

УДК 550.837.218

В. Б. ГАМОЯН

## ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ БЛУЖДАЮЩИХ ТОКОВ ПРИ НАЛИЧИИ ПЛАСТООБРАЗНОГО ТЕЛА

Статья посвящена изучению характера распределения потенциала поля блуждающих токов (БТ) от узкоколейных электрифицированных железнодорожных линий рудников в неоднородной среде при наличии пластообразного тела, расположенного в контакте двух пород с разными удельными электрическими сопротивлениями. Представлены математические формулы, выражающие распределение потенциала поля.

С помощью выведенных математических выражений вычислены кривые распределения потенциала поля БТ при наличии хорошо проводящего пластообразного тела бесконечного простирання. Аномалия потенциала блуждающих токов, вызванная хорошо проводящим телом, характеризуется высоким градиентом над границами и постоянным значением над центральной его частью.

Предположим, что хорошо проводящая рудная жила мощностью  $d_2$  ограничена от вмещающих пород плоскими вертикальными границами раздела, пересекается горизонтальной транспортной выработкой и протягивается бесконечно вверх и вниз.

Часть окружающей среды, находящуюся по левую сторону от жилы, обозначим 1-ой, рудную жилу—2-ой, а часть, находящуюся по правую сторону от жилы—3-ей. Примем удельное электрическое сопротивление первой части среды  $\rho_1$ , 2-ой части— $\rho_2$ , 3-ей части— $\rho_3$ . Представим транспортную горную выработку «линейно-двухполюсным» источником [1], расположенным таким образом, чтобы блуждающие токи от рельсов в окружающую среду стекали в пределах 1-ой и 2-ой частей и обратно протекали в рельсы в пределах 3-ей части среды. Обозначим буквами  $d_1$ ,  $d_2$  и  $d_3$  части источника, расположенные в 1-ой, 2-ой и 3-ей частях среды соответственно.

Для рассмотрения распределения поля в условиях решаемой задачи найдем значения потенциалов от точечных источников  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  взамен частей  $d_1$ ,  $d_2$  и  $d_3$  «линейно-двухполюсного» источника в отдельности (рис. 1), после чего путем интегрирования найденных значений по текущей координате заданного источника и суммирования полученных интегралов, определим потенциалы в каждой из трех частей среды.

Найдем для начала значение потенциала, создаваемого первой частью «линейно-двухполюсного» источника в точках каждой из трех частей среды. Предположим, что имеется точечный источник  $A_1$ , расположенный на расстоянии  $d_1$  от плоскости  $CC'$  (в точке положительного полюса заданного источника).

Введем поиски непосредственно путем интегрирования уравнения Лапласа.

Потенциальные функции в каждой из трех частей среды от точечного источника  $A_1$  обозначим через  $U_{11}^{(1)}$ ,  $U_{12}^{(1)}$  и  $U_{13}^{(1)}$ . Они все должны удовлетворять уравнению Лапласа, представленному в системе цилиндрических координат с началом в точке положительного полюса «линейно-двухполюсного» источника и осью, направленной по источнику (рис. 1).

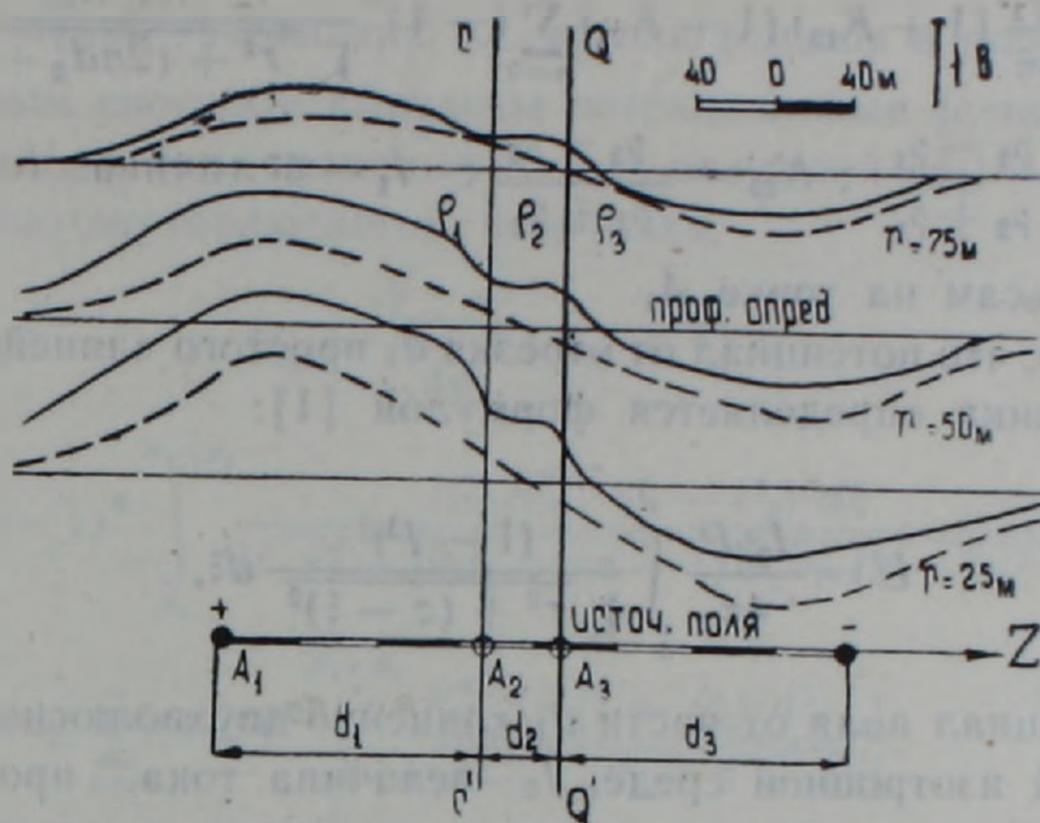


Рис. 1. Графики потенциала поля «линейно-двухполюсного» источника, полученные теоретическими расчетами для двух случаев: 1) хорошопроводящее пластообразное тело с удельным электрическим сопротивлением  $\rho_2 = 10$  ом·м расположено в контакте двух пород с удельными электрическими сопротивлениями  $\rho_1 = 550$  ом·м,  $\rho_3 = 100$  ом·м, при  $d_1 = 135$  м,  $d_2 = 40$  м,  $d_3 = 145$  м: (сплошные графики); 2) однородная изотропная среда с удельным электрическим сопротивлением  $\rho = 200$  ом·м, при длине источника, равной  $d_1 + d_2 + d_3$  (пунктирные графики).

Согласно методу, разработанному Фурье, в качестве общего интеграла уравнения Лапласа, удовлетворяющего решаемой задаче, можно взять выражение [2]:

$$U(r, z) = \int_0^{\infty} A e^{-mz} J_0(mr) dm + \int_0^{\infty} B e^{mz} J_0(mr) dm. \quad (1)$$

Воспользуясь общей формулой решения уравнения Лапласа (1), исходя из граничных и предельных условий решаемой задачи [2], для потенциалов точечного источника  $A_1$  в трех заданных средах выведены следующие математические выражения:

$$U_{11}^{(1)} = \frac{I_1 \rho_1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^{n+1} K_{23}^n}{\sqrt{r^2 + [2(d_1 + nd_2) - z]^2}} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^n K_{23}^{n+1}}{\sqrt{r^2 + [2d_1 + 2(n+1)d_2 - z]^2}} \right\}; \quad (2)$$

$$U_{12}^{(r)} = \frac{I_1 \rho_1}{4\pi} \left\{ (1 + K_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^n K_{23}^n}{\sqrt{r^2 + (2nd_2 + z)^2}} + \right. \\ \left. + (1 + K_{12}) K_{23} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^n K_{23}^n}{\sqrt{r^2 + [2d_1 + 2(n+1)d_2 + z]^2}} \right\}; \quad (3)$$

$$U_{13}^{(r)} = \frac{I_1 \rho_1}{4\pi} (1 + K_{12}) (1 + K_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^n K_{23}^n}{\sqrt{r^2 + (2nd_2 + z)^2}}, \quad (4)$$

где  $K_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ ;  $K_{23} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2}$ ;  $I_1$  — величина тока, протекающего по рельсам на точке  $A_1$ .

Известно, что потенциал от отрезка  $d_1$  простого «линейно-двухполюсного» источника определяется формулой [1]:

$$U = \frac{I_0 \rho P}{4\pi} \int_0^{d_1} \frac{(1-P)^{\xi}}{\sqrt{r^2 + (z-\xi)^2}} d\xi, \quad (5)$$

где  $U$  — потенциал поля от части  $d_1$  «линейно-двухполюсного» источника в однородной изотропной среде;  $I_0$  — величина тока, протекающего по рельсам на точке соединения контакта источника;  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление среды;

$$P = \frac{\Delta R_p}{\Delta R_p + \Delta R_k};$$

$\Delta R_p$  — сопротивление элементарной части рельса;  $\Delta R_k$  — сопротивление заземления элементарной части рельса;  $r, z$  — координаты точки определения потенциала,  $\xi$  — текущая координата по рельсу.

Совместным решением уравнений (2), (3) и (4) с уравнением (5) получим математические выражения для потенциалов от части «линейно-двухполюсного» источника.

$$U_{11} = \frac{I_1 \rho_1 P_1}{4\pi} \int_0^{d_1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-\xi)^2}} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^{n+1} K_{23}^n}{\sqrt{r^2 + [2(d_1 + nd_2) - (z-\xi)]^2}} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^n K_{23}^{n+1}}{\sqrt{r^2 + [2d_1 + 2(n+1)d_2 - (z-\xi)]^2}} \right\} \cdot (1-P_1)^{\xi} d\xi; \quad (6)$$

$$U_{12} = \frac{I_1 \rho_1 P_1}{4\pi} \int_0^{d_1} \left\{ (1 + K_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^n K_{23}^n}{\sqrt{r^2 + [2nd_2 + (z-\xi)]^2}} + (1 + K_{12}) K_{23} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^n K_{23}^n}{\sqrt{r^2 + [2d_1 + 2(n+1)d_2 + (z-\xi)]^2}} \right\} \cdot (1-P_1)^{\xi} d\xi; \quad (7)$$

$$U_{13} = \frac{I_1 \rho_1 P_1}{4\pi} (1 + K_{12}) (1 + K_{23}) \int_0^{d_1} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^n K_{23}^n (1 - P)^{\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + [2nd_2 + (z - \xi)]^2}}, \quad (8)$$

где  $P_1 = \frac{\Delta R_p}{\Delta R_p + \Delta R_{k_1}}$ ;

$\Delta R_{k_1}$  — сопротивление заземления  $\Delta l$  отрезка рельсов в породах с  $\rho = \rho_1$ .

Аналогичным способом выведены потенциальные функции  $U_{21}$ ,  $U_{22}$ ,  $U_{23}$ ,  $U_{31}$ ,  $U_{32}$ , и  $U_{33}$  в трех заданных средах от второй ( $d_2$ ) и третьей ( $d_3$ ) частей «линейно-двухполюсного» источника.

$$U_{21} = \frac{I_2 \rho_2 P_2}{4\pi} (K_{12} + 1) \times$$

$$\times \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{K_{21}^n K_{32}^{n+1} (1 - P_2)^{\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + [2d_1 + (n+1)d_2 + (z - \xi)]^2}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{K_{21}^n K_{32}^n (1 - P_2)^{\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + (2d_2 + z - \xi)^2}} \right\}; \quad (9)$$

$$U_{22} = \frac{I_2 \rho_2 P_2}{4\pi} \left\{ \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{(1 - P_2)^{\xi}}{\sqrt{r^2 + (z - \xi)^2}} + \right.$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{K_{12} \cdot K_{21}^n \cdot K_{22}^{n+1} (1 - P_2)^{\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + [(n+1)d_1 + (z - \xi)]^2}} + \right.$$

$$+ K_{12} \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{K_{21}^n K_{32}^n (1 - P_2)^{\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + (nd_2 + d_1 + z - \xi)^2}} +$$

$$+ K_{32} \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{K_{21}^n K_{32}^n (1 - P_2)^{\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + [d_1 + (n+1)d_2 + z - \xi]^2}} -$$

$$\left. \left. - K_{32} \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{K_{21}^{n+1} K_{32}^n (1 - P_2)^{\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + [(n+1)d_2 + z - \xi]^2}} \right] \right\}; \quad (10)$$

$$U_{23} = \frac{I_2 \rho_2 P_2}{4\pi} (K_{32} + 1) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{K_{21}^n K_{32}^n (1 - P_2)^{\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + (nd_2 + z - \xi)^2}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{K_{21}^{n+1} K_{32}^n (1 - P_2)^{\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + (nd_2 + z - \xi - d_1)^2}} \right\}; \quad (11)$$

$$U_{33} = - \frac{I_3 \rho_3 P_3}{4\pi} \int_{d_1+d_2}^D \left\{ \frac{(1 - P_3)^{D-\xi}}{\sqrt{r^2 + (z - \xi)^2}} + \right.$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{K_{12}^n K_{23}^n (1 - P_3)^{D-\xi}}{\sqrt{r^2 + [2(d_3 + nd_2) - (z - \xi)]^2}} + \frac{K_{12}^n K_{23}^n (1 - P_3)^{D-\xi}}{\sqrt{r^2 + [2d_3 + 2(n+1)d_2 - (z - \xi)]^2}} \right] d\xi; \quad (12)$$

$$U_{32} = -\frac{I_3 \rho_3 P_3}{4\pi} (1 - K_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int_{d_1+d_2}^D \left[ \frac{K_{12}^n K_{23}^n (1 - P_3)^{D-\xi}}{\sqrt{r^2 + [2nd_2 + (z - \xi)]^2}} - \frac{K_{21}^n K_2^n (1 - P_3)^{D-\xi}}{\sqrt{r^2 + [2d_3 + 2(n+1)d_2 + (z - \xi)]^2}} \right] d\xi; \quad (13)$$

$$U_{31} = -\frac{I_3 \rho_3 P_3}{4\pi} (1 - K_{23}) (1 - K_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{K_{12}^n K_{23}^n (1 - P_3)^{D-\xi} d\xi}{\sqrt{r^2 + [2nd_2 + (z - \xi)]^2}}, \quad (14)$$

где  $D = d_1 + d_2 + d_3$ ;  $P_2 = \frac{\Delta R_p}{\Delta R_p + \Delta R_{k_2}}$ ;  $P_3 = \frac{\Delta R_p}{\Delta R_p + \Delta R_{k_3}}$ ;

$\Delta R_{k_2}$  и  $\Delta R_{k_3}$  — сопротивления заземления  $\Delta l$  отрезка рельса в средах с  $\rho = \rho_2$  и  $\rho = \rho_3$  соответственно.

Потенциал поля «линейно-двухполюсного» источника можно получить путем суммирования потенциалов от  $d_1$ ,  $d_2$  и  $d_3$  частей его. Потенциал в первой части среды  $U_{p_1} = U_{11} + U_{21} + U_{31}$ , во второй части —  $U_{p_2} = U_{12} + U_{22} + U_{32}$ , в третьей части —  $U_{p_3} = U_{13} + U_{23} + U_{33}$ .

В формулах (9), (10), (11), (12), (13) и (14)  $I_2$  и  $I_3$  представляют из себя величины тока, протекающего по рельсам в точках  $A_2$  ( $\xi = d_1$ ) и  $A_3$  ( $\xi = d_2$ ) (рис. 1). Их можно определить, имея величину  $I_1$  и пользуясь известной закономерностью распределения тока в среде от «линейно-двухполюсного» источника  $I_i = I_1 (1 - P)^i$  [1]:

$$I_2 = I_1 (1 - P_2)^1; \quad I_3 = I_1 (1 - P_2)^1 \times (1 - P_3)^1.$$

Для графического изображения поведения потенциала поля с помощью выведенных формул на ЭВМ вычислены кривые потенциала по профилям, параллельным оси  $Z$ , для случаев при наличии хорошопроводящего пластообразного тела, расположенного в контакте двух пород с параметрами среды  $d_1 = 135$  м,  $d_2 = 40$  м,  $d_3 = 145$  м,  $\rho_1 = 550$  ом·м,  $\rho_2 = 10$  ом·м,  $\rho_3 = 100$  ом·м и при однородной среде с удельным электрическим сопротивлением  $\rho = 200$  ом·м.

Кривые потенциала, полученные при однородной и неоднородной средах, четко отличаются друг от друга. При неоднородной среде значения потенциала в пределах пород с  $\rho = \rho_1$  в 1,5 раза больше, а в пределах пород с  $\rho = \rho_3$  во столько же раз меньше значений потенциала при однородной среде с  $\rho = 200$  ом·м. При неоднородной среде выделяется аномалия и в пределах хорошопроводящего пластообразного тела. Отличительной чертой аномалии, вызванной хорошопроводящим телом, служит высокий градиент над границами и постоянство потенциала над

центральной частью его. Это может служить предвестником геологической разведки методом блуждающих токов.

Ордена Трудового Красного Знамени  
Институт геофизики и инженерной сейсмологии  
АН Армянской ССР

Поступила 17. II. 1982.

Վ. Բ. ԳԱՄՈՅԱՆ

ԹԱՓԱՌՈՂ ՀՈՍԱՆՔՆԵՐԻ ԴԱՇՏԻ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԸ  
ՇԵՐՏԱԶԵՎ ՄԱՐՄՆԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հոդվածը նվիրված է հանքերի էլեկտրիֆիկացված երկաթուղային գծերից առաջացած թափառող հոսանքների դաշտի բնույթի ուսումնասիրմանը՝ անհամասեռ միջավայրում շերտաձև մարմնի առկայության դեպքում: Ներկայացված են դաշտի պոտենցիալը սրտահայտող մաթեմատիկական բանաձևեր: Ստացված բանաձևերի օգնությամբ հաշվված են թափառող հոսանքների դաշտի պոտենցիալի կորերը անվերջ տարածում ունեցող լավ հաղորդիչ շերտաձև մարմնի առկայության դեպքում:

Մարմնի առաջացրած լանոմալիան բնութագրվում է նրա կոնտակտների շրջանում պոտենցիալի թռիչքային փոփոխությամբ և վերջինիս հաստատուն արժեքով մարմնի սահմաններում:

V. B. GAMOYAN

STRAY CURRENTS FIELD POTENTIAL IN THE PRESENCE OF  
A BEDIFORM BODY

Abstract

The results of character study of stray currents field potential originated from narrow-gauge line of mines in heterogeneous medium if there is a bediform body disposed in the contact zone of two rocks with different specific electric resistance are brought in this paper. Mathematical formulas are presented expressing the field potential. By means of deduced mathematical expressions the field potential curves of stray currents are calculated in the presence of extremely stretching good conducting bediform body. The body field anomaly is characterized by the potential values sharp changing at its contacts and by their constancy within the body contours.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гамоян В. Б., Лулечян Е. М. Характер поля блуждающих токов при наличии плоской вертикальной границы раздела разнородных пород. Известия АН Арм.ССР, Науки о Земле, № 1, 1980.
2. Заборовский А. И. Электроразведка. Гостоптехиздат, М., 1963.