

УДК: 528.14

А. Г. АФРИКЯН

СПОСОБ ИТЕРАЦИИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОДНОКРАТНОЙ
ОБРАТНОЙ ЗАСЕЧКИ

При вычислении координат пункта, определенного обратной однократной засечкой, используют формулы, данные в [3], которые требуют больших затрат времени при вычислительных работах

$$x_0 - x_3 = \frac{(x_1 - x_3) \operatorname{tg} \alpha_1 - (y_1 - y_3)}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_3} \quad (1)$$

$$y_0 - y_3 = (x_0 - x_3) \operatorname{tg} \alpha_3. \quad (2)$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_1 - y_3) \operatorname{ctg} \beta_2 + (x_3 - x_2)}{(x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (x_1 - x_3) \operatorname{ctg} \beta_2 - (y_3 - y_2)}. \quad (3)$$

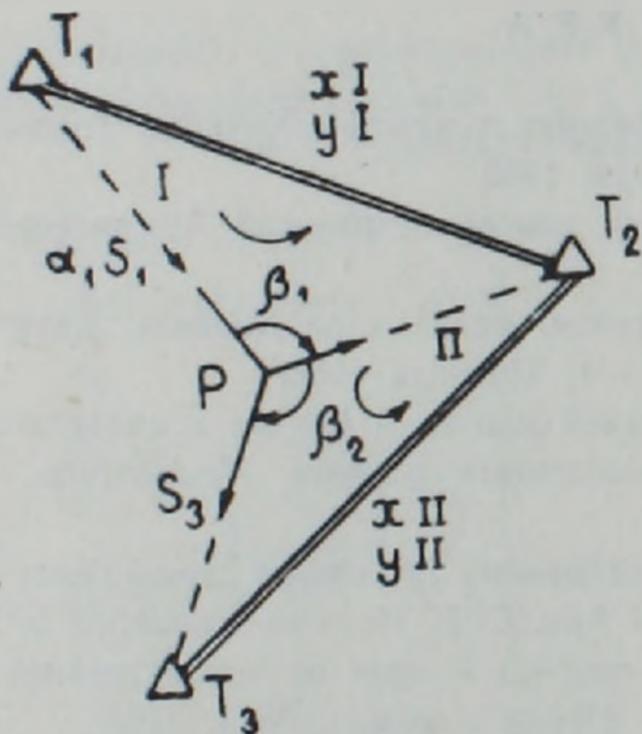


Рис. 1. Схема обратной однократной засечки.

В данной же работе показана возможность значительного сокращения объема вычислительных работ решаемой задачи с применением способа итерации Ньютона и ЭВМ.

Пусть нам даны координаты пунктов $T_1(x_1, y_1)$; $T_2(x_2, y_2)$; $T_3(x_3, y_3)$. На пункте P , координаты которого мы должны определить, измерены углы β_1, β_2 .

Согласно теории метода итераций перед вычислениями составляется схема засечки по способу Болотова, например, в масштабе $1:50000$, с которой графически

определяют приближенное значение длин сторон $S_1^{(0)}, S_2^{(0)}, S_3^{(0)}$, также приближенное значение дирекционного угла исходной стороны α_1 . Рассматривая полученные треугольники как полигоны и указав направление для всех линейных элементов, выбрав направления обходов в полигонах I и II, составляют для них условные уравнения координат (4).

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 v_{s_1} + \cos \alpha_2 v_{s_2} - 1/g \Delta y_1 v_{x_1} - 1/g \Delta y_2 v_{y_1} + w_{x_1} &= 0 \\ \sin \alpha_1 v_{s_1} + \sin \alpha_2 v_{s_2} + 1/g \Delta x_1 v_{x_1} + 1/g \Delta x_2 v_{y_1} + w_{y_1} &= 0 \\ -\cos \alpha_2 v_{s_2} + \cos \alpha_3 v_{s_3} + 1/g \Delta y_2 v_{x_2} - 1/g \Delta y_3 v_{y_2} + w_{x_2} &= 0 \\ -\sin \alpha_2 v_{s_2} + \sin \alpha_3 v_{s_3} - 1/g \Delta x_2 v_{x_2} + 1/g \Delta x_3 v_{y_2} + w_{y_2} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Учитывая, что

$$\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_1 = 0, \quad (5)$$

можно определить

$$\Delta y_1 = -(\Delta y_1 + \Delta y_2), \quad (6)$$

где Δy_1 — приращение координат между двумя соседними твердыми пунктами.

Аналогично:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_1 = 0 \quad (7)$$

$$-\Delta x_1 = \Delta x_1 + \Delta x_2. \quad (8)$$

В матричной форме условные уравнения имеют следующий вид:

$$A\Delta x + b = 0, \quad (9)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 & \cos\alpha_2 & 0 & 1/g\Delta y_I \\ \sin\alpha_1 & \sin\alpha_2 & 0 & -1/g\Delta x_I \\ 0 & -\cos\alpha_2 & \cos\alpha_3 & 1/g\Delta y_{II} \\ 0 & -\sin\alpha_2 & \sin\alpha_3 & -1/g\Delta x_{II} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$b = \begin{pmatrix} w_{x_1} \\ w_{y_1} \\ w_{x_2} \\ w_{y_2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\Delta x = \begin{pmatrix} v_{s_1} \\ v_{s_2} \\ v_{s_3} \\ v_{s_4} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Решить уравнение (9) можно, используя простой и модифицированный способы Ньютона, т. е. определить векторы поправок из соотношений:

$$\Delta x^{(p+1)} = - (A^{(p)})^{-1} \cdot b^{(p)} \quad (13)$$

$$\Delta x^{(p+1)} = - (A^{(0)})^{-1} \cdot b^{(p)}. \quad (14)$$

В простом способе Ньютона (13) для вычисления вектора поправок в каждой итерации применяется значение как матрицы A , так и вектора невязок. Однако на практике точное значение матрицы частных производных знать необязательно, поэтому существующая модификация метода Ньютона (14) предусматривает вычисление этой матрицы на первом шаге итерационного процесса, а в дальнейших итерациях можно ее не изменять. Число производимых итераций зависит от требуемой точности вычислений. После определения вектора поправок уточняются приближенные значения

$$S_i^{(0)} + v_{s_i}^{(p)} = S_i^{(p)} \quad (15)$$

$$\alpha_1^{(0)} + v_{\alpha_1}^{(p)} = \alpha_1^{(p)}. \quad (16)$$

Для решения этой задачи по простому и модифицированному способу Ньютона составлены прилагаемые к работе программы на «Наири-К». В качестве примера было рассмотрено определение координат пункта, полученного обратной однократной засечкой, используя данные примера № 2 на стр. 246 «Практикума по геодезии» В. Г. Селиханович и др. [3].

Результаты вычислений приведены в таблице.

№ итер.	α_1 0 ' "	S_1 м	S_2 м	S_3 м	x_p м	y_p м
I	324°	3000	1650	2000	11197,184	5026,987
II	323 57 19,9	3133,813	1734,958	1739,468	11116,357	5094,999
III	323 57 20,0	3133,817	1734,936	1739,490	11116,348	5095,007
					11116,347	5095,007

Для сравнения в последней строке таблицы приведены координаты x_p , y_p , взятые из учебника «Практикум по геодезии» при решении данного примера.

Ереванский политехнический
институт

Поступила 13. V. 1983.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Голубев В. В., Лаврентьев М. А. Программирование на ЭВМ «Наири-К». ч. II, Москва, МИИГАиК, 1975.
2. Демидович Марон Б. П. Основы вычислительной математики. Наука, 1970.
3. Селиханович В. Г. Практикум по геодезии. Недра, М., 1978.