

УДК 622.6—83

В. Б. ГАМОЯН

ПОЛЕ БЛУЖДАЮЩИХ ТОКОВ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Рассмотрено распределение поля блуждающих электрических токов от электрофицированных узкоколейных железных дорог рудников при различных параметрах анизотропной среды.

Представлены математические формулы, изопотенциальные карты и кривые градиента потенциала.

Пространственные соотношения компонент горной породы, обладающих различным удельным сопротивлением, существенно влияют на электрические характеристики пород в целом. В том случае, когда плохо проводящие зерна минерального скелета и поры имеют вытянутую форму, ориентированную в каком-либо направлении, или малопористая порода пронизана определенным образом ориентированной системой трещин, заполненных проводящим материалом, условия прохождения тока в породе в разных направлениях оказываются различными и порода становится электрически неоднородной. К таким породам относятся почти все осадочные образования, значительная часть метаморфизированных пород, рудные тела жильного, жильно-прожилкового и прожилкового оруденений и т. д.

Метод блуждающих токов часто применяется для разведки месторождений, залегающих в слоистых породах, а также для выявления и изучения рудных тел жильного и прожилкового оруденения. Однако интерпретация полученных аномалий затруднена, а в отдельных случаях невозможна, из-за отсутствия теории распределения поля блуждающих токов в подобных средах.

Настоящая статья посвящена изучению распределения поля блуждающих токов в анизотропной среде. Представляются результаты теоретических исследований в виде изопотенциальных карт и графиков градиента потенциала.

Предположим, что в безграничной однородной анизотропной среде с удельным сопротивлением ρ_n и ρ_t , т. е. с коэффициентом анизотропии $k = \sqrt{\rho_n/\rho_t}$, расположен простой «линейно-двухполюсный» источник блуждающих токов¹ с током питания I . Воспользуемся моделью заданного источника, представляющего из себя семейство точечных источников и определяющегося при однородной среде математическими выражениями [2].

¹ Под простым «линейно-двухполюсным» источником подразумевается модель прямой транспортной выработки при расположении полюсов источника у устья и забоя.

$$I_i = \Delta K I (1 - \Delta K)^i; \quad I_j = \Delta K I (1 - \Delta K)^{2n-j};$$

$$U = \frac{\rho \Delta K I}{4\pi} \left[\sum_{i=1}^n \frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{r_i} - \sum_{j=n+1}^{2n} \frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{r_j} \right], \quad (1)$$

где $I_{i(j)}$ — ток, стекающий от $i(j)$ -го Δl элементарного отрезка источника; $\Delta K = \frac{\Delta R_p}{\Delta R_p + \Delta R_k}$; ΔR_p — электрическое сопротивление Δl элементарного отрезка источника; ΔR_k — сопротивление заземления Δl отрезка; $2n$ — количество элементарных отрезков; $r_{i,j}$ — расстояние точки определения поля от $i(j)$ -го элементарного отрезка источника.

Поскольку «линейно-двухполюсный» источник представлен системой элементарных отрезков (точечных источников), то за исходные можно применять математические формулы, выражающие распределение поля точечного источника в однородной анизотропной среде и затем, воспользуясь свойством суперпозиции потенциальных полей, найти формулы, выражающие параметры поля заданного источника.

Расположим «линейно-двухполюсный» источник на большой глубине в анизотропной среде, плоскость слоистости которой падает под углом α к плоской дневной поверхности. Совместим начало прямоугольной системы координат с i -им элементарным отрезком источника тока, а оси направим: Z — вкост слоистости (в сторону дневной поверхности), Y — по простиранию, а X — по падению слоистости. Потенциал от точечного источника тока в точке $M(x_1, y_1, z_1)$, расположенной в среде, без учета влияния дневной поверхности, выражается формулой [3]:

$$U = \frac{\rho_m I_i}{4\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}, \quad (2)$$

где $\rho_m = \sqrt{\rho_n \cdot \rho_l}$ — среднее удельное сопротивление анизотропной среды; I_i — сила тока, исходящего из i -го отрезка источника.

Воспользуясь свойством суперпозиции потенциальных полей, с помощью формулы (1) напишем выражение, определяющее потенциал простого «линейно-двухполюсного» источника, расположенного по оси X (рис. 1, а).

$$U = \frac{\rho_m I \Delta K}{4\pi} \left[\sum_{i=1}^n \frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{\sqrt{(x-i)^2 + y^2 + lz^2}} - \sum_{j=n+1}^{2n} \frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{\sqrt{(x-j)^2 + y^2 + lz^2}} \right]. \quad (3)$$

Повернем координатную систему вокруг оси X на угол α таким образом, чтобы новая ось Z была направлена вверх, Y — горизонтально, в сторону падения слоистости (рис. 1, а). Формула (3) в новой координатной системе примет следующий вид:

$$U = \frac{\rho_m I \Delta K}{4\pi} \left[\sum_{i=1}^n \frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{V(x-i)^2 + By^2 + Az^2 + 2Cyz} - \sum_{j=n+1}^{2n} \frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{V(x-j)^2 + By^2 + Az^2 + 2Cyz} \right], \quad (4)$$

где $A = \sin^2 \alpha + \lambda^2 \cos^2 \alpha$; $B = \cos^2 \alpha + \lambda^2 \sin^2 \alpha$;

$$C = \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha (\lambda^2 - 1).$$

Теперь предположим, что источник поля находится на небольшой глубине и дневная поверхность оказывает влияние на распределение поля. Для учета этого влияния пользуемся известным в геофизике способом зеркального отображения. Введем дополнительный фиктивный «линейно-двухполюсный» источник с зарядом, равным заряду действительного. Расположим его параллельно с основным источником и на расстоянии от дневной поверхности, равным глубине действительного источника z_0 . Вторую координату фиктивного источника y^* положим пока равной некоторой произвольной величине. Потенциал в точке $M(x, y, z)$ от фиктивного источника вычисляется таким же образом, как и от действительного, но при этом вместо y и z подставляется разность координат точки наблюдения и фиктивного источника. Выражение потенциала от двух источников в нижнем полупространстве $z < z_0$ представляется в следующем виде:

$$U = \frac{\rho_m I \Delta K}{4\pi} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{V(x-i)^2 + By^2 + Az^2 + 2Cyz} + \frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{V(x-i)^2 + B(y-y^*)^2 + A(z-z^*)^2 + 2C(y-y^*)(z-z^*)} \right] - \sum_{j=n+1}^{2n} \left[\frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{V(x-j)^2 + By^2 + Az^2 + 2Cyz} + \frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{V(x-j)^2 + B(y-y^*)^2 + A(z-z^*)^2 + 2C(y-y^*)(z-z^*)} \right] \right\}, \quad (5)$$

где y^* и z^* — координаты фиктивного источника. Согласно принятому выше условию $z^*_0 = 2z_0$.

В формуле (5) величина y^* может быть найдена следующим образом. Вернемся к положению, в случае которого верхнее полупространство представлено изолятором и имеется один действительный источник поля. Переменим местами источник поля и точку определения потенциала. Потенциал от источника поля, расположенного на границе с изолятором, выражается таким же образом, как и в безграничной среде, с той лишь разницей, что в знаменателе коэффициента ставится 2π вместо 4π .

Согласно принципу взаимности [1], формула (4) дает выражение потенциала и для случая, когда источник находится в своем первоначальном

чальном положении, а точка наблюдения расположена на дневной поверхности. Следовательно, для точек дневной поверхности выражения (4) и (5) должны быть эквивалентными. Из этого следует, что второй член формулы (5) при положении точки определения на дневной поверхности должен быть равным первому члену, а третий член — четвертому. Развертывая выражения в знаменателях второго и четвертого членов и принимая во внимание равенства $z_0^* = 2z_0$, и для дневной поверхности ($z = z_0$), находим:

$$U = \frac{\rho_m I \Delta K}{4\pi} \left\{ \sum_{i=1}^n \left| \frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{\sqrt{(x-i)^2 + By^2 + Az^2 + 2Cyz}} + \frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{\sqrt{(x-i)^2 + Az_0^2 + By^2 + 2Cyz_0 + (y^* - 2y)(By^* + 2Cz_0)}} \right| - \sum_{j=n+1}^{2n} \left| \frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{\sqrt{(x-j)^2 + By^2 + Az^2 + 2Cyz}} + \frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{\sqrt{(x-j)^2 + By^2 + Az_0^2 + 2Cyz_0 + (y^* - 2y)(By^* + 2Cz_0)}} \right| \right\}. \quad (6)$$

В формуле (6) первые четыре слагаемых под корнями второго и четвертого членов соответствуют четырем слагаемым под корнями первого и третьего членов. Равенства между первым и вторым, а также третьим и четвертым членами могут быть достигнуты при условии

$$(y^* - 2y)(By^* + 2Cz) = 0,$$

откуда

$$y_1^* = 2y, \quad (7) \quad y_1^* = y^* = -\frac{2Cz_0}{B}. \quad (8)$$

Уравнения (7) и (8) дают положение текущей координаты фиктивного источника y_1^* , при котором удовлетворяются равенства потенциалов от действительного и фиктивного источников на дневной поверхности

по линии $x = \frac{x_1^*}{2}$, независимо от параметров среды. В остальных

точках дневной поверхности при данном положении фиктивного источника это равенство не удовлетворяется. Следовательно, уравнение (7) не дает искомого решения задачи. Последнее дается уравнением (8). Этим уравнением определяется положение фиктивного источника, при котором имеет место равенство потенциалов от действительного и фиктивного источников в пределах всей дневной поверхности. Положение фиктивного источника при этом зависит от параметров среды и глубины действительного источника [3].

Подставив в уравнение (5) значение y^* из равенства (8) и принимая $z^* = 2z_0$, после некоторых преобразований получим окончательное выражение для потенциала «линейно двухполюсного» источника в анизотропной среде.

$$U = \frac{\rho_m I \Delta K}{4\pi} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{\sqrt{R_i}} + \frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{\sqrt{R_i + 4(z_0 - z) \frac{\lambda^2 \cdot r_0}{B}}} \right] - \sum_{j=n+1}^{2n} \left[\frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{\sqrt{R_j}} + \frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{\sqrt{R_j + 4(z_0 - z) \frac{\lambda^2 \cdot z_0}{B}}} \right] \right\}, \quad (9)$$

где $R_i = By^2 + Az^2 + 2Cyz + (x - i)^2$,

$$R_j = By^2 + Az^2 + 2Cyz + (x - j)^2.$$

Продифференцировав выражение (9) по соответствующим координатам, получим выражения для напряженности поля. Например,

$$E_x = -\frac{\rho_m I \Delta K}{4\pi} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{(x - i)(1 - \Delta K)^{i-1}}{R_i^{3/2}} + \frac{(x - i)(1 - \Delta K)^{i-1}}{\left[R_i + 4(z_0 - z) \frac{\lambda^2 \cdot z_0}{B} \right]^{3/2}} \right] - \sum_{j=n+1}^{2n} \left[\frac{(x - j)(1 - \Delta K)^{2n-j}}{R_j^{3/2}} + \frac{(x - j)(1 - \Delta K)^{2n-j}}{\left[R_j + 4(z_0 - z) \frac{\lambda^2 \cdot z_0}{B} \right]^{3/2}} \right] \right\}. \quad (10)$$

Выведенные математические выражения относятся к случаю простого «линейно-двухполюсного» источника с длиной $2n \cdot \Delta l$. При расположении полюсов на точках 0 и $2n \Delta l$ источника с длиной $(|1 - n| + |3n|) \Delta l$ распределение потенциала поля в однородной анизотропной среде будет выражаться более сложной формулой:

$$U = -\frac{\rho_m I \Delta K}{2\pi} \left\{ \sum_{i=-n}^0 \left[\frac{(1 - \Delta K)^{-i}}{D} + \frac{(1 - \Delta K)^{-i}}{D^1} \right] + \sum_{i=1}^n \left[\frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{D} + \frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{D^1} \right] - \sum_{i=n+1}^{2n} \left[\frac{(1 - \Delta K)^{2n-i}}{D} + \frac{(1 - \Delta K)^{2n-i}}{D^1} \right] - \sum_{i=2n+1}^{3n} \left[\frac{(1 - \Delta K)^{i-2n}}{D} + \frac{(1 - \Delta K)^{i-2n}}{D^1} \right] \right\}. \quad (11)$$

Распределение поля определяется также параметрами среды.

1. При однородной изотропной среде ($A = B = 1$; $C = 0$; $\lambda = 1$; $\rho_m = \rho$) и глубокозалегающем источнике поля ($z_0 = \infty$):

$$D = \sqrt{(x - i)^2 + y^2 + z^2}; \quad D^1 = \infty.$$

2. В анизотропной среде с вертикальной слоистостью, перпендикулярной к оси Y ; $A = 1$; $B = \lambda^2$; $\lambda = 2$; $C = 0$, при глубокозалегающем источнике ($z_0 = \infty$):

$$D = \sqrt{(x-i)^2 + 4y^2 + z^2}; \quad D^1 = 0.$$

3. В анизотропной среде с горизонтальной слоистостью $A = \lambda^2$; $\lambda = 2$; $B = 1$; $C = 0$, при глубокозалегающем источнике ($z_0 = \infty$):

$$D = \sqrt{(x-i)^2 + y^2 + 4z^2}; \quad D^1 = 0.$$

4. В однородной изотропной среде при неглубокозалегающем источнике $A = B = 1$, $C = 0$, $\lambda = 1$, $\rho_m = \rho$, $z_0 \neq \infty$:

$$D = \sqrt{(x-i)^2 + y^2 + z^2}; \quad D^1 = \sqrt{(x-i)^2 + (2z_0 - z)^2 + y^2}.$$

5. В анизотропной среде с горизонтальной слоистостью, при неглубокозалегающем источнике: $A = \lambda^2$; $B = 1$; $C = 0$; $\lambda = 2$; $z_0 \neq \infty$:

$$D = \sqrt{(x-i)^2 + 4z^2 + y^2}; \quad D^1 = \sqrt{(x-i)^2 + 4(2z_0 - z)^2 + y^2}.$$

6. В анизотропной среде с вертикальной слоистостью, перпендикулярной к оси Y ; $A = 1$; $B = \lambda^2$; $\lambda = 2$; $C = 0$ и при $z_0 \neq \infty$:

$$D = \sqrt{(x-i)^2 + 4y^2 + z^2}; \quad D^1 = \sqrt{(x-i)^2 + 4y^2 + (2z_0 - z)^2}.$$

7. При анизотропной среде с наклонной слоистостью и с $\lambda = 2$; $z_0 \neq \infty$:

$$D = \sqrt{(x-i)^2 + y^2(\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha) + z^2(\sin^2\alpha + 4\cos^2\alpha) + 6y^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha};$$

$$D^1 = \sqrt{(x-i)^2 + y^2(\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha) + z^2(\sin^2\alpha + 4\cos^2\alpha) + 6y^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha + 4(z_0 - z) \frac{\lambda^2 z_0}{\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha}}.$$

При сложной сети транспортных выработок потенциал БТ в анизотропной среде будет выражаться более сложными формулами. Однако, для любой сети при необходимости можно вывести формулу, представляющую сумму выражений вида:

$$\frac{I\rho_m \Delta K}{2\pi} \sum_{i=1}^m \left[\frac{(1 - \Delta K)^{m-i}}{D} - \frac{(1 - \Delta K)^{m-i}}{D^1} \right].$$

С целью более наглядного представления материала, изображающего распределения поля «линейно-двухполюсного» источника в анизотропной среде, представляются изопотенциальные карты и графики градиента потенциала по оси X для случаев 4, 5 и 6.

В случае 4 (рис. 1,б) рассматривается распределение потенциала в однородной изотропной среде на плоскости $y=10$. Вблизи полюсов источника изопотенциальная карта характеризуется вытянутыми вдоль источника изолиниями, с «коэффициентом сжатия» 0,84. По мере удаления от полюсов источника нарушается характер изолиний. К центру источника они сгущаются, а в противоположную сторону — разряжаются.

Асимметрия поля наблюдается и по вертикальной оси. В силу влияния дневной поверхности изолинии вытянуты к ней. Значение потенциала при заданных параметрах ($A=B=1$; $C=0$; $\lambda=1$; $\rho=316$; $I=50$; $y=10$; $z_0=20$) достигает 78 единиц. Причем, расстояние между экстремумами потенциала в 1,2 раза больше межполюсного расстояния.

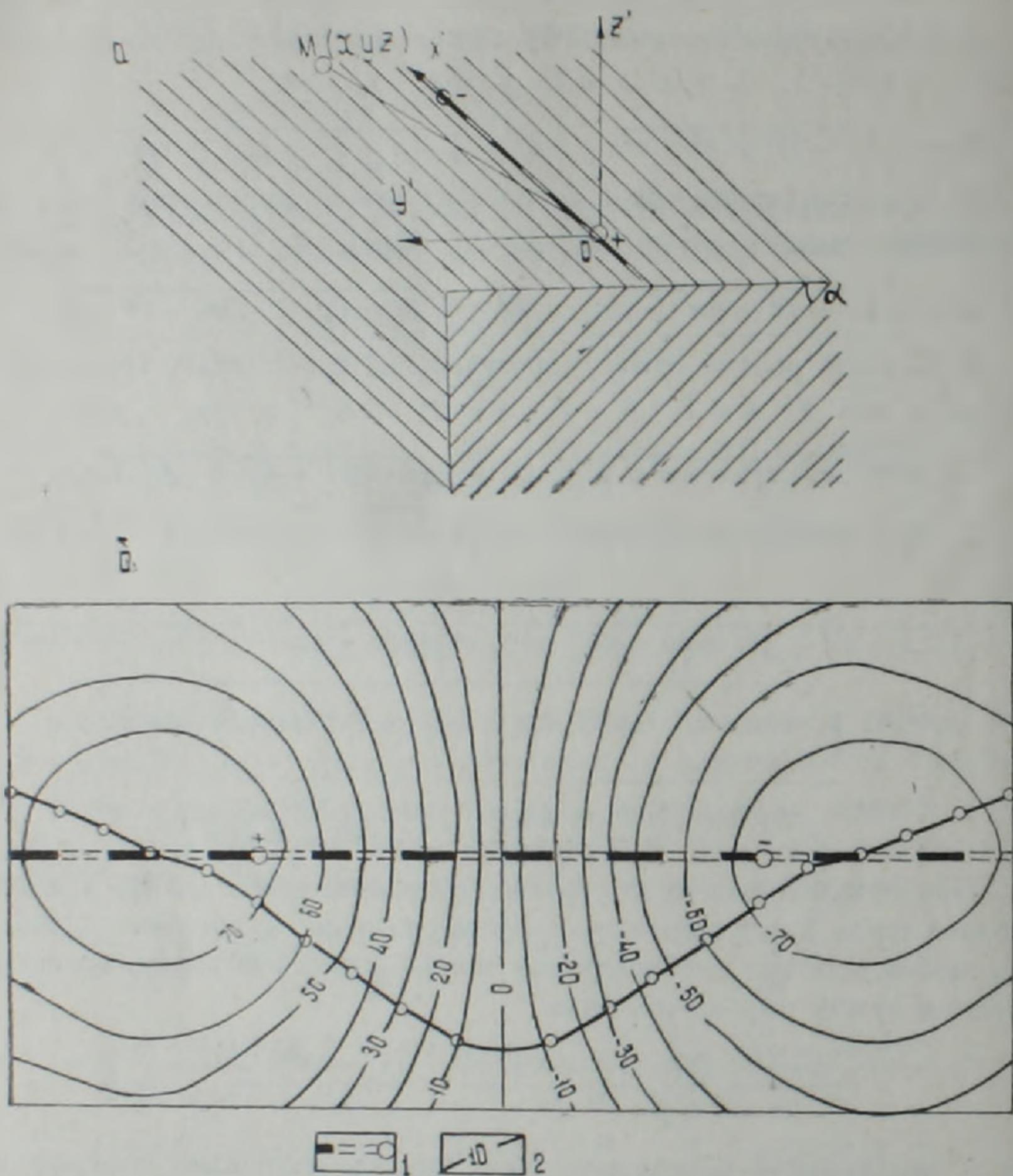
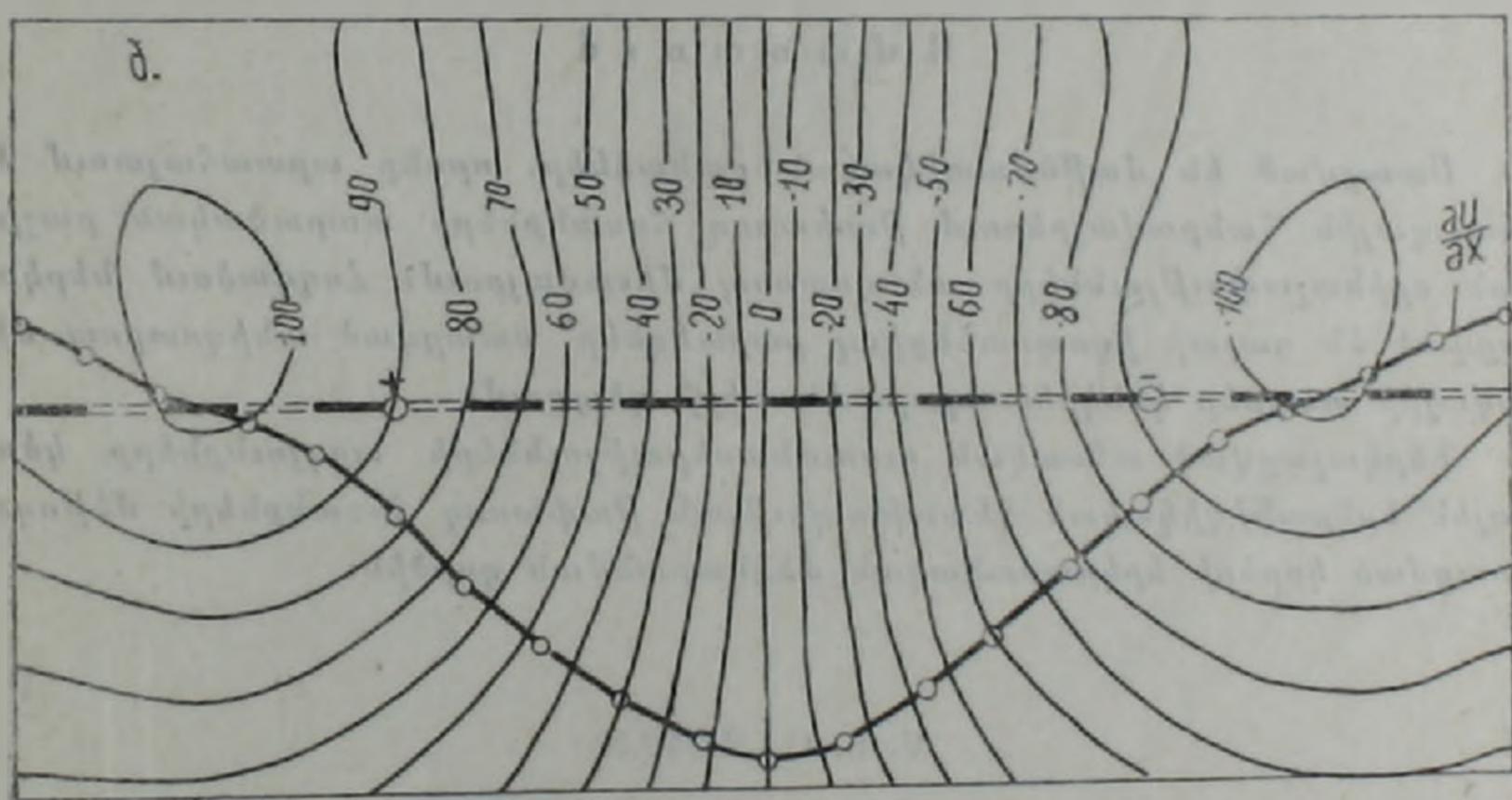
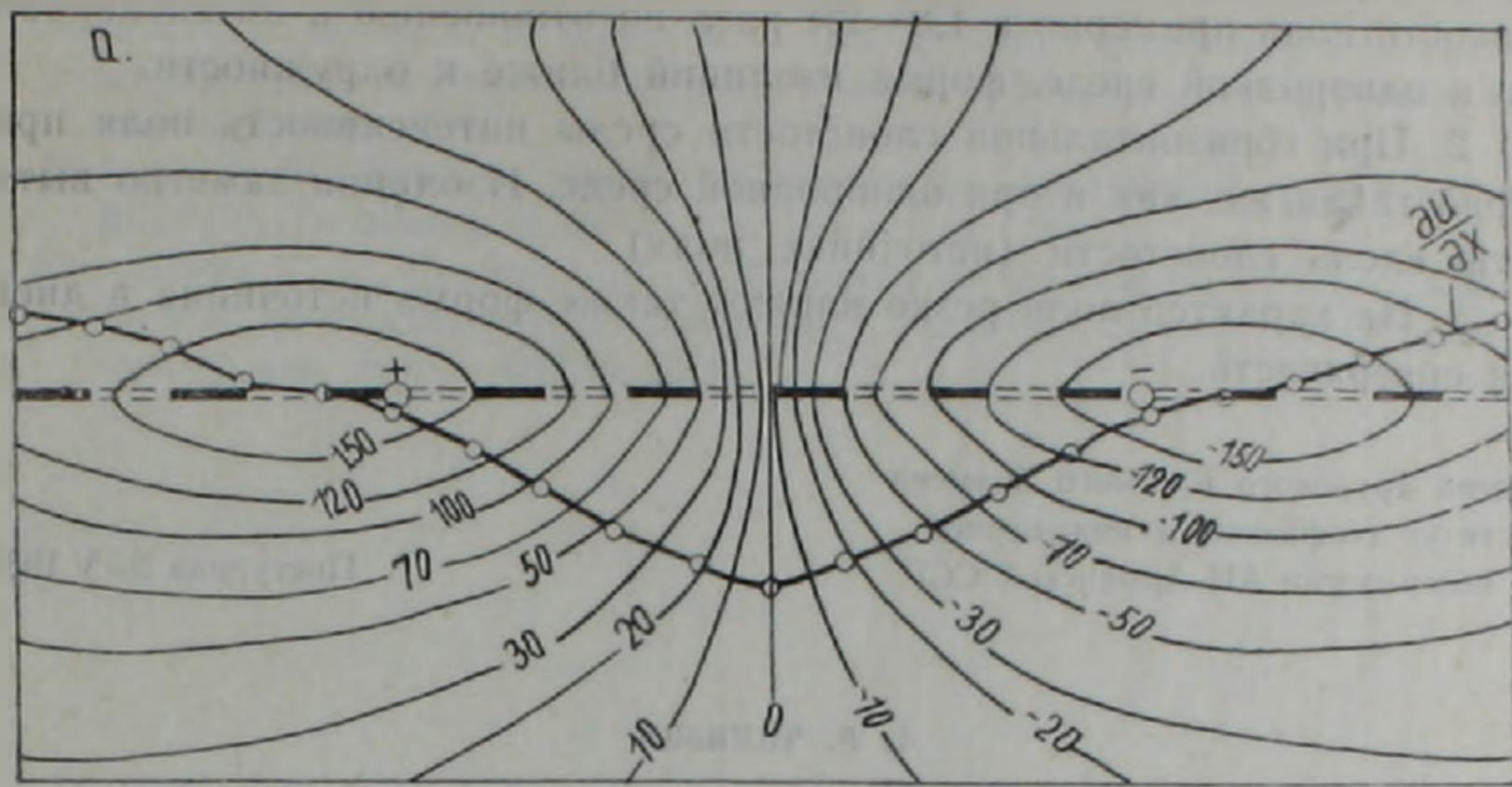


Рис. 1. «Линейно-двухполюсный» источник в анизотропной среде—а и б—карта распределения потенциала поля «линейно-двухполюсного» источника на плоскости $y=10$ и кривых градиента потенциала по оси $y=10$, $z=0$ при однородной изотропной среде. 1—отрезок «линейно-двухполюсного» источника; 2—изопотенциальные линии.

Рис. 2а изображает изопотенциальную карту на плоскости $y=10$ и кривую градиента потенциала по оси $y=10$, $z=0$, в однородной анизотропной среде, при горизонтальной слоистости с $\lambda=2$ и $z_0=20$ (случай 5). Изопотенциальная карта характеризуется вытянутыми изолиниями вдоль источника поля. «Коэффициент сжатия» здесь составляет

0,32—0,53. Характер распределения поля четко отличается от характера поля при однородной изотропной среде. Здесь вытянутость изолиний по направлению источника в 2 раза больше, чем при изотропной среде, а интенсивность поля заметно низкая. Расстояние между экстремумами потенциала здесь в 1,3 раза больше межполюсного расстояния.



1 — источник «линейно-двухполюсного»; 2 — изопотенциальные линии.

Рис. 2. Изопотенциальные карты «линейно-двухполюсного» источника на плоскости $y=10$ и кривые градиента потенциала по оси $y=10, z=0$ в однородных анизотропных средах с $\lambda=2$ и $z_0=20$, при горизонтальной—а и б—вертикальной слоистости. 1—отрезок «линейно-двухполюсного» источника; 2—изопотенциальные линии.

При вертикальной слоистости вкост оси Y (случай б) (рис. 2, б) наблюдается совершенно другой характер распределения поля по сравнению с двумя предыдущими случаями. Здесь значение потенциала в 2,3 раза меньше, чем при однородной среде. Кривая градиента потен-

цинала имеет плавный ход. Изопотенциальные линии вытянуты в вертикальном направлении и, в силу влияния дневной поверхности, пересекаются с ней.

Исходя из представленных материалов, установлено.

1. При вертикальной слоистости наблюдается уменьшение интенсивности поля примерно в 1,8—2,4 раза по отношению к интенсивности его в однородной среде, форма изолиний ближе к окружности.

2. При горизонтальной слоистости среды интенсивность поля примерно такая же, как и при однородной среде. Изолинии заметно вытянуты вдоль слоистости (источника поля).

3. На характер поля резко влияют также форма источника и дневная поверхность.

Ордена Трудового Красного Знамени
Институт геофизики и инженерной
сейсмологии АН Армянской ССР

Поступила 25.V.1981

Վ. Բ. ԳԱՄՈՅԱՆ

ԹԱՓԱՌՈՂ ՀՈՍԱՆՔՆԵՐԻ ԴԱՇՏԸ ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ա մ լ ի ո լ ի ո լ մ

Ստացված են մաթեմատիկական բանաձևեր, որոնք արտահայտում են մետաղային հանքավայրերում թափառող հոսանքների տարածական բաշխման օրինաչափությունները անիզոտրոպ միջավայրում: Հողվածում ներկայացված են դաշտի իզոպոտենցիալ քարտեզներ՝ ստացված անիզոտրոպ միջավայրի տարբեր կոնկրետ պարամետրերի դեպքում:

Ներկայացված տեսական ուսումնասիրությունների արդյունքները կծանոթանան երկրաֆիզիկական հետախուզության թափառող հոսանքների մեթոդով ստացված կորերի երկրաբանական մեկնաբանման գործին:

V. B. GAMOYAN

THE WANDERING CURRENTS FIELD IN ANISOTROPIC MEDIUM

Abstract

Mathematical formulas are obtained representing the regularities of wandering currents distribution at mines in anisotropic medium.

Isopotential field maps are brought at different parameters of anisotropic medium.

The results of theoretical investigations may serve for the geological interpretation of geophysical anomalies obtained by the wandering currents method.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альпин Л. М., Комаров С. Г. Принцип взаимности. Прикладная геофизика. Сб. статей, вып. 4, Гостехиздат, 1948.
2. Гамоян В. Б. Поле блуждающих токов при наличии плоской вертикальной границы раздела разнородных пород. Известия АН Арм. ССР, Науки о Земле, № 3, 1979.
3. Семенов А. С., Вшивев А. В., Фокин А. Ф. Поле точечного источника в анизотропном полупространстве. Ученые записки ЛГУ, серия физических и геологических наук, вып. 10, № 249, 1958.
4. Шейнман С. М. Элементы теории электроразведки анизотропных сред. Материалы ВСЕГЕИ, Геофизика, сб. 9—10. Госгеолтехиздат, 1941.
5. Шлюмберже К. М., Леонардон Н. Е. К вопросу об электрических замерах в анизотропной среде и их интерпретации. Нефть. геологоразвед. ин-т, серия руков. по электроразв., вып. 4, ОНТИ, 1934.