552.08 : 550.42 : 546.027

К. А. КАРАМЯН, В. И. ЛУЦЕНКО, И. В. ЛУЦЕНКО

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В НЕДРАХ МЕСТОРОЖДЕНИЯ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ НЕОДНОРОДНОСТИ

К изучению геохимических связей элементов в минералах и исследованию минеральных ассоциаций в руде привлечены результаты разделительного эксперимента и новые статистические оценки *степени неоднородности* распределения концентрации исследуемого химического элемента в руде и *относительной зависимости* рассматриваемого элемента от любого другого. Величина степени неоднородности служит верхней границей реализации указанной относительной зависимости. Статистические оценки, характеризующие руду как многомерную систему, обоснованы теорией неоднородности.

В рудах цветных металлов известны несколько видов связи между химическими элементами: химическая связь образующих минералы элементов, геохимическое замещение ионов одного элемента ионами другого, близкого по химическим свойствам элемента в кристаллической решетке минерала, парагенетическая связь, минеральная ассоциация. В руде, как многомерной системе, могут наблюдаться еще и другие, менее явные связи, которые мы в дальнейшем отнесем к разряду «кинематических».

Связи элементов в рудах изучаются с помощью геохимических и минералогических исследований. В работе [1] показано, что в отдельных случаях на помощь этим исследованиям может прийти разделительный эксперимент (обогащение руды).

Механические методы обогащения руд основаны на разделении минералов по их природным свойствам. Поэтому о связи химических элементов в данном минерале или о возможных связях минералов в руде можно судить по поведению минералов и элементов в процессе обогащения руды. Подготовленная к обогащению руда является механической смесью измельченных зерен различных минералов, которые в технологическом потоке перемещаются в разные продукты, т. е. извлекаются из руды, в соответствии с заданными условиями разделения минералов. Например, в итоге обогащения медно-молибденовой руды происходит разделение массы руды на концентраты (молибденовый и медный) и отходы обогащения. Каждый из этих продуктов характеризуется следующими технологическими показателями:

γ — выходом массы полученного продукта из массы переработанной руды;

β_* — концентрацией в продукте ведущего химического элемента, который преобладает над другими (поскольку его концентрирование было целью технологического процесса) и концентрацией β

других сопутствующих химических элементов, которые по разным обстоятельствам попали в этот продукт;

ϵ_k — извлечением в продукт преобладающей массы ведущего химического элемента из его массы, имеющейся в руде, и ϵ_i — сопутствующим извлечением некоторой массы каждого другого химического элемента, соответственно, от имевшейся в руде массы каждого из них.

Уравнение связи между технологическими показателями выхода γ и извлечения ϵ для данного продукта вытекает из их определений [2].

$$\epsilon_n = \frac{\beta_n}{\bar{\beta}} \gamma_n, \quad (1)$$

где

β_n — концентрация рассматриваемого химического элемента в данном продукте с выходом γ_n ;

$\bar{\beta}$ — средняя концентрация рассматриваемого элемента в руде

$$\bar{\beta} = \sum_n \beta_n \gamma_n. \quad (2)$$

Поскольку продукты, полученные в процессе обогащения руды, отличаются типологическими признаками γ , β и ϵ , характеризующими поведение каждого химического элемента, присутствовавшего в руде со средней концентрацией $\bar{\beta}$, то можно говорить, что продукты обогащения представляют собой типичные кластеры, а разделительный процесс можно рассматривать как процесс кластеризации [3]. Назовем продукты разделительного процесса «технологическими кластерами».

Отношение показателя извлечения сопутствующего химического элемента ϵ_i к показателю ведущего химического элемента ϵ_k (в его кластер с выходом γ_k) может при некоторых условиях характеризовать степень связи этих элементов в минерале или в минеральной ассоциации [4].

$$\frac{\epsilon_i}{\epsilon_k} = \frac{\frac{\beta_i}{\bar{\beta}_i} \gamma_k}{\frac{\beta_k}{\bar{\beta}_k} \gamma_k} = \frac{\beta_i}{\bar{\beta}_i} \frac{\bar{\beta}_k}{\beta_k} = A_k^{(i)}, \quad (3)$$

где

$A_k^{(i)}$ — технологический критерий связи между сопутствующим (i) и ведущим (k) химическими элементами в данном технологическом кластере.

В случае, когда

$$\epsilon_i = \epsilon_k, \text{ имеем } A_k^{(i)} = 1. \quad (4)$$

Тогда из выражения (3) получаем для данного кластера

$$\frac{\beta_i}{\beta_k} = \frac{\bar{\beta}_i}{\bar{\beta}_k}. \quad (5)$$

Выражения (4) и (5) определяют необходимые условия для наличия геохимической взаимосвязи (изоморфизма) между элементами (i) и

(*k*) в данном минерале, извлекаемом в данный кластер. Однако, достаточными эти условия могут стать лишь в том случае, когда они удовлетворяются всеми кластерами, полученными в процессе обогащения руды.

В случае, когда $\epsilon_i = \epsilon_k A_k^{(i)}$ исчезающе мало при данном значении ϵ_k , то технологический критерий связи соответственно имеет весьма малое численное значение и это может указывать на два обстоятельства: во-первых, химические элементы (*i*) и (*k*) в принятом технологическом процессе обогащения руды практически полностью разделяются друг от друга, во-вторых, между этими элементами нет непосредственной связи в руде.

В качестве производственного примера рассмотрим результаты разделительного процесса, приведенные в табл. 1 для молибденового и медного концентратов, полученных из руды Каджаранского месторождения.

Таблица 1

Определение технологического критерия связи $A_k^{(i)}$

Показатели	Ведущего элемента (<i>k</i>)	Сопутствующих элементов (<i>i</i>)			
Химические элементы	1 <i>Mo</i> , %	2 <i>Cu</i> , %	3 <i>S</i> , %	4 <i>Re</i> , г/т	5 <i>Se</i> , г/т

Исходная медно-молибденовая руда

Концентрация элементов	0,0541	0,318	0,70	0,28	2,10
------------------------	--------	-------	------	------	------

Молибденовый концентрат

Выход γ	0,0882				
Концентрация	50,49	0,49	35,05	260,0	198,0
$\frac{\beta_i}{\beta_k}$ в конц.	—	0,010	0,694	5,150	3,921
в руде	—	5,878	12,939	5,175	38,817
$A_k^{(i)}$	—	0,0017	0,0536	0,995	0,101
Извлечение ϵ	82,31	0,14	4,41	81,90	8,31

Медный концентрат

Химические элементы	2 <i>Cu</i> , %	1 <i>Mo</i> , %	3 <i>S</i> , %	4 <i>Re</i> , г/т	5 <i>Se</i> , г/т
Выход γ	1,342				
Концентрация элементов	18,32	0,051	32,73	0,27	119,0
$\frac{\beta_i}{\beta_k}$ в конц.	—	0,0027	1,786	1,015	6,496
в руде	—	0,1700	2,200	0,880	6,600
$A_k^{(i)}$	—	0,0158	0,812	0,017	0,984
Извлечение ϵ	77,31	1,22	62,77	1,31	76,10

Пронумеруем интересующие нас химические элементы: 1—молибден, 2—медь, 3—сера, 4—рений, 5—селен.

Рассмотрим данные, характеризующие молибденовый концентрат. Для рения и молибдена критерий $A_1^{(4)}$ устанавливает наличие усло-

вий изоморфизма по выражениям (4) и (5). Из-за возможной погрешности отбора проб и их анализа, реальное значение показателей составляет

$$A_1^{(4)} = 0,995, \quad \epsilon_1^{(4)} = 82,9\%, \quad \epsilon_1 = 82,3\%.$$

Изоморфизм рения и молибдена в кристаллической решетке минерала молибденита подтверждается статистическим постоянством отношения $\frac{\beta_4}{\beta_1}$ в руде, в минералогических образцах и любом продукте, отобранном из технологического процесса обогащения руды Каджаранского месторождения [5].

$$\frac{\beta_4}{\beta_1} = 5,0 \pm 0,2 \frac{z/m Re}{\% Mo}. \quad (6)$$

Для меди и молибдена критерий $A_1^{(2)} = 0,0017$ устанавливает практически полное разделение медных минералов от минерала молибденита, что соответствует весьма малой величине извлечения меди в молибденовый концентрат—0,14%.

Рассмотрим данные, характеризующие медный концентрат. Для селена и меди величина критерия $A_1^{(5)} = 0,984$ говорит о наличии большой связи между этими элементами. Действительно, значения показателей их извлечения практически очень близки: $\epsilon_1^{(5)} = 76,1\%$ и $\epsilon_2 = 77,3\%$. Из геохимических представлений известно, что ионы селена замещают ионы серы в решетке медного минерала—халькопирита [6]. Халькопирит является преимущественным сульфидным минералом в данной руде и поэтому имеет в себе преобладающее количество селена.

Высокая концентрация селена в молибденовом концентрате позволяет предположить наличие изоморфной связи селена с серой в кристаллической решетке минерала молибденита, однако, малая величина критерия $A_1^{(5)} = 0,101$ этого обстоятельства не отмечает.

Как мы видим, методология разделительного эксперимента оказывает существенную помощь минералогическим и геохимическим исследованиям в деле оценки связей химических элементов в руде, однако не исчерпывает всего многообразия связей элементов этой многомерной системы.

Более широкую картину взаимоотношений между химическими элементами в руде открывает применение методов теории неоднородности, разработанной в [7, 8] для одномерной статистической системы и распространенной в [9] на многомерный случай. Теория имеет целью исследование естественно-научного явления неоднородности природных объектов, к числу которых относятся месторождения полезных ископаемых (руд).

Распределение исследуемого химического элемента (и его носителя—рудного минерала) в недрах месторождения обычно характеризуется неравномерным размещением массы элемента в структурных частях, на которые разбивается месторождение в процессе геологической разведки. Под структурной частью условимся понимать определенную окрестность вокруг отбираемой при разведке месторождения геологической пробы. Концентрация элемента в пробе распространяется

на всю эту окрестность. Из множества структурных частей месторождения выделим подмножество частей, имеющих одинаковую концентрацию исследуемого элемента β . Обозначим через $\gamma(\beta)$ долю массы выделенного подмножества от общей массы руды, как отношение числа геологических проб в выделенном подмножестве к общему числу в системе (при условии, что массы геологических проб практически одинаковы).

Отложим на оси абсцисс все наблюдаемые в пробах значения концентрации исследуемого химического элемента и каждому значению поставим в соответствие величину $\gamma(\beta)$; тем самым мы получим распределение структурных частей системы по концентрации элемента. Функция $\gamma(\beta)$ формально совпадает с определением «плотности распределения вероятностей».

Описывая систему посредством функций $\gamma(\beta)$, мы отвлекаемся от заданного в определенных координатах места взятия геологических проб. В статистическом подходе к системе изначальные структурные части месторождения (пробы) группируются в статистические подмножества, независимо от привязки проб. Таким образом, мы переходим от системы «руда, залегающая в недрах месторождения» к статистическому представлению о руде, как о вероятностной системе, выраженной γ -распределением.

Каждому γ -распределению по уравнению связи (1) ставится в соответствие ε -распределение.

Методологическая особенность развиваемого теорией неоднородности нового подхода к изучению сложных систем состоит в сопоставлении функций $\gamma(\beta)$ и $\varepsilon(\beta)$.

Так, величина степени неоднородности системы по характеру распределения в ее структурных частях исследуемого к-того признака определяется выражением (7, 8).

$$L_k = \sum_{\Delta > 0} [\gamma(\beta_k) - \varepsilon(\beta_k)] = \sum_{\Delta > 0} \gamma(\beta_k) \left[1 - \frac{\beta_k}{\bar{\beta}} \right], \quad (7)$$

где символ $\Delta > 0$ означает, что суммирование ведется по положительным значениям разности функций.

L —критерий ограничен значениями

$$0 \leq L \leq 1 - \bar{\beta}. \quad (8)$$

Однородное размещение рассматриваемого признака в структурных частях системы определяется условием: концентрация признака в любой части системы должна быть равна его средней концентрации

$$\beta = \bar{\beta}. \quad (9)$$

Из выражения (7) в этом случае следует $L=0$. Отступление от условия (9) означает появление неоднородного размещения признака в структурных частях системы и в этом случае L —критерий определяет степень неоднородности этого размещения, характеризуемого γ -распределением.

Многомерная система характеризуется степенью неоднородности каждого признака, фиксируемого в ее структурных частях. В этом слу-

чае необходимо отличать спектр шкалированного признака (k) от сопутствующих ему спектров всех остальных признаков (i), фиксируемых в структурных частях шкалированного γ -распределения¹.

Таким образом, каждый из n исследуемых признаков многомерной системы один раз выступает в роли шкалированного и $n-1$ раз в роли сопутствующего признака.

Метод обнаружения и оценки относительной зависимости признаков основан на том соображении, что при наличии указанной зависимости спектр шкалированного признака (k) оказывает некоторое принуждение на формирование сопутствующих спектров всех остальных признаков (i) и это принуждение проявляется тем резче, чем больше реальная зависимость между признаками. Тогда интервальные значения β_i по шкале распределения $\gamma(\beta_k)$ можно представить в виде функции $\beta_i(\beta_k)$. Соответственно, интервальное значение сопутствующей функции извлечения будет

$$\varepsilon[\beta_i(\beta_k)] = \frac{\beta_i(\beta_k)}{\bar{\beta}_i} \gamma(\beta_k). \quad (10)$$

В работе [9] показано, что суммирование по всем интервалам шкалы положительных значений разности функций «шкалированного выхода проб» и «сопутствующего извлечения металла» дает величину относительной зависимости сопутствующего признака (i) от шкалированного признака (k).

$$L_i^{(1)} = \sum_{\Delta > 0} \{\gamma(\beta_k) - \varepsilon[\beta_i(\beta_k)]\} = \sum_{\Delta > 0} \gamma(\beta_k) \left[1 - \frac{\beta_i(\beta_k)}{\bar{\beta}_i} \right]. \quad (11)$$

Отметим, что каждый интервал концентрации вероятностного распределения шкалированного химического элемента характеризуется таким же набором типологических признаков, что и рассмотренные выше «технологические кластеры», полученные в процессе промышленного обогащения руды. Поэтому назовем интервал шкалы γ -распределения «вероятностным кластером».

Показанная нами аналогия между вероятностными кластерами (характеризующими статистическое разбиение системы на части) и технологическими кластерами (характеризующими реальное производственное разбиение природного объекта на части) дает основание использовать L -формализм теории неоднородности в исследовании многомерных систем любой природы, в которых поведение признаков выражается распределением.

Рассмотрим простейший пример системы с вариацией двух химических элементов: меди (1) и железа (2). В табл. 2 приведено распре-

¹ Процедура шкалирования спектра исследуемого признака заключается в разбиении размаха колебаний его концентрации на ограниченное количество интервалов с заданным шагом и в определении γ -распределения; в каждом интервале определяются усредненные концентрации шкалируемого химического элемента (k) и всех ему сопутствующих элементов (i). По шкалированной функции $\gamma(\beta_k)$ определяются: шкалированная функция $\varepsilon(\beta_k)$ и сопутствующие функции извлечения всех остальных элементов, как это показано ниже в таблицах 2 и 3.

Таблица 2

Эмпирические распределения проб геологической разведки (массы руды) и заключенной в них массы металлов меди (1) и железа (2) по шкалированному спектру концентрации меди (1). Шаг интервала шкалы 0,05%.

Ведущий элемент — медь						Сопутствующий элемент—железо		
№ интер- вала шкалы	Распреде- ление проб	Выход проб $\gamma(\beta_1)$	Средняя концентра- ция в ин- тервале β_1 %	Извлечение меди $\epsilon(\beta_2)$	Разность функций $\gamma(\beta_1) - \epsilon(\beta_1)$	Средняя концентра- ция в ин- тервале $\beta_2(\beta_1)$ %	Извлечение железа $\epsilon[\beta_2(\beta_1)]$	Разность функций $\gamma(\beta_1) - \epsilon[\beta_2(\beta_1)]$
1	8	0,02952	0,08000	0,00953	0,01999	4,58500	0,02596	0,00056
2	37	0,13653	0,12351	0,06827	0,06826	4,28027	0,12806	0,01147
3	49	0,18081	0,17040	0,12433	0,05648	4,47530	0,17318	0,00763
4	73	0,26937	0,21751	0,23691	0,03246	4,85105	0,27966	—
5	44	0,16236	0,26863	0,17600	—	4,59090	0,15952	0,00284
6	22	0,08118	0,31954	0,10468	—	4,86045	0,08444	—
7	14	0,05166	0,36500	0,07669	—	4,67642	0,05170	—
8	6	0,02214	0,41666	0,03722	—	4,87333	0,02300	—
9	5	0,01845	0,46600	0,03469	—	5,37800	0,02123	—
10	5	0,01845	0,51400	0,03826	—	5,15600	0,02035	—
11	2	0,00738	0,55000	0,01638	—	4,39500	0,00694	0,00044
13	1	0,00369	0,69000	0,01027	—	5,44000	0,00429	—
15	2	0,00738	0,76000	0,02263	—	4,37502	0,00691	0,00,47
17	1	0,00369	0,87000	0,01295	—	7,26000	0,00573	—
19	2	0,00738	1,07500	0,03201	—	5,63000	0,00888	—
Сумма	271	1,00		1,00		1,00		

Критерии	$\bar{\beta}_1 = 0,24780$	$L_1 = 0,17719$	$\bar{\beta}_2 = 4,67247$	$L_1^{(2)} = 0,02341$
----------	---------------------------	-----------------	---------------------------	-----------------------

деление наблюдательных данных по шкале концентрации меди $\gamma(\beta_1)$ с шагом интервала шкалы 0,05%. В табл. 3 приведено распределение наблюдательных данных по шкале концентрации железа $\gamma(\beta_2)$ с шагом интервала шкалы 0,50%. Таблицы представляют собой форму, в которой ЭВМ выдает эмпирическое распределение проб геологической разведки по заданным интервалам концентрации шкалированного химического элемента и выдает конечные результаты расчета статистических оценок: средней концентрации в объекте шкалированного химического элемента $\bar{\beta}_k$ и всех сопутствующих ему элементов $\bar{\beta}_i$, а также критериев L_k и $L_k^{(i)}$.

Составим по конечным результатам матрицу

$$\begin{matrix} L_1 & L_2^{(1)} \\ L_1^{(2)} & L_2 \end{matrix} \tag{12}$$

Диагональные члены матрицы представляют значения степени неоднородности распределения химических элементов в системе; недиагональные—значения относительной зависимости этих элементов. В случае большого количества рассматриваемых элементов, число членов матрицы возрастает (табл. 4 является примером матрицы для шести химических элементов).

Таблица 3

Эмпирические распределения проб геологической разведки (массы руды) и заключенной в них массы металлов железа (2) и меди (1) по шкалированному спектру концентрации железа (2). Шаг интервала шкалы 0,50 %.

Ведущий элемент -- железо						Сопутствующий элемент -- медь		
№ интервала шкалы	Распределение проб	Выход проб $\gamma(\beta_2)$	Средняя концентрация в интервале β_2 %	Извлечение железа $\epsilon(\beta_2)$	Разность функций $\gamma(\beta_2) - \epsilon(\beta_2)$	Средняя концентрация в интервале $\beta_1(\beta_2)$ %	Извлечение меди $\epsilon[\beta_1(\beta_2)]$	Разность функций $\gamma(\beta_2) - \epsilon[\beta_1(\beta_2)]$
1	1	—	—	—	—	—	—	—
2	1	—	—	—	—	—	—	—
3	1	0,00369	1,77000	0,00139	0,00230	0,27000	0,00402	—
4	1	0,00369	2,23000	0,00176	0,00193	0,27000	0,00402	—
5	5	0,01845	2,67800	0,01057	0,00588	0,22200	0,01652	0,00193
6	18	0,06642	3,32722	0,04729	0,01913	0,20777	0,05568	0,01074
7	42	0,15498	3,78666	0,12559	0,02939	0,22833	0,14279	0,01219
8	55	0,20235	4,25650	0,18489	0,01806	0,23336	0,19111	0,01184
9	62	0,22878	4,72741	0,22878	—	0,23351	0,21557	0,01321
10	43	0,15867	5,26348	0,17873	—	0,25632	0,16411	—
11	16	0,05904	5,70312	0,07206	—	0,26250	0,06253	—
12	13	0,04797	6,22153	0,06387	—	0,36846	0,07132	—
13	10	0,03690	6,67400	0,05270	—	0,30100	0,04482	—
14	2	0,00738	7,15000	0,01129	—	0,53500	0,01593	—
15	3	0,01107	7,74333	0,01834	—	0,26333	0,01176	—
Сумма	271	1,00		1,00		1,00		

Критерии

$\bar{\beta}_2 = 4,67249$
 $L_2 = 0,07867$
 $\bar{\beta}_2 = 0,24781$
 $L_2^{(1)} = 0,04991$

Таблица 4

Матрица относительной зависимости для шести химических элементов в медно-молибденовой руде

Сопутствующие признаки	Шкалированные признаки					
	Молибден 1	Медь 2	Сера 2	Рений 4	Селен 5	Железо 6
Молибден	0,3191	0,1756	0,1638	0,2988	0,2273	0,0827
1		55%	51%	94%	71%	26%
Медь	0,1056	0,1772	0,0864	0,1055	0,1109	0,0499
2	60%		49%	60%	63%	28%
Сера	0,0809	0,0738	0,2539	0,1034	0,1257	0,0870
3	32%	29%		41%	50%	34%
Рений	0,2827	0,1885	0,1913	0,3142	0,2724	0,1918
4	90%	60%	61%		87%	61%
Селен	0,1155	0,1362	0,0841	0,1122	0,2067	0,0505
5	56%	66%	41%	54%		24%
Железо	0,0308	0,0234	0,0327	0,0341	0,0308	0,0787
6	39%	30%	42%	43%	39%	
Средняя концентрация	0,0604 %	0,2478 %	0,8183 %	0,3322 г/т	4,99 г/т	4,6725 %
Шаг интервала шкалы	0,01 %	0,05 %	0,10 %	0,05 г/т	0,50 г/т	0,50 %

Согласно работе [9] область изменения критериев относительной зависимости определяется границами

$$0 \leq L_2^{(1)} \leq L_1; 0 \leq L_1^{(2)} \leq L_2. \quad (13)$$

Для определения степени близости (или удаленности) критериев относительной зависимости от своих граничных значений, предложен дополнительный критерий, характеризующий стадию относительной зависимости элементов [9]

$$E_2^{(1)} = \frac{L_2^{(1)}}{L_1} 100; E_1^{(2)} = \frac{L_1^{(2)}}{L_2} 100, \quad (14)$$

E —критерий указывает процент реализации данным значением $L_2^{(1)}$ своего предельного значения, равного L_1

Рассмотрим граничные условия.

Случай, когда

$$L_2^{(1)} = L_1 = L_2 = L_1^{(2)} \quad (15)$$

соответствует изоморфной взаимосвязи химических элементов, когда между концентрациями элементов имеется взаимно-однозначное соответствие по выражению (5).

При изоморфизме элементов имеем

$$E_2^{(1)} = E_1^{(2)} = 1. \quad (16)$$

Случай, когда

$$L_2^{(1)} = 0, L_1^{(2)} = 0 \quad (17)$$

означает отсутствие относительной зависимости элементов (но отнюдь не отсутствие корреляционной взаимосвязи, которая определяется другими условиями!) [9]. При этом

$$E_2^{(1)} = E_1^{(2)} = 0. \quad (18)$$

В табл. 4 представлена матрица относительной зависимости шести химических элементов: молибдена, меди, серы, рения, селена, железа (общего) в медно-молибденовой руде Каджаранского месторождения. Наблюдательные данные взяты по результатам геологического опробования штольни, пройденной на горизонте 2000 м в средней части рудного штокверка вкрест его простирания. Эта штольня характеризует состав руды, переработанной на обогатительной фабрике за десятки лет эксплуатации месторождения. Из журнала опробования данные перенесены вручную на карточки, которые в качестве исходных документов были переданы в ВЦ Ереванского государственного университета, где и проводилась обработка наблюдательных данных на ЭВМ. В эмпирических распределениях участвовала 271 проба (для рения 260 проб).

Поскольку выше с помощью разделительного эксперимента был доказан геохимический изоморфизм рения и молибдена в минерале молибдените, то посмотрим, какие указания даст по этому поводу матрица. Таблица 4 показывает следующее: во-первых, критерии степени неоднородности молибдена $L_1=0,3191$ и рения $L_4=0,3142$ практически

равны; во-вторых, критерии относительной зависимости рения от молибдена $L_1^{(4)} = 0,2827$ ($E_1^{(4)} = 90\%$) и молибдена от рения $L_4^{(1)} = 0,2988$ ($E_4^{(1)} = 94\%$) достаточно близки к показателям L_1 и L_4 .

Учитывая значительную погрешность массового химического определения весьма малых количеств рения в бедных по концентрации молибдена пробах геологической разведки, можно считать, что по данным 260 проб степень приближения $L_4^{(1)}$ к $L_1^{(4)}$ а также к L_1 и L_4 , вполне убедительно свидетельствует об изоморфной связи этих элементов в кристаллической решетке минерала молибденита.

Менее явно оцениваются связи селена. Сложность заключается в том, что селен в руде Каджаранского месторождения, по геохимическим представлениям, может замещать ионы серы в кристаллической решетке минералов: молибденита, халькопирита и пирита, представляющих основные стадии рудной минерализации на месторождении (полиметаллическая стадия весьма ограничена). Относительная зависимость селена (через серу) от минерала молибденита (т. е. от элемента—молибдена) составляет $L_1^{(5)} = 0,1155$ ($E_1^{(5)} = 56\%$); от минерала халькопирита (меди) — $L_2^{(5)} = 0,1362$ ($E_2^{(5)} = 66\%$). Эти данные говорят о наличии заметной зависимости с реализацией связи на уровне 56—66% от максимальной. За бортом нашего рассмотрения осталась еще пиритная сера, с которой также связан селен [6] (поскольку мы не разделили породообразующего железа от сульфидного). Проследим обратные связи: зависимость молибдена от селена составляет $L_5^{(1)} = 0,2273$, т. е. вдвое больше, чем $L_1^{(5)}$, с реализацией связи на 71% от максимальной; меди от селена $L_5^{(2)} = 0,1109$ ($E_5^{(2)} = 63\%$). Эти данные подчеркивают наличие «коррективных» связей селена: где есть молибден, там есть селен и где есть медь, там есть селен. Но там, где есть селен, там может быть и молибден, и медь, и пиритное железо.

Сера входит в состав трех преобладающих в руде минералов: молибденита, халькопирита и пирита. Здесь связи несомненны—они заданы вещественным составом этих минералов и определяются стехиометрическим отношением химических элементов. Коль скоро селен, по нашим представлениям, не может находиться вне связи с серой, то сравнительно малые уровни связей $L_3^{(5)} = 0,0841$ ($E_3^{(5)} = 41\%$) и $L_5^{(3)} = 0,1257$ ($E_5^{(3)} = 50\%$) объясняется тем, что связи идут по указанным минералам-носителям, а последние характеризуются здесь концентрациями молибдена и меди и, как показано выше, эти связи обнаруживаются вполне определенно. Кажущаяся «аномалия» в относительной зависимости пары элементов $S \rightleftharpoons Se$ может указывать на характерное для сложных систем явление эмерджентности, как непредвиденное осложнение связей [10].

Осталось рассмотреть взаимоотношения основных минералов, давших наименование руде. Из минералогического изучения месторождения [11] известно, что взаимоотношения молибденита и халькопирита (в сопровождении пирита) сложились вследствие наложения качественно различных и одновременных стадий минерализации. Поэтому матрица может дать интегральное представление. Оно сводится к следующему: относительная зависимость молибдена от меди $L_2^{(1)} = 0,1756$ (55%) почти вдвое больше, чем меди от молибдена $L_1^{(2)} = 0,1065$ (60%) с реализацией

связи на 55—60% от максимальной. Суждение об этом можно сформулировать так: где есть молибден, там присутствует медь, но где есть медь, там молибден может и не присутствовать, или присутствовать с малыми концентрациями. Это положение действительно имеет место на месторождении и полученные данные могут служить подтверждением наблюдаемой определенной зональности вкрест простирания штокверка [11].

Концентрация общего железа (породообразующего+сульфидного) привлечена к рассмотрению в матрице из соображений достаточно равномерного размещения общего железа на месторождении. Действительно, матрица показывает, что степень неоднородности месторождения по распределению общего железа весьма мала $L_6=0,0787$. Такое состояние системы, по сравнению с $L_1=0,3191$ или $L_2=0,1772$ можно считать практически однородным. Однако, Е-критерием показывает реализацию связи железа со всеми другими элементами на уровне 30—40% от максимальной, и связи ведущих элементов с железом на уровне 24—34%. Откуда такой заметный уровень реализации относительной зависимости при столь малом значении L_6 ? В этом может играть роль сульфидное железо, но скорее здесь обнаруживается значение «кинематических», наложенных извне, зависимостей, наличие которых можно объяснить одновременным присутствием в руде многих элементов. Эти вопросы сродни пороговому значению «шума» в многомерных зависимостях [12].

Диагональные члены матрицы представляют степень неоднородности распределения минерализации и характеризуют слабую неоднородность по молибдену, меди и сере (и, соответственно, рению и селену). Таким образом, статистический анализ подтверждает тот факт, что месторождение представлено единым штокверком со слабой неоднородностью рудной минерализации [13].

Представленные результаты являются первой попыткой применения L-формализма для характеристики отдельных сторон месторождения, как сложной системы. В сопоставлении с методами минералогического и технологического изучения месторождения, новый метод статистической характеристики неоднородности распределения признаков и их относительной зависимости в сложных системах [7, 9] дал весьма содержательные количественные оценки, показывающие степень сложности месторождения по этим факторам.

Нам приятно выразить признательность А. Т. Асланяну, А. Г. Худавердяну и В. М. Тер-Антоняну за обсуждения различных аспектов данной работы. Мы признательны Г. Г. Абрамяну за помощь в получении численных результатов на ЭВМ.

Институт геологических наук

АН Армянской ССР,

Армянский филиал научно-исследовательского
ин-та планирования и нормативов при

Госплане СССР,

Ереванский государственный
университет

Поступила 10. III. 1984.

ՀԱՆՔԱՎԱՅՐԻ ԸՆԴԵՐՔՈՒՄ ՔԻՄԻԱԿԱՆ ՏԱՐՐԵՐԻ ՀԱՐԱՔԵՐԱԿԱՆ
ԿԱԽՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌՈՒԹՅԱՆ
ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐՈՎ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Վ

Միներալներում տարրերի գեոքիմիական կապերի ուսումնասիրման և հանքանյութում միներալային ասոցիացիաների հետազոտման նպատակներով ներգրավված են տարանջատման գիտափորձի արդյունքները, ինչպես նաև հանքանյութում հետազոտվող քիմիական տարրի կոնցենտրացիայի տեղաբաշխման սոնոմասեռության աստիճանի և քննարկվող տարրի ցանկացած այլ տարրից հարաբերական կախվածության նոր վիճակագրական գնահատումները: Անհամասեռության աստիճանի մեծությունը հանդիսանում է վերահիշյալ հարաբերական կախվածության իրականացման վերին սահմանը: Հանքանյութը որպես բազմաչափ համակարգ բնութագրող վիճակագրական գնահատումները հիմնավորված են անհամասեռության տեսությամբ:

C. A. KARAMIAN, V. I. LUTSENKO, I. V. LUTSENKO

THE CHEMICAL ELEMENTS RELATIVE DEPENDENCE
DETERMINATION IN THE ORE DEPOSIT ENTRAILS;
BY METHODS OF THE HETEROGENEITY THEORY

A b s t r a c t

For studying the elements' geochemical connections in minerals and for investigation the mineral associations in an ore the results of a partitive experiment and new statistical evaluations of the investigated chemical element concentration distribution *heterogeneity degree* in an ore as well as the considered element *relative dependence* on the every other one are involved. The heterogeneity degree value is the upper limit of the mentioned relative dependence realization. Statistical evaluations, characterizing the ore as a multi-dimensional system, are substantiated by the heterogeneity theory.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Акмаева С. С., Акопян А. О., Карамян К. А., Луценко В. И. К вопросу об оценке благородных металлов Каджаранского медно-молибденового месторождения. Известия АН Арм.ССР, Науки о Земле, т. XXXIV, № 3, 1981.
2. Митрофанов С. И., Барский Л. А., Самыгин В. Д. Исследование полезных ископаемых на обогатимость, М., Недра, 1974.
3. Дюран Б., Оделл П. Кластерный анализ. М., Статистика, 1977.
4. Акмаева С. С. Технологическая оценка руд и концентратов по извлекаемому содержанию рассеянных элементов. Научные труды НИГМИ (Армнипроцветмет), Ереван, вып. II, 1961.
5. Луценко В. И., Акмаева С. С., О балансе распределения рассеянных металлов в продуктах обогащения. ДАН Арм. ССР, т. XXX, № 2, 1960.

6. Магакьян И. Г., Пиджян Г. О., Фарамазян А. С. и др. Редкие и благородные элементы в рудных формациях Арм.ССР, Изд. АН Арм.ССР, Ереван, 1972.
7. Луценко В. И., Луценко И. В., Тер-Антонян В. И. Критерий неоднородности одномерных статистических систем. ДАН Арм.ССР, т. LXXIV, № 5, 1982.
8. Луценко В. И., Луценко И. В., Тер-Антонян В. М., Теория неоднородности систем с вариацией одного признака. Изд. Ереванского университета, 1979.
9. Луценко В. И., Луценко И. В., Тер-Антонян В. М. Критерий относительной корреляции признаков в многомерных статистических системах. ДАН Арм. ССР, т. LXXVI, № 3, 1983.
10. Барский Л. А., Козин В. З. Системный анализ в обогащении полезных ископаемых. М., Недра, 1978.
11. Мкртчян С. С., Карамян К. А., Аревшатян Т. А., Каджаранское медно-молибденовое месторождение (геологическое строение, структура и условия образования), Изд. АН АрмССР, Ереван, 1969.
12. Айвазян С. А., Бежлева З. Н., Староверов О. В. Классификация многомерных наблюдений, М., Статистика, 1974.
13. Акопян А. Г., Луценко В. И., Раганян А. А. Учет особенностей руды Каджаранского месторождения в промышленной схеме обогащения. Сб. научных трудов Армнипроцветмета. Состояние минерально-сырьевой базы и перспективы рационального комплексного использования сырья в цветной металлургии Арм.ССР. Ереван, 1983.