

УДК 550.835

Е. П. ЛЕМАН, А. А. ТАМРАЗЯН, В. А. АРЦЫБАШЕВ

ПОТОК ВТОРИЧНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ И СТРУКТУРНЫЕ
КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЫ С
БИНОМИАЛЬНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Расчет потоков вторичного фотонного излучения от исследуемой среды является типичной задачей теории защиты и прикладной ядерной геофизики. Ее решение наиболее просто выполняется для однородных сред любого состава, когда вычисление средних коэффициентов взаимодействия фотонов со средой не вызывает затруднений. Если же исследуемая среда является гетерогенной, то расчет вторичных потоков фотонного излучения встречает определенные вычислительные трудности, связанные с учетом неоднородностей. Как показано в работе [2], преодоление этих трудностей возможно на основе использования эффективных коэффициентов ослабления. В этом случае расчет потоков вторичных излучений от гетерогенной среды производится по тем же формулам, что и для однородной среды, но с заменой средних коэффициентов взаимодействия фотонов на эффективные. Однако при вычислении эффективных коэффициентов взаимодействия предполагалось [1], что распределение неоднородностей в гетерогенной среде подчиняется закону Пуассона, который справедлив лишь в том случае, если концентрация зернистой фазы в среде мала, а количество зерен в единице ее объема велико, то есть зерна сравнительно мелкие. Это весьма существенное ограничение снимается, если считать, что распределение неоднородностей в гетерогенной среде подчиняется биномиальному закону. Формулы для расчета эффективных коэффициентов взаимодействия фотонов с гетерогенной средой, в которой неоднородности распределены по биномиальному закону, получены в работе [3]. Используя их, можно найти более общее решение задачи.

В качестве примера рассмотрим одну из задач прикладной ядерной геофизики, состоящую в определении потоков характеристического рентгеновского N_x и однократно рассеянного N_s гамма-излучения, возникающих в исследуемой среде, имеющей форму полупространства с плоской границей раздела, под воздействием фотонного излучения радиоизотопного источника. Для однородной среды при нормальном падении излучений на ее поверхность

$$N_x = \frac{K_x \cdot \bar{\tau} \cdot q}{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_x}, \quad N_s = \frac{K_s \cdot \bar{\sigma}}{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}, \quad (1)$$

где K_j и K_s — постоянные коэффициенты, зависящие от атомных и геометрических констант; q — массовая концентрация рудной фазы в среде; $\bar{\tau}$ — массовый коэффициент фотоэлектрического поглощения первичных фотонов в рудной фазе; $\bar{\sigma}$ — массовое дифференциальное (по углу) сечение рассеяния первичных фотонов в исследуемой среде; $\bar{\mu}_j$, $\bar{\mu}_x$, $\bar{\mu}_s$ — средние массовые коэффициенты ослабления первичного, характеристического и рассеянного излучения в гомогенной среде. Согласно [2], для гетерогенной среды аналогичные формулы имеют вид:

$$N_x = \frac{K_x \cdot \bar{\tau}_{эф} \cdot q}{\bar{\mu}_{jэф} + \bar{\mu}_{xэф}}, \quad N_s = \frac{K_s \cdot \bar{\sigma}_{эф}}{\bar{\mu}_{jэф} + \bar{\mu}_{sэф}}. \quad (2)$$

Структурные коэффициенты, учитывающие влияние неоднородностей, выражаются следующим образом:

$$T_x = \frac{N_x}{N'_x} = \frac{\bar{\tau}_{эф}}{\bar{\tau}} \cdot \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_x}{\bar{\mu}_{jэф} + \bar{\mu}_{xэф}}, \quad (3)$$

$$T_s = \frac{N_s}{N'_s} = \frac{\bar{\sigma}_{эф}}{\bar{\sigma}} \cdot \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{\bar{\mu}_{jэф} + \bar{\mu}_{sэф}}, \quad (4)$$

где индекс „эф“ при $\bar{\mu}_j$, $\bar{\mu}_x$, $\bar{\mu}_s$, $\bar{\tau}$ и $\bar{\sigma}$ означает, что при расчетах берутся эффективные значения этих параметров для гетерогенной среды.

Применительно к условиям естественного залегания руд наиболее корректной является модель гетерогенной среды, состоящей из гомогенного наполнителя и зернистой рудной фазы. Полагая для простоты расчетов, что рудные зерна имеют форму куба с ребром D и ориентированы так, что одна пара граней куба параллельна плоскости раздела, будем иметь для полубесконечной среды с биномиальным распределением рудных зерен [3]

$$\bar{\tau}_{эф} = \frac{\bar{\tau}^A}{\bar{\mu}_j^A \rho_A D q} \cdot \ln\{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\};$$

$$\bar{\sigma}_{эф} = \bar{\sigma}^H (1 - q) - \frac{\bar{\sigma}^A}{\bar{\mu}_j^A \rho_A D} \cdot \ln\{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\};$$

$$\bar{\mu}_{эф} = \bar{\mu}^H (1 - q) - \frac{1}{\rho_A D} \cdot \ln\{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_k^A \rho_A D)]\},$$

где ρ_A — плотность рудной фазы; индексы A и H означают, что соответствующий параметр относится к рудной фазе или наполнителю, а индекс „ k “ при $\bar{\mu}$ принимает значения j , x или s , которые относят значения этого параметра соответственно к первичному, характеристическому или рассеянному излучению.

Тогда структурные коэффициенты и потоки вторичных излучений равны:

$$T_x = - \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_x}{\bar{\mu}_j^A \cdot q} \cdot \frac{R}{S}, \quad (5)$$

где

$$R = \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\}$$

$$S = \rho_A D (1 - q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_x^H) - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\} - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_x^A \rho_A D)]\}$$

$$T_s = \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{\bar{\sigma}} \cdot \frac{R}{S}, \quad (6)$$

где

$$R = \bar{\sigma}^H (1 - q) \rho_A D - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\} \cdot (\bar{\sigma}^A / \bar{\mu}_j^A)$$

$$S = \rho_A D (1 - q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H) - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\} - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_s^A \rho_A D)]\}$$

$$N_x = - \frac{R}{S}, \quad (7)$$

где

$$R = K_x \cdot \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\} \cdot (\bar{\tau} / \bar{\mu}_j^A)$$

$$S = \rho_A D (1 - q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_x^H) - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\} - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_x^A \rho_A D)]\}$$

$$N_x = K_x \cdot \frac{R}{S}. \quad (8)$$

где

$$R = \bar{\sigma}^H (1 - q) \rho_A D - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\} \cdot (\bar{\sigma}^A / \bar{\mu}_j^A)$$

$$S = \rho_A D (1 - q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H) - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)]\} - \ln \{1 - q [1 - \exp(-\bar{\mu}_s^A \rho_A D)]\}$$

Нетрудно убедиться, что с уменьшением размеров рудных зерен при $D \rightarrow 0$ структурные коэффициенты T_x и T_s стремятся к единице, а $N_x \rightarrow N_x$, $N_s \rightarrow N_s$, т. е. формулы для вторичных потоков от гетерогенной среды переходят в соответствующие выражения для гомогенной среды.

Если же размер зерен возрастает, то в предельном случае при $D \rightarrow \infty$ имеем:

$$T_x \rightarrow - \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_x}{\bar{\mu}_j^A \cdot q} \cdot \frac{\ln(1 - q)}{(\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_x^H)(1 - q) \rho_A D - 2 \ln(1 - q)}, \quad (9)$$

$$T_s \rightarrow \frac{\bar{\sigma}^H}{\bar{\sigma}} \cdot \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H}, \quad (10)$$

$$N_x \rightarrow - \frac{K_x \ln(1 - q) \cdot (\bar{\tau} / \bar{\mu}_j^A)}{(\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_x^H)(1 - q) \rho_A D - 2 \ln(1 - q)}, \quad (11)$$

$$N_s \rightarrow \frac{K_s \cdot \bar{\sigma}^H}{\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H} \quad (12)$$

Формулы (9) и (11) показывают, что для гетерогенной среды, состоящей из однородного наполнителя и зернистой рудной фазы, распределенной по биномиальному закону, структурный коэффициент T_x при $D \rightarrow \infty$ не имеет асимптоты, отличной от нуля, и поэтому его значение, а также величина потока характеристического рентгеновского излучения N_x рудной фазы с увеличением размеров рудных зерен уменьшаются.

Однако из простых физических соображений ясно, что влияние крупности зерен гетерогенной фазы на значения T_x и N_x проявляется лишь до тех пор, пока их размеры меньше глубинности исследований, которая определяется пробегом фотонов в однородной фазе и для рассматриваемой модели равна $h \approx 2/\rho_H (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_x^H)$. При $D \geq h$ влияние гетерогенной фазы прекращается и значения T_x и N_x выходят на асимптоты, уравнения которых имеют вид:

$$T_x = - \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_x}{2\bar{\mu}_j^A q} \cdot \frac{\ln(1-q)}{\frac{\rho_A}{\rho_H} \cdot (1-q) - \ln(1-q)} \quad (13)$$

$$N_x = - \frac{K_x \bar{\mu}_x}{2\bar{\mu}_j^A} \cdot \frac{\ln(1-q)}{\frac{\rho_A}{\rho_H} \cdot (1-q) - \ln(1-q)} \quad (14)$$

и получаются из формул (9) и (11) путем замены D на h .

Значения структурного коэффициента T_x при $D \rightarrow \infty$ выходят на асимптоту, определяемую формулой (10). В соответствии с формулами (10) и (11) асимптотические значения структурного коэффициента T_x и потока рассеянного излучения N_x не зависят от гетерогенной рудной фазы и определяются параметрами только однородного наполнителя. Эти выводы полностью согласуются с теми, что были получены ранее [2] в предположении о распределении неоднородностей в гетерогенной среде по закону Пуассона. Более того, свойство закона Пуассона выражать биномиальное распределение при большом числе частиц и малой концентрации рудной фазы в среде позволяет, полагая $q \rightarrow 0$, получить из уравнений (5) — (8) выражения для T_x , T_s , N_x и N_s при распределении рудных зерен в гетерогенной среде по закону Пуассона. Например, при $q \rightarrow 0$ имеем:

$$T_x = \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_x}{\bar{\mu}_j^A} \cdot \frac{R}{S} \quad (15)$$

где

$$R = 1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)$$

$$S = \rho_A D (1 - q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H) + q [2 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D) - \exp(-\bar{\mu}_s^A \rho_A D)]$$

$$T_s = \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{\bar{\sigma}} \cdot \frac{R}{S}, \quad (16)$$

где

$$R = (1 - q) \rho_A D \bar{\sigma}^H + q [1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)] \cdot (\bar{\sigma}^A / \bar{\mu}_j^A)$$

$$S = \rho_A D (1 - q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H) + q [2 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D) - \exp(-\bar{\mu}_s^A \rho_A D)],$$

что в точности совпадает с формулами, полученными в работе [2] для гетерогенной среды с распределением рудных зерен в однородном наполнителе по закону Пуассона. Асимптотические значения структурных коэффициентов при увеличении размеров рудных зерен в случае их распределения по закону Пуассона равны:

$$T_x = \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{\bar{\mu}_j^A} \cdot \frac{1}{(1 - q) (\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H) \rho_A D + 2q} \rightarrow \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{2\bar{\mu}_j^A} \cdot \frac{1}{\frac{\rho_A}{\rho_H} (1 - q) + q}, \quad (17)$$

$$T_s = \frac{\bar{\sigma}^H}{\bar{\sigma}} \cdot \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{\bar{\mu}_j^H + \bar{\mu}_s^H} \quad (18)$$

и могут быть получены либо из формул (15), (16) при $D \rightarrow \infty$, либо из выражений (9), (13) и (10) при $q \rightarrow 0$. Таким образом, при малых концентрациях рудной фазы формулы для структурных коэффициентов и потоков вторичных излучений от гетерогенной среды с биномиальным распределением рудных зерен совпадают с соответствующими выражениями для сред с распределением неоднородностей по закону Пуассона.

В области больших концентраций рудной фазы появляются существенные различия. Для биномиального распределения при $q \rightarrow 1$ из формул (5) — (8) находим:

$$T_x \rightarrow \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_s^A}; \quad N_x \rightarrow \frac{K_x \cdot \bar{\sigma}}{\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_s^A}; \quad (19)$$

$$T_s \rightarrow \frac{\bar{\sigma}^A}{\bar{\sigma}} \cdot \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_s}{\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_s^A}; \quad N_s \rightarrow \frac{K_s \cdot \bar{\sigma}^A}{\bar{\mu}_j^A + \bar{\mu}_s^A}. \quad (20)$$

В предельном случае, когда $q = 1$, исследуемая среда целиком заполняется рудной фазой и становится гомогенной, поэтому структурные коэффициенты и потоки вторичных излучений определяются лишь параметрами рудной фазы и не зависят от размеров рудных зерен, их формы и ориентации, а также от свойств наполнителя. При этом $T_x = T_s = 1$, т. к. $\bar{\mu}_k = \bar{\mu}_k^A$, $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}^A$, где индекс „k“ принимает значения j , x или s .

Если же рудные зерна распределяются в гетерогенной среде по закону Пуассона, то из формул (15), (16) при $q \rightarrow 1$ получаем:

$$T_x \rightarrow \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_x}{\bar{\mu}_j^A} \cdot \frac{1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)}{2 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D) - \exp(-\bar{\mu}_x^A \rho_A D)}, \quad (21)$$

$$T_y \rightarrow \frac{\bar{\mu}_j + \bar{\mu}_y}{\bar{\mu}_j^A} \cdot \frac{|1 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D)| \cdot (\bar{\sigma}^A / \bar{\mu}_y^A)}{2 - \exp(-\bar{\mu}_j^A \rho_A D) - \exp(-\bar{\mu}_x^A \rho_A D)}, \quad (22)$$

которые зависят от размера рудных зерен D и совпадают с равенствами (19) и (20) только при $D \rightarrow 0$. Расхождения обусловлены тем, что при больших концентрациях рудной фазы представление распределения рудных зерен в гетерогенной среде законом Пуассона становится некорректным.

Ордена Трудового Красного Знамени
Институт геофизики и инженерной сейсмологии
АН Арм. ССР

Поступила 21.V.1979.

Ե. Պ. ԼԵՄԱՆ, Ա. Ա. ԹԱՄՐԱԶՅԱՆ, Վ. Ա. ԱՐՏԻԹԱՇԵՎ

ԵՐԿՐՈՐԴԱԿԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՀՈՍՔԸ ԵՎ ԿԱՌՈՒՑՎԱՆՔԱՅԻՆ
ԿՈՐՄԱԿԻՑՆԵՐԸ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԲԻՆՈՄԱԿ
ԲԱՇԽՄԱՄԲ ՏԱՐԱԿԱԶՄ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ՀԱՄԱՐ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Տարակազմ միջավայրի համար երկրորդական ճառագայթման հոսքի և կառուցվածքային գործակիցների հաշվումը կիրառական միջուկային երկրաֆիզիկայի կարևորագույն խնդիրներից մեկն է:

Նախկինում այդ խնդիրը լուծել են ընդունելով, որ անհամասեռությունների բաշխումը միջավայրում ենթարկվում է Պուասոնի օրենքին: Ներկա աշխատանքում տեսական հաշվարկների հիման վրա ցույց է տրվում, որ նշված խնդրի լուծման ժամանակ Պուասոնի օրենքը հանդիսանում է ավելի ընդհանուր բինոմալ օրենքի մասնավոր դեպքը (Պուասոնի օրենքը ճիշտ է բնորոշում տարակազմ միջավայրում անհամասեռությունների բաշխումը, երբ վերջինների պարունակությունը և շափսիրը շատ փոքր են):

Ելնելով նշվածից և ընդունելով, որ տարակազմ միջավայրում անհամասեռությունների բաշխումը ենթարկվում է բինոմալ օրենքին, դուրս են բերվել բանաձևեր երկրորդական ճառագայթման հոսքի և կառուցվածքային գործակիցների հաշվման համար:

SECONDARY RADIATION STREAM AND STRUCTURAL
COEFFICIENTS FOR THE HETEROGENEOUS MEDIUM WITH
THE BINOMIAL LOW DISTRIBUTION OF HETEROGENEITIES

Abstract

For the heterogeneous medium with the binomial distribution of the heterogeneity analytical expressions are obtained to calculate the secondary radiation streams and the values of structural coefficients.

It is shown that the distribution of ore grains at their high concentrations in heterogeneous medium is characterized by binomial law more exactly than by Poisson law.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арцыбашев В. А., Леман Е. П. Об эффективных коэффициентах ослабления фотонов в гетерогенных средах.—«Атомная энергия», том. 44, вып. 1, 1978.
2. Арцыбашев В. А., Леман Е. П. Универсальная схема расчета фотонных полей в гетерогенных средах.—В сб. «Ядерно-физические методы опробования и анализа на предприятиях цветной металлургии. Тезисы докл. II республиканского научно-технического совещания. Ташкент, 1977.
3. Леман Е. П., Тамразян А. А., Арцыбашев В. А. Эффективные коэффициенты ослабления гамма-квантов в гетерогенных средах с распределением неоднородностей по биномальному закону.—«Доклады АН Арм. ССР», том LXVII, № 1, 1978.