

УДК 550.837.3

В. Б. ГАМОЯН

ПОЛЕ БЛУЖДАЮЩИХ ТОКОВ ПРИ НАЛИЧИИ ПЛОСКОЙ  
ВЕРТИКАЛЬНОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА  
РАЗНОВИДНЫХ ПОРОД

В последние годы блуждающие токи широко применяются в области геофизической разведки [1, 2, 3]. Основное затруднение в их исследовании связано с отсутствием теоретических основ метода.

В настоящей статье рассматривается электротехническая модель простых источников блуждающих токов и приводятся некоторые теоретические выкладки о характере распределения полей этих токов при наличии плоской границы раздела двух пород.

В геофизической литературе [2, 4] основными источниками блуждающих токов на рудниках выделены рельсы электрофицированных узкоколейных железных дорог. Изучение характера таких источников указывает на их подобие с двухполюсным линейным источником [4].

Для пояснения сущности такого источника представим его электротехнический эквивалент (рис. 1). Через  $\Delta R_p$  обозначим сопротивления  $\Delta l$  элементарных отрезков рельса, через  $\Delta R_k$  — их контактные сопротивления с окружающими породами.

Как видно из рисунка 1,

$$J_1 = \frac{J_0 \Delta R_p}{\Delta R_p + \Delta R_k}, \quad J_1' = J_0 \left( 1 - \frac{\Delta R_p}{\Delta R_p + \Delta R_k} \right).$$

Обозначим:  $\frac{\Delta R_p}{\Delta R_p + \Delta R_k} = \Delta K$ . Следовательно,  $J_1' = J_0 \Delta K$ ,

$$J_1 = J_0 (1 - \Delta K), \quad J_1' = J_1 \Delta K = J_0 \Delta K (1 - \Delta K),$$

$$J_2 = J_1 (1 - \Delta K) = J_0 (1 - \Delta K)^2, \quad J_2' = J_0 \Delta K (1 - \Delta K)^{i-1}. \quad (1)$$

Формула (1) справедлива при  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ . В пределах  $j = n + 1,$

$$n + 2, n + 3, \dots, 2n \quad J_j' = \Delta K J_0 (1 - \Delta K)^{2n-1}.$$

Потенциал поля такого источника в однородной среде будет выражаться суммой потенциалов от элементарных частей рельса  $\Delta l$ , которые в последующих расчетах приняты точечными источниками:

$$U = \frac{\rho J_0 \Delta K}{4\pi} \left( \sum_{i=1}^n \frac{(1 - \Delta K)^{i-1}}{r_i} - \sum_{j=n+1}^{2n} \frac{(1 - \Delta K)^{2n-j}}{r_j} \right),$$

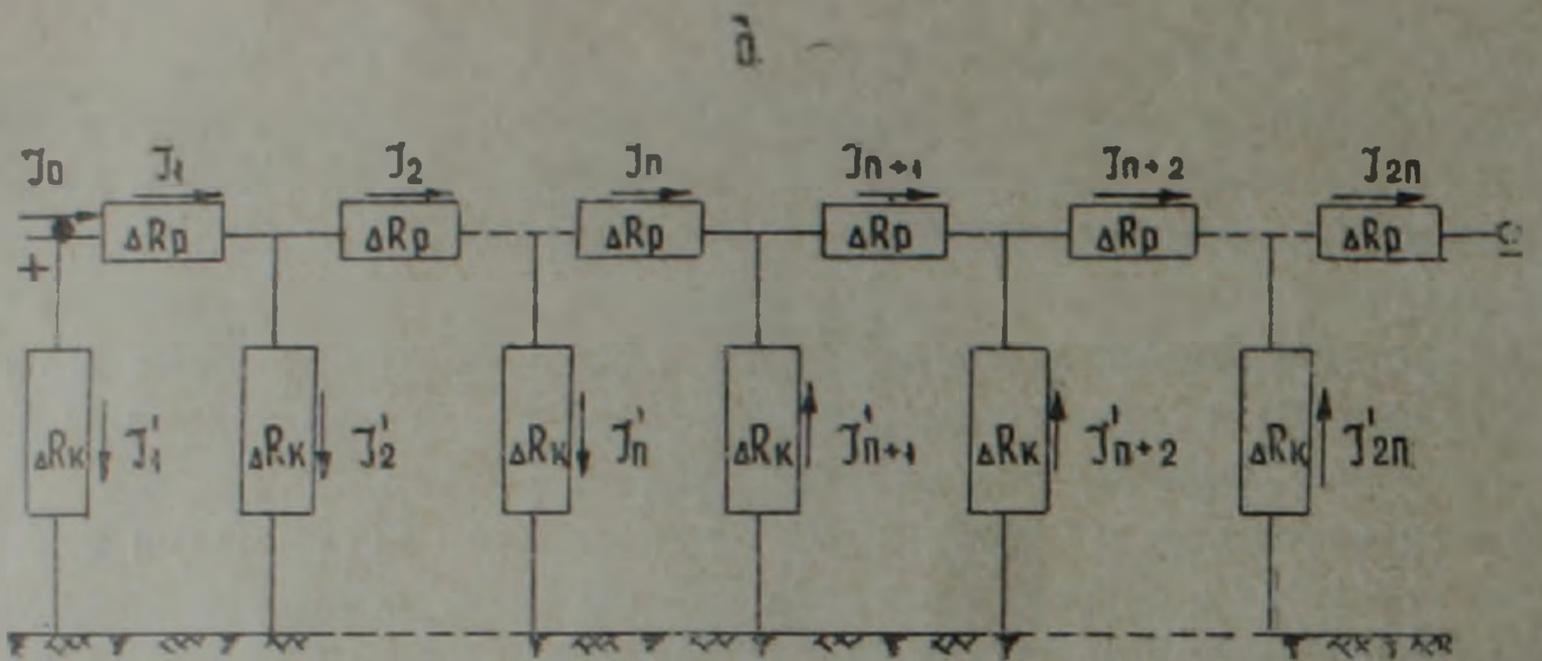
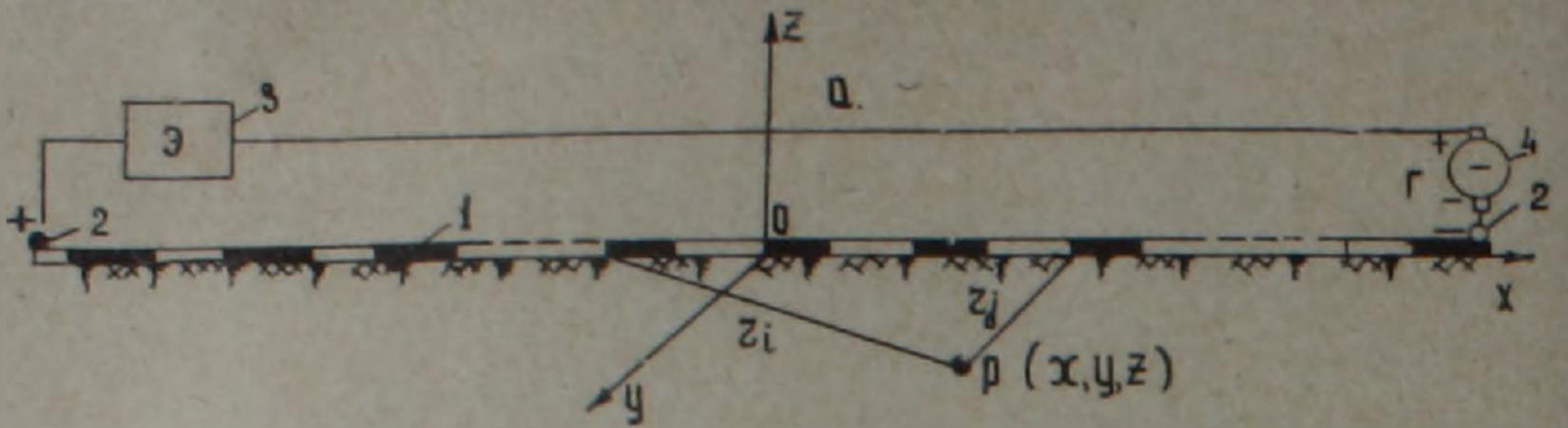


Рис. 1. Схематическая модель—а и б—электротехнический эквивалент узкоколейных железных дорог, служащих источником блуждающих токов на рудниках. 1—рельсы; 2—контакты полюсов источника постоянного тока с рельсами; 3—контактный электро-воз; 4—генератор постоянного тока.

или для прямоугольной системы координат, согласно рисунку 1а, при  $\Delta l \rightarrow 0$

$$U = \frac{\rho J_0 \Delta K}{4\pi} \left[ \int_{-l}^0 \frac{(1 - \Delta K)^{l+\xi}}{\sqrt{(x-\xi)^2 + y^2 + z^2}} d\xi - \int_0^l \frac{(1 - \Delta K)^{l-\xi}}{\sqrt{(x-\xi)^2 + y^2 + z^2}} d\xi \right], \quad (2)$$

где  $\rho$ —удельное сопротивление среды;  $J_0$ —ток, протекающий по рельсам на точке контакта их с источником постоянного тока;  $l$ —полурасстояние между полюсами источника;  $x, y, z$ —координаты точки определения потенциала;  $\xi$ —текущая координата по источнику.

Теперь предположим, имеется плоская граница раздела двух пород с удельными сопротивлениями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Для удобства примем модель среды таким образом, чтобы ток с рельсов в окружающую среду стекал в пределах пород с удельным сопротивлением  $\rho_1$  и обратно перетекал в рельсы в пределах пород с удельным сопротивлением  $\rho_2$ . Условие будет обеспечено, если контактные сопротивления частей рельса  $A$  и  $B$ , расположенные в разных породах, равны друг другу (рис. 2а). Найдем выражения для потенциалов в произвольно выбранных точках  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  и  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  той и другой частей среды.

Потенциальные функции должны иметь конечные значения всюду,

кроме точек, лежащих внутри источника, удовлетворять уравнению Лапласа и иметь такой вид, чтобы выполнялись условия на границе раздела, требующие непрерывности потенциала и нормальной составляющей плотности тока. В связи с единственностью решения, удовлетворяющего этим условиям, можно воспользоваться методом зеркального отображения.

Строим зеркальное отображение части  $A$  модели рельса по отношению к  $CC'$ . При отыскании потенциала в точке  $P_1$ , находящейся в части среды с удельным сопротивлением  $\rho_1$ , предположим, что потенциал этой части создается действительным электродом  $A$ , питаемым начальным током  $J_0$  и фиктивным электродом  $A_1$ , через который вводится ток пока неизвестной силы  $J^0$ . При этом будем считать, что все пространство занято средой с удельным сопротивлением  $\rho_1$ .

Используя формулу (2), для потенциала  $U_{11}$  точки  $P_1$  можно написать выражение, принимая прямоугольную систему координат, представленную на рисунке 2.

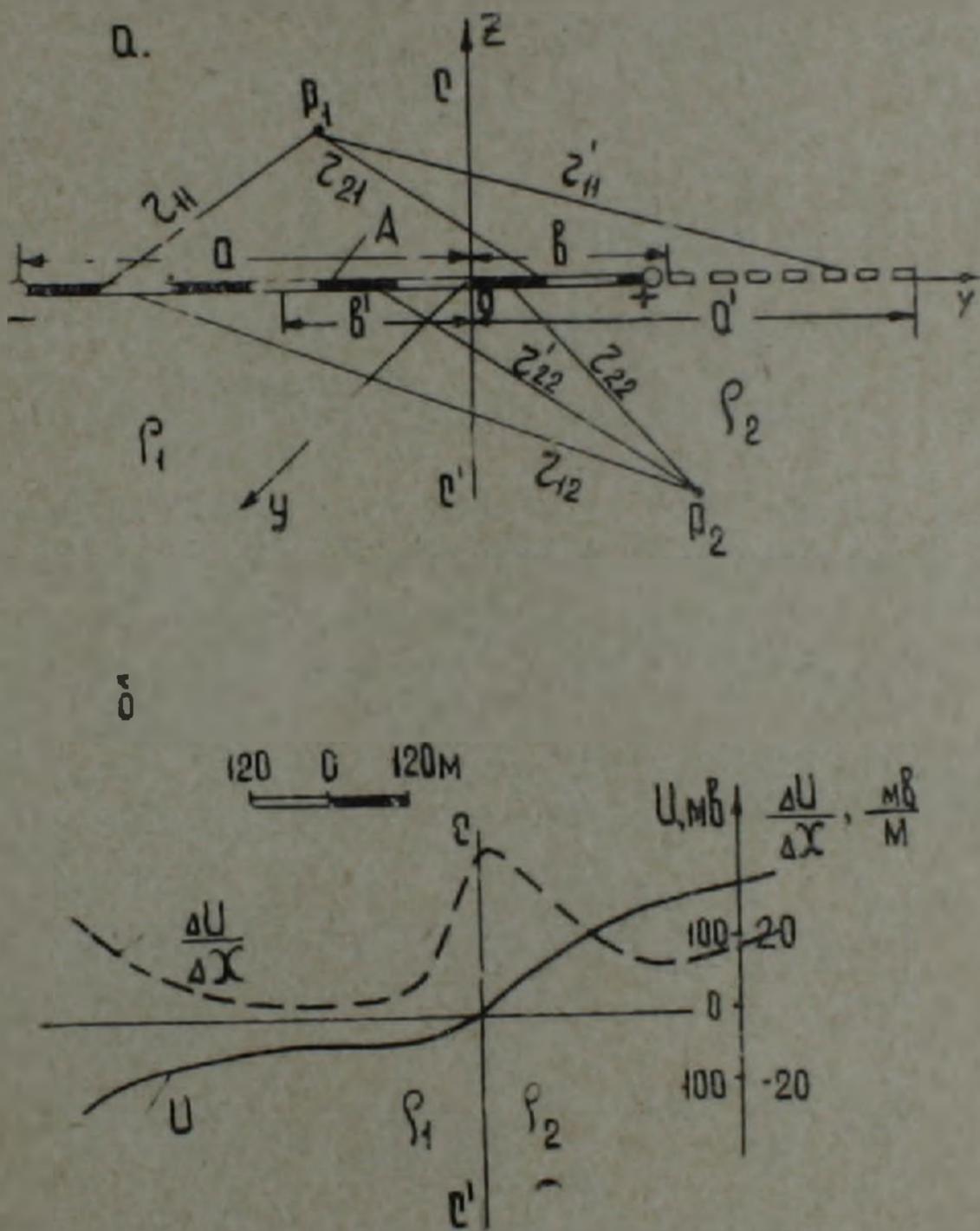


Рис. 2. Геометрическая модель среды для изучения характера распределения блуждающих токов от линейно-двухполюсного источника — а и б — кривые потенциала и приращения потенциала поля при наличии контакта различных пород

$$U_{11} = \frac{\rho_1 \Delta K}{4\pi} \left[ J_0 \int_{-a}^a \frac{(1 - \Delta K)^{a+\xi} d\xi}{\sqrt{(x_1 - \xi)^2 + y_1^2 + z_1^2}} + J_0^0 \int_0^a \frac{(1 - \Delta K)^{a-\xi} d\xi}{\sqrt{(x_1 - \xi)^2 + y_1^2 + z_1^2}} \right].$$

Составляя выражение для потенциала точки  $P_2(U_{12})$ , предположим, что этот потенциал создается электродом  $A$ , питаемым током тоже пока неизвестной силы  $J_0'$ , но находящимся в части среды с удельным сопротивлением  $\rho_2$ .

Для потенциала  $U_{12}$  точки  $P_2$  можно написать

$$U_{12} = \frac{\rho_2 J_0' \Delta K}{4\pi} \int_{-a}^0 \frac{(1 - \Delta K)^{a+\xi} d\xi}{V(x_2 - \xi)^2 + y_2^2 + z_2^2}.$$

Подберем  $J_0'$  и  $J_0''$  таким образом, чтобы выполнялись граничные условия, т. е. чтобы при совмещении точек  $P_1$  и  $P_2$  на границе раздела при  $x_1 = x_2 = 0$ ,  $y_1 = y_2$  и  $z_1 = z_2$  было  $U_{11} = U_{12}$  и  $\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial U_{11}}{\partial x} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial U_{12}}{\partial x}$ . Составляя равенства, удовлетворяющие этим условиям и учитывая, что

$$r_{11} = r_{12} = V(x^2 + y^2 + z^2) = r$$

получим:

$$\rho_1 (J_0' + J_0'') = \rho_2 J_0'; \quad J_0' - J_0'' = J_0''.$$

Решая полученные равенства по отношению  $J_0'$  и  $J_0''$ , находим:

$$J_0' = J_0 \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad J_0'' = J_0 \left(1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}\right).$$

Обозначим  $\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$  буквой  $N$  и заметим, что  $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1+N}{1-N}$ .

Возвращаясь к решению задачи, можно теперь переписать выражения для потенциалов точек, лежащих по обе стороны границы раздела от части рельса, находящейся в породах с удельным сопротивлением  $\rho_1$ , подставляя значения  $J_0'$  и  $J_0''$ .

$$U_{11} = \frac{J_0 \rho_1 \Delta K}{4\pi} \left[ \int_{-a}^0 \frac{(1 - \Delta K)^{a+\xi} d\xi}{V(x_1 - \xi)^2 + y_1^2 + z_1^2} - N \int_0^a \frac{(1 - \Delta K)^{a-\xi} d\xi}{V(x_1 - \xi)^2 + y_1^2 + z_1^2} \right] \quad (3)$$

$$U_{12} = \frac{J_0 \rho_2 \Delta K (1-N)}{4\pi} \int_0^a \frac{(1 - \Delta K)^{a-\xi} d\xi}{V(x_2 - \xi)^2 + y_2^2 + z_2^2}. \quad (4)$$

Таким же образом можно найти формулы, выражающие потенциалы  $U_{21}$  и  $U_{22}$  в точках  $P_1$  и  $P_2$  от отрезка рельса  $B$ , расположенного в среде с удельным сопротивлением  $\rho_2$ .

$$U_{21} = - \frac{J_0 \rho_1 \Delta K (1-N)}{4\pi} \int_0^b \frac{(1 - \Delta K)^{b-\xi} d\xi}{V(x_1 - \xi)^2 + y_1^2 + z_1^2}, \quad (5)$$

$$U_{22} = - \frac{J_0 \rho_2 \Delta K}{4\pi} \left[ \int_0^b \frac{(1-\Delta K)^{b-\xi} d\xi}{V(x_2-\xi)^2 + y_2^2 + z_2^2} - N \int_{-b}^0 \frac{(1-\Delta K)^{b+\xi} d\xi}{V(x_2-\xi)^2 + y_2^2 + z_2^2} \right] \quad (6)$$

Теперь имея формулы (3), (4), (5) и (6), выражающие потенциалы в точках  $P_1$  ( $U_{11}$  и  $U_{21}$ ) и  $P_2$  ( $U_{12}$  и  $U_{22}$ ) от частей  $A$  ( $U_{11}$  и  $U_{12}$ ) и  $B$  ( $U_{21}$  и  $U_{22}$ ) линейно-двухполюсного источника, путем их суммирования, напомним формулы, выражающие потенциалы в точках  $P_1$  и  $P_2$  от линейно-двухполюсного источника, служащего моделью источника блуждающих токов в подземных выработках рудников:

$$U_{P_1} = \frac{J_0 \Delta K \rho_1}{4\pi} \left[ \int_{-a}^0 \frac{(1-\Delta K)^{a+\xi} d\xi}{V(x_1-\xi)^2 + y_1^2 + z_1^2} + N \int_0^a \frac{(1-\Delta K)^{a-\xi} d\xi}{V(x_1-\xi)^2 + y_1^2 + z_1^2} - (1-N) \int_0^b \frac{(1-\Delta K)^{b+\xi} d\xi}{V(x_2-\xi)^2 + y_1^2 + z_1^2} \right],$$

$$U_{P_2} = \frac{J_0 \Delta K \rho_2}{4\pi} \left[ (1-N) \int_0^a \frac{(1-\Delta K)^{a-\xi} d\xi}{V(x_2-\xi)^2 + y_2^2 + z_2^2} - \int_0^b \frac{(1-\Delta K)^{b-\xi} d\xi}{V(x_2-\xi)^2 + y_2^2 + z_2^2} - N \int_{-b}^0 \frac{(1-\Delta K)^{b+\xi} d\xi}{V(x_2-\xi)^2 + y_2^2 + z_2^2} \right].$$

С помощью последних двух формул на ЭВМ «Минск-22» вычислены кривые потенциала и градиента потенциала по  $x$ , при  $z=0$ ,  $y=100$  м,  $J_0=12,5$  а,  $\rho_1=1500$  ом.м,  $\rho_2=300$  ом.м,  $2l=1000$  м,  $a=730$  м,  $b=270$  м (рис. 26). Кривые характеризуются скачкообразным переходом на границе раздела разнородных пород.

Представленные материалы могут быть использованы для разработки методики интерпретации результатов полевых работ методом блуждающих токов.

Ордена Трудового Красного Знамени Институт геофизики и инженерной сейсмологии Академии наук Армянской ССР

Поступила 21.III. 1978.

Վ. Բ. ԿԱՄՈՅԱՆ

ԹԱՓԱՌՈՂ ՀՈՍԱՆՔՆԵՐԻ ԴԱՇՏԸ ՏԱՐԱՏԵՍԱԿ ԱՊԱՐՆԵՐԻ ՀԱՐԹ ՈՒՂՂԱԶԻԿ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՍԱՀՄԱՆԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Թափառող հոսանքների մեթոդի հետազոտարկայացման համար կարևոր խնդիր է հանդիսանում նրա տեսութայան մշակումը:

Հողվածում քննարկված են թափառող հոսանքների աղբյուրի էլեկտրատեխնիկական նմանակը և նրա մաթեմատիկական մոդելը: Տեսական ուսումնասիրման ճանաչարհով ստացված են տարատեսակ ապարների հարթ քաժանման սահմանի առկայության դեպքում թափառող հոսանքների դաշտը բնութագրող մաթեմատիկական բանաձևեր: Ստացված բանաձևերի օգնությամբ «Մինսկ—22» էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի միջոցով հաշվված են դաշտի պոտենցիալի և պոստենցիալի աճի կորերը:

Ներկայացված արդյունքները կարող են ծառայել որպես նյութ թափառող հոսանքների մեթոդով դաշտային աշխատանքների արդյունքների մեկնաբանման եղանակները մշակելու համար:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Березин Г. И., Семенов М. В. Об использовании полей блуждающих токов для электроразведки флангов разрабатываемых месторождений. В сб. «Методика и техника разведки», № 86, Л., 1973.
2. Гамоян В. Б. Применение естественных электрических полей и полей промышленных блуждающих токов в подземных горных выработках при решении поисково-разведочных задач. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата геолого-минералогических наук. Ереван, 1972.
3. Ноффе Л. М., Комаров В. А., Семенов М. В. Об использовании помех промышленных переменных токов для поисковых целей. В сб. «Вопросы рудной геофизики», М., Гостеолтехиздат, 1957.
4. Bezvoda Vaclav, Prochazka Josef. Stray currents in geological prospecting. "Sb. geol. Ved.", 1973, UG, № 11.