

УДК 624.131.1

Р. П. МАРТИРОСЯН

## ВОЛНА ЖЕСТКОЙ РАЗГРУЗКИ В ГРУНТЕ С ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ДИЛАТАНСИЕЙ

Изучение поведения грунтов с зернисто-дисперсной структурой при кратковременных динамических воздействиях является очень важным для инженерной сейсмологии.

Основные экспериментально установленные факты, выявившие характер влияния динамической нагрузки на механические свойства грунтов (в основном песчаных), сводятся к тому, что динамическое воздействие вызывает изменение деформационных и прочностных свойств грунта (падение прочности до 25—70%). Это явление объясняется разрушением его структурных связей и перераспределением плотности грунта по глубине.

В целях практики инженерной сейсмологии и сейсмостойкости сооружения интересно изучить процесс распространения волны сдвига в мягких грунтах и взаимодействие этих волн с фундаментом сооружения. Необходимость развития исследований в этом направлении подтверждается тем, что при сильных землетрясениях в эпицентральной зоне амплитуды сейсмических смещений почвы бывают в 3—5 раза больше в поперечной волне, чем в продольной [5], вследствие чего на поверхности земли и в основании сооружения образуются значительные пластические деформации [3].

Между тем в грунтах с зернисто-дисперсной структурой деформации сдвига вызывают объемные изменения (эффект дилатансии) [1].

Для оценки остаточных сдвиговых деформаций в процессе распространения упруго-пластической волны сдвига в плотном дилатирующем грунте, необходимо определить вид волны разгрузки.

Экспериментальный график сопротивления сдвигу показан на рис. 1, полученный в работах Гольдштейна М. Н., Тейлора Д. [1, 7].

На участке 0—1 грунт работает упруго и объемные изменения не происходят. Постепенное уменьшение прочности грунта после пиковой точки 1 происходит за счет постепенного уменьшения плотности (положительная дилатансия). После точки 1 разгрузка происходит жестко, как показана на диаграмме  $\tau-\gamma$ , т. е. после разгрузки сдвиговая деформация полностью остается (рис. 1).

Рассматривается случай, когда на границе полубесконечной дилатирующей среды действует касательный импульс треугольной формы

$\tau_z(t) = \tau_0 \frac{t}{\theta_z}$  ( $\tau_0$  — максимальное значение касательных напряжений,  $\theta_z$  — момент разгрузки). Волновая сетка на плоскости  $z, t$  показана на рис. 2.

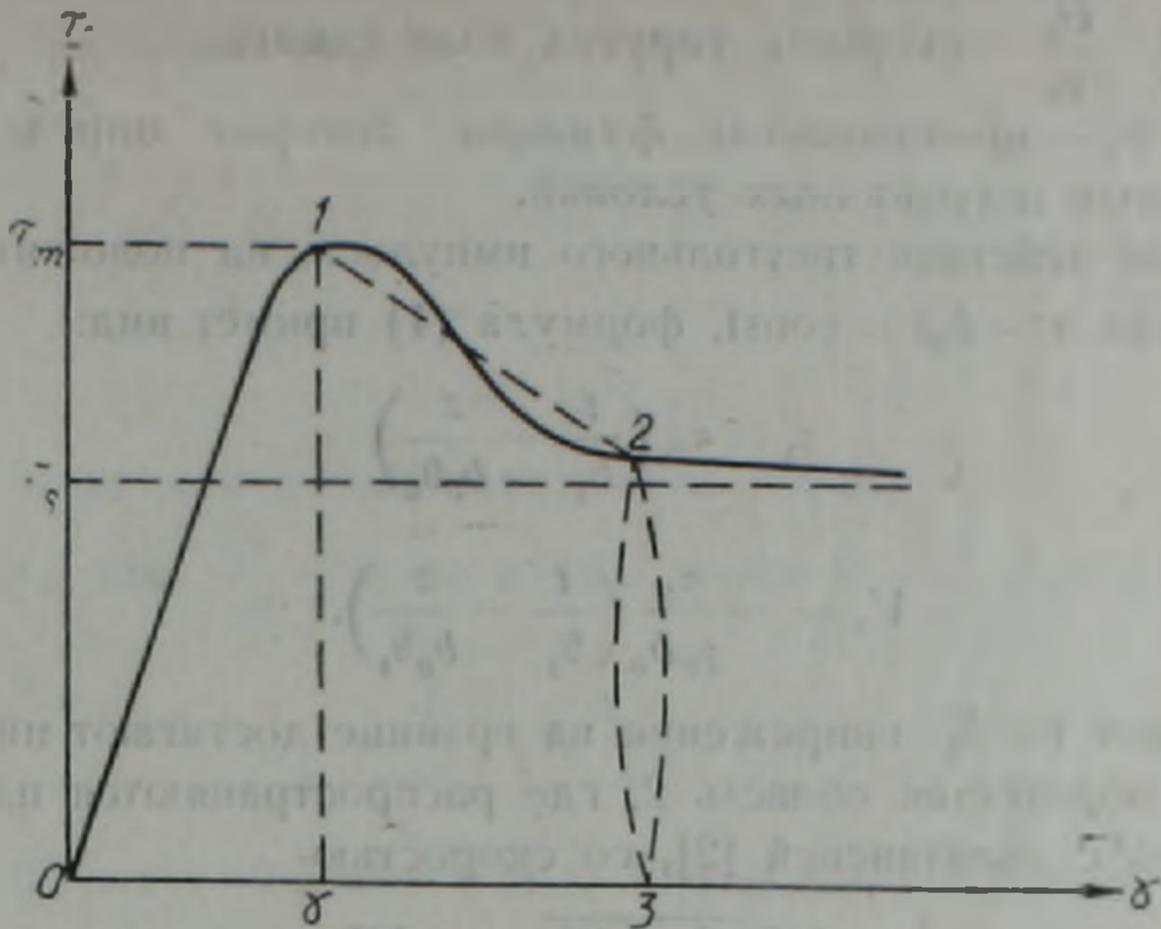


Рис. 1. График сопротивления сдвигу плотного песчаного грунта.

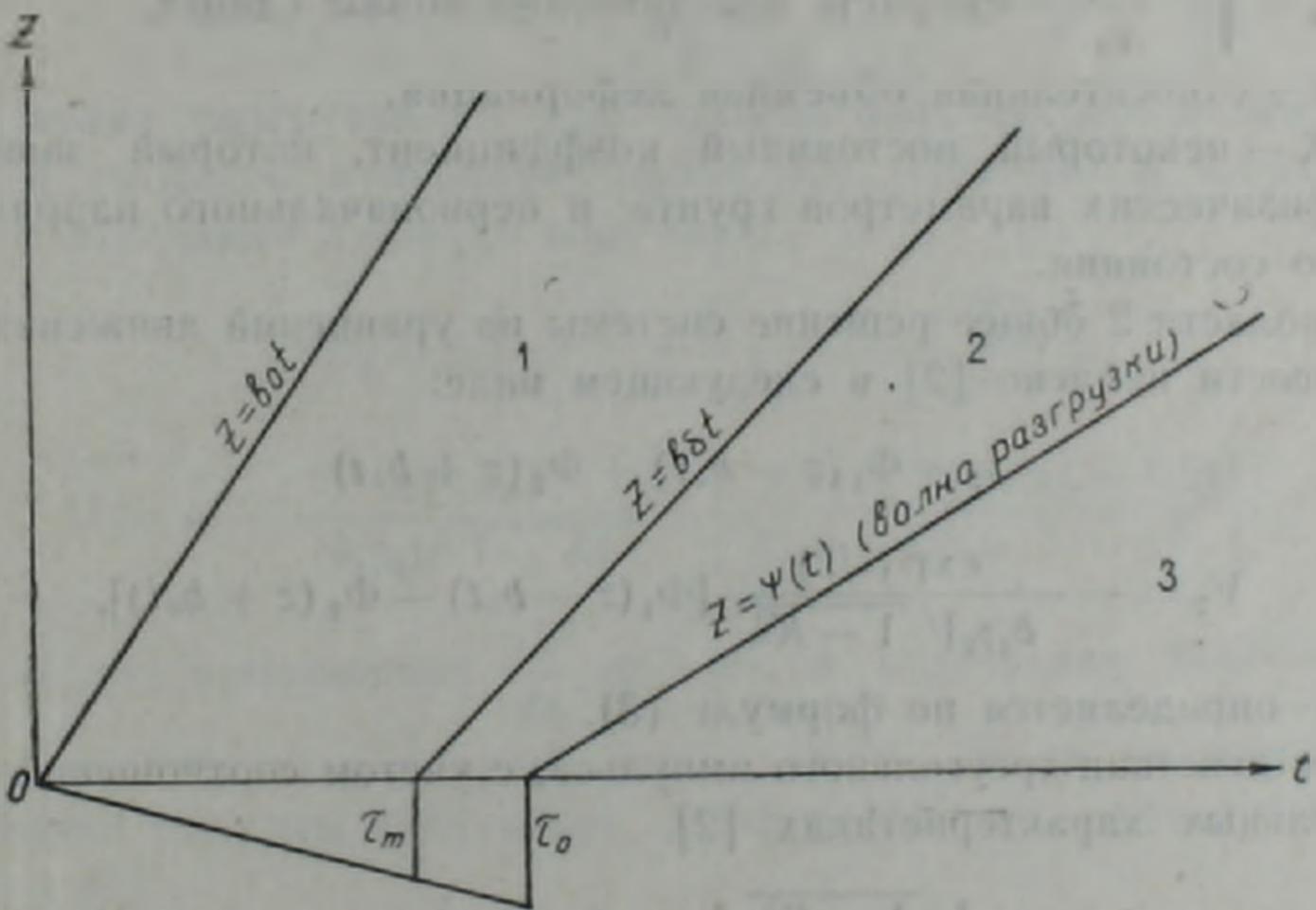


Рис. 2. Характеристики волн на плоскости  $Z, t$ .

В области 1 распространяются упругие волны сдвига  $z = b_0 t$ , так как касательные напряжения на границе меньше пиковых значений  $\tau_m$ .

Как известно, в области упругих деформаций напряжение и скорость частиц в волне сдвига определяются:

$$\tau = \Phi_1(z - b_0 t) + \Phi_2(z + b_0 t) \quad (1)$$

$$V = -\frac{1}{b_0 \rho_0} [\Phi_1(z - b_0 t) - \Phi_2(z + b_0 t)],$$

где  $b_0 = \sqrt{\frac{G_0}{\rho_0}}$  — скорость упругих волн сдвига,

$\Phi_1$  и  $\Phi_2$  — произвольные функции, которые определяются из начальных и граничных условий.

В случае действия треугольного импульса, на положительных характеристиках  $z - b_0 t = \text{const}$ , формула (1) примет вид:

$$\tau_1 = \tau_m \left( \frac{t}{\theta_1} - \frac{z}{b_0 \theta_1} \right) \quad (2)$$

$$V_1 = -\frac{\tau_m}{\rho_0 b_0} \left( \frac{t}{\theta_1} - \frac{z}{b_0 \theta_1} \right).$$

В момент  $t = \theta_1$ , напряжения на границе достигают пиковых значений  $\tau_m$  и образуется область 2, где распространяются пластические волны сдвига с дилатансией [2], со скоростью

$$b_i = b_1 \sqrt{1 - K\delta} \cdot \exp \delta/2, \quad (3)$$

где  $b_1 = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}}$  — скорость пластической волны сдвига,

$\delta$  — относительная объемная деформация,

$K$  — некоторый постоянный коэффициент, который зависит от физических параметров грунта и первоначального напряженного состояния.

В области 2 общее решение системы из уравнений движения и неразрывности найдено [2] в следующем виде:

$$\tau_2 = \Phi_1(z - b_i t) + \Phi_2(z + b_i t) \quad (4)$$

$$V_2 = -\frac{\exp(\delta/2)}{b_i \rho_2 \sqrt{1 - K\delta}} [\Phi_1(z - b_i t) - \Phi_2(z + b_i t)],$$

где  $b_i$  — определяется по формуле (3).

При действии треугольного импульса, с учетом соотношений на положительных характеристиках [2]

$$\frac{\sqrt{1 - K\delta}}{\exp \delta/2} V - \frac{\tau}{b_1 \rho_0} = \text{const}$$

решение (4) примет вид:

$$\tau_2 = \tau_0 \left[ \frac{t}{\theta_2} - \frac{z \cdot \exp(-\delta/2)}{b_1 \theta_2 \sqrt{1 - K\delta}} \right] \quad (5)$$

$$V_2 = \frac{\exp(\delta/2)}{b_1 \rho_2 \sqrt{1 - K\delta}} \tau_0 \left[ \frac{t}{\theta_2} - \frac{z \cdot \exp(-\delta/2)}{b_1 \theta_2 \sqrt{1 - K\delta}} \right].$$

В момент  $t = \theta_2$  происходит разгрузка (рис. 2) и образуется область 3, где распространяются волны разгрузки  $z = \psi(t)$ , на которой имеет место жесткая разгрузка, т. е.  $\frac{\partial \tau}{\partial t} = 0$  (рис. 1).

Уравнения движения и неразрывности деформации сдвига в области разгрузки имеют вид:

$$\rho_* \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial z},$$

где  $\rho_*$  — значение критической плотности грунта.

Имея в виду, что  $\frac{\partial \tau}{\partial t} = 0$ , то из (6)<sub>2</sub> имеем  $V = V(t)$ , и (6)<sub>1</sub> запишем:

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho_* \frac{dV}{dt}. \quad (7)$$

Интегрируя (7) по параметру  $z$ , при условии  $z = 0$  и  $t > \theta_2$ ,  $\tau = 0$  получим:

$$\tau = \rho_* \frac{dV}{dt} z. \quad (8)$$

На волне разгрузки  $z = \psi(t)$  должны быть непрерывными напряжения и скорость колебаний частиц [4]. Поэтому в формуле (5) вместо  $z$  подставим  $z = \psi(t)$ , получим:

$$\tau(t) = \tau_0 \left[ \frac{t}{\theta_2} - \frac{\psi(t) \cdot \exp(-\delta/2)}{b_1 \theta_2 \sqrt{1 - K\delta}} \right] \quad (9)$$

$$V(t) = - \frac{\exp \delta/2}{b_1 \rho_* \sqrt{1 - K\delta}} \tau_0 \left[ \frac{t}{\theta_2} - \frac{\psi(t) \exp(-\delta/2)}{b_1 \theta_2 \sqrt{1 - K\delta}} \right].$$

Вычисляя производное  $\frac{dV}{dt}$  из (9) и подставляя значение  $\frac{dV}{dt}$  в уравнение (8), имея в виду, что  $z = \psi(t)$ , после некоторых преобразований получим следующее дифференциальное уравнение относительно  $\psi(t)$ :

$$\psi \psi' - \frac{b_1^2 \rho_* (1 - K\delta)}{\rho_*} \cdot t = 0, \quad (10)$$

где  $b_1$  — скорость пластической волны сдвига.

Разделяя переменные, уравнение (10) можно записать:

$$\psi d\psi = \frac{b_1^2 \rho_* (1 - K\delta)}{\rho_*} t dt.$$

После интегрирования, при начальном условии  $t = \theta_2$ ,  $\psi(\theta_2) = 0$  получим:

$$\psi(t) = b_1 \sqrt{\frac{\rho_0(1 - K\delta)}{\rho_*}} (t - \theta_2). \quad (11)$$

Как видно из формулы (11), волна разгрузки существенно зависит от отношения исходной и критической плотностей и от величины дилатансии  $\delta$ . При отсутствии дилатансии  $\delta = 0$  и  $\rho_0 = \rho_*$ , имеем  $\psi(t) = b_1(t - \theta_2)$ , что соответствует результатам работы Скобеева

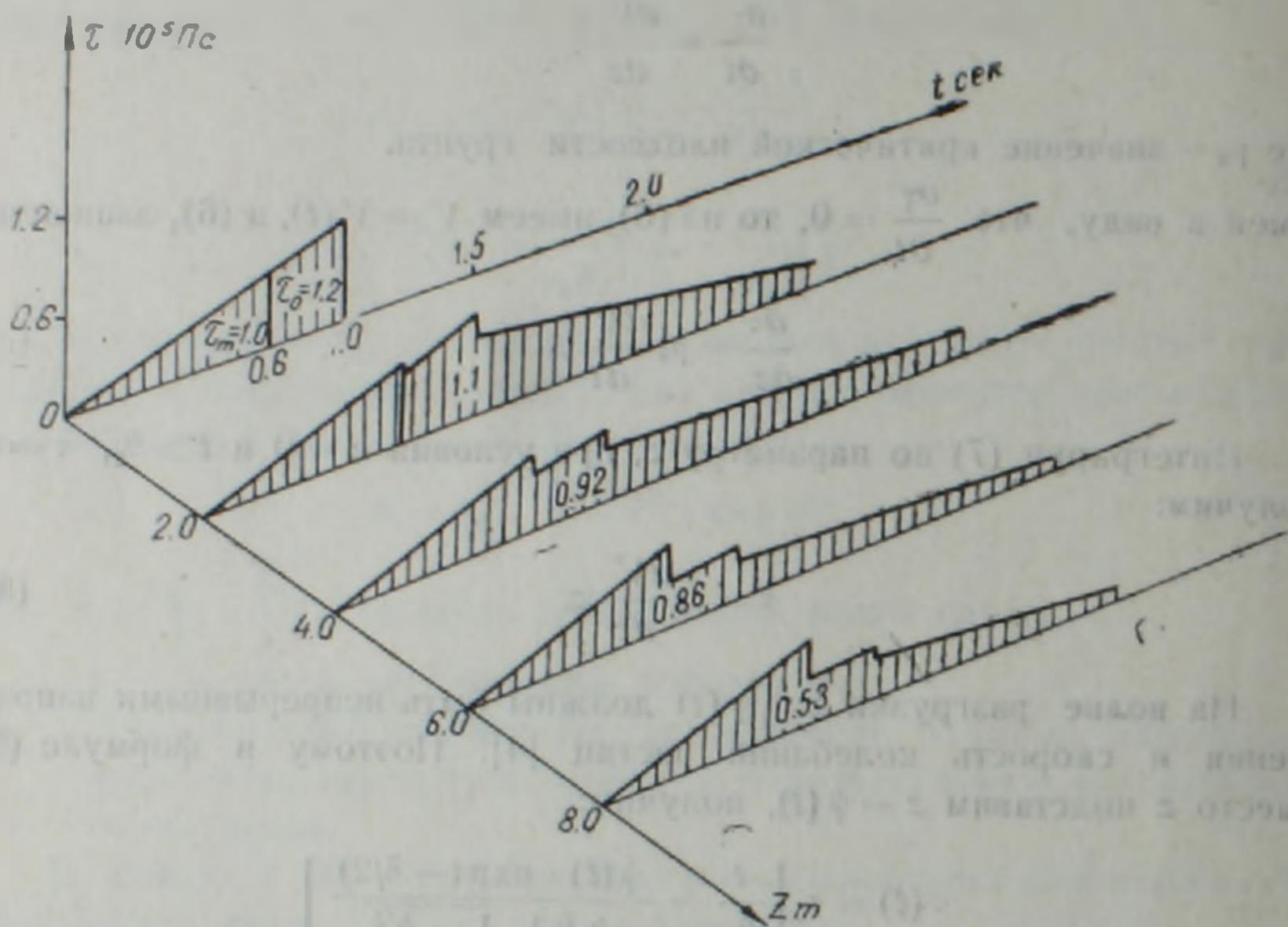


Рис. 3. График изменения касательных напряжений и их пиковых значений во времени и по координате.

А. М. [6], где доказывается, что при билинейной модели Прандтля, волна разгрузки распространяется со скоростью пластической волны. В формуле (11), совершая предельный переход  $K\delta \rightarrow 1$ , получим  $\psi(t) \rightarrow 0$ . Это значит, что когда дилатансия достигает сравнительно больших величин грунт стремится к потере прочности и течению.

Зная форму волны разгрузки, можно определить напряжения и скорость на фронте волны разгрузки, подставляя значение  $\psi(t)$  из (11) в формулу (9):

$$\tau(t) = \frac{\tau_0}{\theta_2} \left[ t - \frac{\sqrt{\rho_0/\rho_*} (t - \theta_2)}{\exp \delta/2} \right] \quad (12)$$

$$V(t) = - \frac{\exp \delta/2}{b_1 \rho_0 \sqrt{1 - K\delta}} \cdot \frac{\tau_0}{\theta_2} \left[ t - \frac{\sqrt{\rho_0/\rho_*} (t - \theta_2)}{\exp \delta/2} \right].$$

На рис. 3. показан график изменения напряжений и их пиковых значений во времени и по координате в дилатирующем грунте.

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Явление дилатансии существенно влияет на интенсивность сейсмической волны сдвига. При больших значениях дилатансии ( $K_2 \gg 1$ ) грунт разрыхляется и волновое движение превращается в пластическое течение.

2. Волна жесткой разгрузки в дилатирующем грунте существенно зависит от отношения исходной и критической плотностей и от величины дилатансии. С увеличением дилатансии скорость волны разгрузки уменьшается. При действии треугольного импульса волна разгрузки имеет линейный фронт.

3. В плотном дилатирующем грунте пиковые значения касательных напряжений на фронте волны сдвига убывают по линейному закону. На расстояниях 15—20 м касательные напряжения уменьшаются на 20—30% и более.

Ордена Трудового  
Красного Знамени  
Институт геофизики  
и инженерной сейсмологии  
АН Армянской ССР

Поступила 25 V 1981

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. Стройиздат, М., 1979.
2. Мартиросян Р. П. Влияние дилатансии на распространение сейсмических упруго-пластических волн сдвига в мягких грунтах. Известия АН Армянской ССР, серия технических наук, № 4, 1981.
3. Медведев С. В. Инженерная сейсмология. Гос. изд. Литература по строительству, М., 1962.
4. Новацкий В. Волновые задачи теории пластичности. Мир, М., 1978.
5. Саваренский Е. Ф., Кирчос А. П. Элементы сейсмологии и сейсмометрии. Гостехиздат, М., 1955.
6. Скобеев А. М. К теории волны разгрузки. ПММ, вып. 26, 1962.
7. Тейлор Д. Основы механики грунтов. М., 1960.