Известия АН АрмССР, Науки о Земле, XXXVI, № 4, 77—82, 1983

УДК. 624.131.1 : 528.024

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

А. М. БАРХУДАРЯН, П. В. АМБАРЦУМЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

Метод гидродинамического нивелирования находит достаточно широкое применение в инженерной геодезии. Он используется при различных строительных работах, при монтаже крупногабаритного оборудования на атомных электростанциях и заводах, при наблюдениях за осадками и деформациями сооружений.

В практике геодезических измерений применяется как разомкнутая, так и замкнутая система гидродинамического нивелирования. Для разомкнутой системы теоретически исследованы как характер движения жидкости, вопросы времени стационаризации, так и стационарный режим движения в системе [1, 2].

При исследовании теории гидронивелирования [3] рассмотрен случай с симметричным расположением датчиков в замкнутой системе при одинаковой длине и диаметре соединяющих труб.

Теоретический и практический интерес представляет случай замкнутой системы при различных длинах отдельных участков соединительных труб.

Предположим замкнутая система (рис. 1) состоит из m датчиков и из уравнительного бака. Система залита токопроводящей жидкостью, которая в начале цикла измерения находится в равновесии. Для осуществления измерения уравнительный бак поднимают со скоростью U и жидкость перемещается к датчикам, непрерывно поднимая уровень жидкости в них. При непрерывном равномерном подъеме уравнительного бака движение жидкости в системе сначала носит нестабильный (нестационарный) характер. Измерения можно производить лишь по истечении некоторого времени, когда движение в системе практически можно считать установившимся.

Целью настоящей статьи является исследование стационарного режима движения жидкости в замкнутой несимметричной системе гидродинамического нивелирования (рис. 1).

В замкнутой системе в общем случае имеется один граничный датчик, в который жидкость поступает с обеих сторон по трубам, соединенным с ним. Граничным датчиком замкнутая система делится на две ветви. Жидкость из уравнительного бака по обеим ветвям двигается по направлению к граничному датчику, вызывая при этом изменение уровня жидкости в датчиках, установленных на этих ветвях.

В зависимости от числа датчиков в системе и параметров соединяющих труб, граничным может быть любой из датчиков. В частном случае в системе могут оказаться два граничных датчика причем они будут обязательно соседними и жидкость в соединяющем их участке трубопровода будет находиться в покое.

При стационарном режиме скорости поднятия уровня жидкости u в датчиках и в уравнительном баке будут одинаковыми [1, 2, 3] и равны:

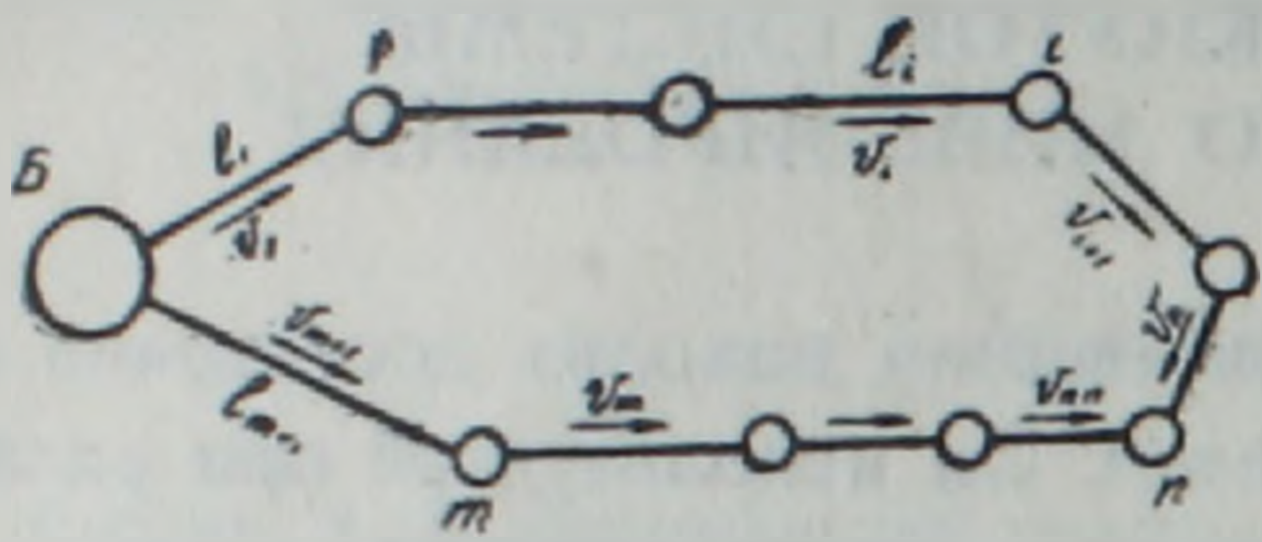

Рис. 1.

$$u = \frac{UF_0}{F_0 + mF}, \qquad (1)$$

где F_0 —площадь свободной поверхности жидкости в уравнительном баке; F—площадь сечения датчика.

Объем жидкости, накапливаемой в каждом датчике за единицу времени, будет:

$$Q = uF = \frac{UF_0F}{F_0 + mF}. \qquad (2)$$

Предположим, что граничным является n-ый датчик. Допустим, в граничный датчик η часть расхода Q поступает по ветви $Б—1—n$, а $1—\eta$ часть—по ветви $Б$-m-n. Тогда средние скорости движения жидкости v в отдельных участках ветви $Б$-1-n, т. е. при $i<n$ будут:

$$v_1 = u\frac{F}{\omega}(n - 1 + \eta)$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$v_i = u\frac{F}{\omega}(n - i + \eta) \qquad (3)$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$v_n = u\frac{F}{\omega}\eta,$$

а в участках ветви Б-$m - n$, т. е. при $i > n$, будут:

$$v_{n+1} = u\frac{F}{\omega}(1 - \eta)$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$v_i = u\frac{F}{\omega}(i - n - \eta) \qquad (4)$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$v_{m+1} = u\frac{F}{\omega}(m - n + 1 - \eta),$$

где ω—площадь сечения трубопровода.

Направления движения жидкости в отдельных участках трубопровода показаны на рис. 1.

При ламинарном режиме движения жидкости в системе гидродинамического нивелирования потери энергии в отдельных участках считают по формуле [1]:

$$h_i = k_i v_i , \tag{5}$$

где $k_i = (1 + \beta) \dfrac{32 \nu l_i}{g d^2}$, β — коэффициент, учитывающий местные сопротивления; ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости; l_i — длина трубы i-го участка; d — диаметр трубопровода.

Написав уравнение Бернулли относительно уровней жидкости в уравнительном баке и в n-ом датчике и учитывая, что при стационарном режиме кинетические энергии одинаковы, получим:

$$z_0 - z_n = \sum_{i=1}^{n} k_i v_i \quad \text{при} \quad i < n$$

$$z_0 - z_n = \sum_{n+1}^{m+1} k_i v_i \quad \text{при} \quad i > n, \tag{6}$$

где z_0—высота уровня жидкости в уравнительном баке относительно плоскости сравнения; z_n—высота уровня жидкости в датчике относительно той же плоскости.

Так как разность уровней жидкости в уравнительном баке и в граничном датчике в обоих случаях (подсчитанные по двум ветвям) одна и та же величина, то из (6), учитывая (3), (4) и (5) получим:

$$\sum_{i=1}^{n} k_i (n - i + \eta) = \sum_{i=n+1}^{m+1} k_i (i - n - \eta), \tag{7}$$

или преобразовав

$$\sum_{i=1}^{n} k_i (n - i + \eta) + \sum_{i=n+1}^{m+1} k_i (n - i + \eta) = 0 ,$$

вместо уравнения (7) получим:

$$n \sum_{i=1}^{m+1} k_i - \sum_{i=1}^{m+1} i k_i + \eta \sum_{i=1}^{m+1} k_i = 0 . \tag{8}$$

В уравнении (8) имеются две неизвестные—n и η. Однако вместе с этим имеются следующие ограничения:

а) n—натуральное число; б) $\eta \in [0;\ 1]$.

Ищем решение уравнения (8), удовлетворяющее указанным ограничениям.

Сначала рассматриваем дискретную функцию вида:

$$y_n = n \sum_{i=1}^{m+1} k_i - \sum_{i=1}^{m+1} i k_i . \tag{9}$$

Вводя обозначения $a = \sum_{i=1}^{m+1} k_i$, $b = \sum_{i=1}^{m+1} i k_i$, получим:

$$y_n = na - b . \tag{10}$$

Если считать n недискретным аргументом, то тогда y_n будет функцией непрерывного аргумента, притом линейна относительно независимой переменной, которая представляет прямую линию на плоскости noy. Отсюда можно сделать следующее заключение, что совокупность точек (n, y_n) находится на прямой, которая от оси y отсекает отрезок $-b$ и имеет угловой коэффициент a.

Если к этой дискретной функции добавить величину, зависящую от параметра η (который меняется в промежутке $[0; 1]$), то прямая, на которой находится наше множество

$$y_n = na - b + \eta a, \tag{11}$$

будет перемещаться по вертикали в полосе высотой a, притом точки нашего множества будут расположены на прямых, параллельных оси y. При этом нижняя граница этой полосы совпадает с прямой, на которой находится первоначальное множество (10).

Так как нас интересуют только те значения y_n множества (11), которые совпадают с значением $y=0$, то их получаем при сравнении множеств:

$$\begin{aligned} y_1 &\in [a - b; \quad 2a - b] \\ y_2 &\in [2a - b; \quad 3a - b] \\ &\dots\dots\dots\dots \\ y_m &\in [ma - b; \quad ma + a - b]. \end{aligned} \tag{14}$$

Сравнение показывает при каком значении n, значение $y=0$ принадлежит множеству:

$$y_n = \sum_{i=1}^{m+1} k_i (n - i + \eta).$$

Для наглядности наши рассуждения иллюстрируются графиком, построенным для решенного примера (рис. 2).

Имея значение n из уравнения

$$na - b + \eta a = 0$$

определяем значение η:

$$\eta = \frac{b - na}{a}.$$

Рассмотрим пример

Предположим в замкнутой системе гидродинамического нивелирования установлены 10 датчиков с трубами одинакового диаметра, при следующих длинах отдельных участков:

$$l_1 = l_2 = l_3 = 3l,$$
$$l_4 = l_5 = l_6 = l_7 = l_8 = l_9 = l_{10} = l_{11} = l.$$

Тогда

$$k_1 = k_2 = k_3 = 3k,$$
$$k_4 = k_5 = k_6 = k_7 = k_8 = k_9 = k_{10} = k_{11} = k.$$

$$a=\sum_{i=1}^{11} k_i = 17k\,,$$

$$b=\sum_{i=1}^{11} i k_i = 78k\,,$$

$$y_n = k\,(17n - 78 + 17\eta)\,.$$

Точки множества будут расположены на отрезках, параллельных оси y (рис. 2), причем совокупность точек $(n,\, y_n)$ при $\eta=0$ находится на прямой 1, а при $\eta=1$—на прямой 2.

Из графики видно, что граничным является 4-ый датчик и при этом $\eta=0.59$.

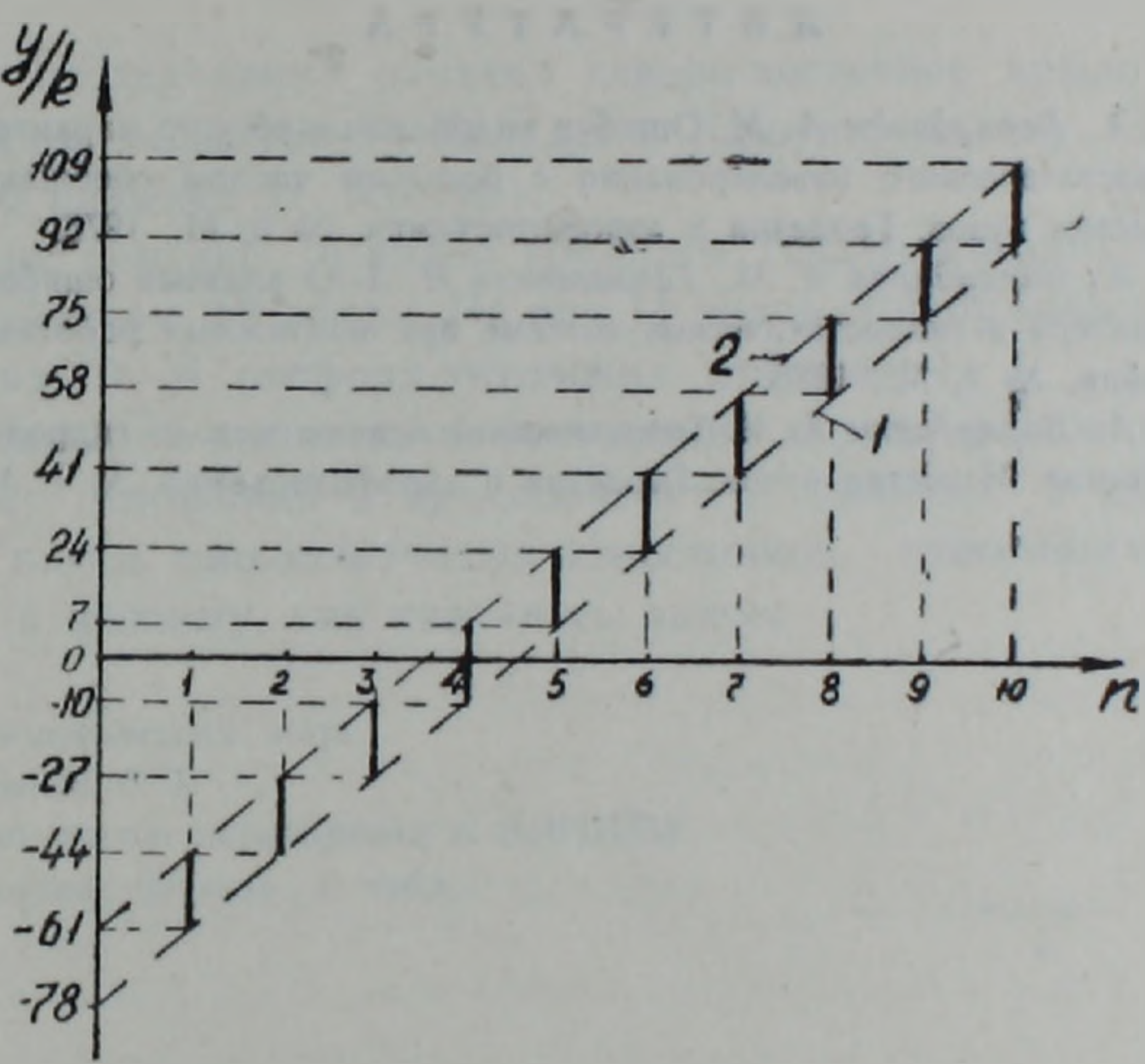

Рис. 2.

Такое же значение $n=4$ получается и из сравнений множеств (14):

$$\begin{aligned}
y_1 &\in [-61k; & -44k]\\
y_2 &\in [-44k; & -27k]\\
y_3 &\in [-27k; & -10k]\\
y_4 &\in [-10k; & -7k]\\
y_5 &\in [7k; & 24k]\\
y_6 &\in [24k; & 41k]\\
y_7 &\in [41k; & 58k]\\
y_8 &\in [58k; & 75k]\\
y_9 &\in [75k; & 92k]\\
y_{10} &\in [92k; & 109k].
\end{aligned}$$

Легко определить, что значение $y=0$ принадлежит множеству J_4 т. е. множеству $[-10k:7k]$.

Проведенные теоретические исследования позволяют найти граничный датчик для любой замкнутой системы и определить доли расхода жидкости, поступающие в него по отдельным ветвям. Это даст возможность расчет замкнутой системы гидродинамического нивелирования вести как для отдельных разомкнутых систем.

Как замкнутые, так и разомкнутые системы гидродинамического нивелирования могут быть использованы также для определения деформации земной коры и оползневых масс.

Ереванский политехнический институт

Поступила 16. IV. 1982.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мовсесян Р. А., Бархударян А. М.* Ошибки гидродинамического характера в системе для гидростатического нивелирования с большим числом сообщающихся сосудов. Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, № 6, М., 1975.
2. *Мовсесян Р. А., Бархударян А. М., Таплашвили И. А.* О влиянии ошибок динамического характера в гидростатической системе при монтажных работах. Геодезия и картография, № 1, М., 1975.
3. *Мовсесян Р. А., Бархударян А. М.* Теоретические основы метода гидродинамического нивелирования. Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, № 1, М., 1976.