Известия АН Армянской ССР, Науки о Земле, 3, 58—64, 1979

УДК 550.311

С. Ц. АКОПЯН, В. Н. ЖАРКОВ, В. М. ЛЮБИМОВ

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ К ЗАДАЧЕ ЗАТУХАНИЯ РАДИАЛЬНЫХ И СФЕРОИДАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЗЕМЛИ

1. В работах [1—4] построена теория возмущений во втором приближении для крутильных, радиальных и сфероидальных колебаний Земли. Земля предполагалась идеально упругой. В работе [5] эта теория обобщена для крутильных колебаний на случай вязкоупругой среды. В данной работе дано обобщение теории возмущений на случай вязкоупругой среды для радиальных и сфероидальных колебаний.

При решении задачи о возбуждении собственных колебаний в вязко-упругой Земле под действием точечного источника возникают как затухающие периодические, так и апериодические решения [6]. В [7] для крутильных колебаний показано, что отношение амплитуд апериодического и периодического решений мало.

Построенная ниже теория позволяет описать определяющие движения затухающие колебания, т. е. учесть в первом и втором приближениях влияние их затухания на частоты радиальных и сфероидальных колебаний Земли.

2. Будем предполагать, что затухание происходит как за счет сдвиговых процессов, так и за счет объемных деформаций. Связь между тензором напряжений σ_{ik} деформаций u_{ik} зададим соотношением [9]:

$$\sigma_{ik} = \delta_{ik} K [u_{ll} - \int_{-\infty}^{t} u_{ll}(\tau)\, \dot{\varphi}_K (t-\tau)\, d\tau] +$$

$$+ 2\mu [e_{ik} - \int_{-\infty}^{t} e_{ik}(\tau)\, \dot{\varphi}_\mu (t-\tau)\, d\tau], \tag{1}$$

где $e_{ik} = u_{ik} - 1/3\, \delta_{ik} u_{ll}$ — девиаторная часть деформаций, φ_K, φ_μ — две независимые функции релаксации, соответствующие объемным и сдвиговым деформациям, K, μ — модули сжатия и сдвига, δ_{ik} — символ Кронекера, точка обозначает дифференцирование по t.

Аналогично [5] запишем выражения для обобщенных комплексных модулей сдвига и сжатия через комплексные модули сдвига и сжатия соответственно:

$$\mu^* (p_0) = \bar{\mu} (\omega_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(i)^n}{n!} \lambda_0^n \left[\frac{d^n \bar{\mu} (\omega)}{d\omega^n} \right]_{\omega_0}$$

$$K^* (p_0) = \bar{K} (\omega_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(i)^n}{n!} \lambda_0^n \left[\frac{d^n \bar{K} (\omega)}{d\omega^n} \right]_{\omega_0}, \tag{2}$$

где $\overline{\mu}(\omega_0)$, $\overline{K}(\omega_0)$ — комплексные модули, p_0 — комплексная частота ($\mathrm{Im}\, p_0 = \omega_0$, а $\mathrm{Re}\, p_0 = -\lambda_0$ — коэффициент затухания свободного колебания).

Для вычисления обобщенных комплексных модулей по формулам (2) используем выражения для комплексных модулей:

$$\overline{\mu}(\omega) = \frac{\mu_д}{1-i\,Q_\mu^{-1}};\ \mu_д = \frac{\mu}{1+a_\mu(\omega)};\qquad Q_{\mu,K}^{-1} = \frac{b_{\mu,K}(\omega)}{1+a_{\mu,K}(\omega)}, \quad (3)$$
$$\overline{K}(\omega) = \frac{K_д}{1-iQ_K^{-1}};\ K_д = \frac{K}{1+a_K(\omega)},$$

где

$$a_{\mu,K}(\omega) = \int_0^\infty \cos\omega t\ \dot{\varphi}_{\mu,K}(t)\,dt,\ b_{\mu,K}(\omega) = \int_0^\infty \sin\omega t\ \dot{\varphi}_{\mu,K}(t)\,dt. \quad (4)$$

В (3), (4) $\mu_д$ и $K_д$ — динамические модули, Q_μ и Q_K — диссипативные функции сдвига и сжатия, φ_μ, φ_K — функции ползучести. Задавая функции ползучести для различных реологических тел, найдем по формулам (2)—(4) выражения обобщенных комплексных модулей сдвига с точностью до членов второго порядка малости. Ниже все вычисления будем производить, описывая сдвиговую диссипацию логарифмической функцией ползучести [5], а φ_K не будем конкретизировать.

Наша задача заключается в определении собственных частот ω радиальных и сфероидальных колебаний неидеально упругой Земли и параметров затухания λ_l через функции $a_{\mu,K}(\omega)$ и $Q_{\mu,K}^{-1}(\omega)$ в слоях Земли с помощью теории возмущений. Для этой цели, как и в [5], запишем выражения обобщенных комплексных модулей с точностью до членов второго порядка для J-го слоя Земли:

$$\mu^* = \mu_j(1 + M_{1j} + M_{2j}),\ K^* = K_j(1 + K_{1j} + K_{2j}), \quad (5)$$

где

$$M_{1j} = -a_{\mu j} + iQ_{\mu j}^{-1},\ K_{1j} = -a_{Kj} + iQ_{Kj}^{-1}$$
$$K_{2j} = a_{Kj}^2 - Q_{Kj}^{-2} - ia_{Kj}Q_{Kj}^{-1} + i\lambda_0/K_j \left|\frac{d}{d\omega}K_j(\omega)\right|_{\omega_0} \quad (6)$$

$$M_{2j} = a_{\mu j}^2 - Q_{\mu j}^{-2} - ia_{\mu j}Q_{\mu j}^{-1} + i\lambda_0/\omega_0\left[\frac{\omega_0}{\alpha}a_{\mu j} + i\left(\frac{2}{\pi} - \frac{\omega_0}{\alpha}\right)Q_{\mu j}^{-1}\right]. \quad (7)$$

В работах [1—4] при построении теории возмущений во втором приближении в предположении идеальной упругости среды модуль сдвига и сжатия задавались в виде $\mu = \mu_0\ (1+M_1)$, $K = K_0\ (1+K_1)$. Для того, чтобы учесть влияние затухания во втором приближении, эту теорию следует обобщить, задавая возмущения модуля сдвига и сжатия в виде (5)—(7). Формулы первого приближения для радиальных и сфероидальных колебаний при этом не изменятся.

3. Стандартным образом [1—4] разложим безразмерную частоту $\varkappa$ и безразмерные функции U, V, P для сфероидальных колебаний в ряды (для радиальных колебаний $\varkappa$ и V):

$$\varkappa_l = \varkappa_{0l}(1 + \varkappa_{1l} + \varkappa_{2l} + \cdots),\ U_l = U_{0l} + U_{1l} + U_{2l} + \cdots,$$
$$V_l = V_{0l} + V_{1l} + V_{2l} + \cdots,\ P_l = P_{0l} + P_{1l} + P_{2l} + \cdots, \tag{8}$$

причем

$$U_{1l} = \sum_k a_{lk} U_{0k},\ V_{1l} = \sum_k a_{lk} V_{0k},\ P_{1l} = \sum_k a_{lk} P_{0k}$$
$$U_{2l} = \sum_k b_{lk} U_{0k},\ V_{2l} = \sum_k b_{lk} V_{0k},\ P_{2l} = \sum_k b_{lk} P_{0k}. \tag{9}$$

Ниже, ввиду громоздкости, приведем только окончательные результаты такой обобщенной теории, записанные для кусочно-постоянной модели Земли:

$$\Delta\varkappa_{1l} = \varkappa_{0l}\varkappa_{1l} = \sum_j (k^l_{\mu j} M_{1j} + k^l_{Kj} K_{1j})$$
$$a_{lk} = \sum_k (a^{lk}_{\mu j} M_{1j} + a^{lk}_{Kj} K_{1j}),\ a_{ll} = 0 \tag{10}$$

$$\Delta\varkappa_{2l} = \varkappa_{0l}\varkappa_{2l} = \sum_{i,j} (k^l_{\mu\mu,ij} M_{1i} M_{1j} + k^l_{KK,ij} K_{1i} K_{1j} + k^l_{\mu K,ij} M_{1i} K_{1j}) +$$
$$+ \sum_j (k^l_{\mu j} M_{2j} + k^l_{Kj} K_{2j})$$
$$b_{lk} = \sum_{i,j} (b^{lk}_{\mu\mu,ij} M_{1i} M_{1j} + b^{lk}_{KK,ij} K_{1i} K_{1j} + b^{lk}_{\mu K,ij} M_{1i} K_{1j}) +$$
$$+ \sum_j (a^{lk}_{\mu j} M_{2j} + a^{lk}_{Kj} K_{2j}) \tag{11}$$
$$b_{ll} + \sum_{i,j} (b^{ll}_{\mu\mu,ij} M_{1i} M_{1j} + b^{ll}_{KK,ij} K_{1i} K_{1j} + b^{ll}_{\mu K,ij} M_{1i} K_{1j}),$$

где

$$b^{ll}_{ss,ij} = -\frac{1}{2I_l}\sum_k a^{lk}_{si} a^{lk}_{sj} I_k;\ b^{ll}_{\mu K,ij} = -\frac{1}{I_l}\sum_k I_k a^{lk}_{\mu i} a^{lk}_{Kj};$$
$$b^{lk}_{ss,ij} = \frac{1}{(\varkappa^2_{0k} - \varkappa^2_{0l})}\{2(\varkappa_{0l} k^l_{sl} - \varkappa_{0k} k^k_{si}) a^{lk}_{sj} + \sum_n (\varkappa^2_{0k} - \varkappa^2_{0n}) a^{ln}_{\mu i} a^{ik}_{Kj} I_k\};$$
$$b^{lk}_{\mu K,ij} = \frac{1}{(\varkappa^2_{0k} - \varkappa^2_{0l})}\{2(\varkappa_{0l} k^l_{\mu l} - \varkappa_{0k} k^k_{\mu i}) a^{lk}_{Kj} + 2(\varkappa_{0l} k^l_{Ki} - \varkappa_{0k} k^k_{Ki}) a^{lk}_{\mu j}) +$$
$$+ \sum_n (\varkappa^2_{0k} - \varkappa^2_{0n})(a^{ln}_{\mu i} a^{nk}_{Kj} + a^{ln}_{Ki} a^{nk}_{\mu j})\}; \tag{12}$$

(здесь и ниже индекс s принимает значение μ или K). Выражения $k^l_{\mu j}$, k^l_{Kj}, a^{lk}_{Kj}, $a^{lk}_{\mu j}$, $k^l_{ss,ij}$, $k^l_{\mu K,ij}$ для радиальных и сфероидальных колебаний даны в [4].

Используя формулы (9), (10) и (11) найдем:

$$U_{1l} = \sum_j (U^l_{\mu j} M_{1j} + U^l_{Kj} K_{1j})$$

$$U_{2l} = \sum_{i,j} (U^l_{\mu\mu,ij} M_{1i} M_{1j} + U^l_{KK,ij} K_{1i} K_{1j} + U^l_{\mu K,ij} M_{1i} M_{1j}) +$$

$$+ \sum_j (U^l_{\mu j} M_{2j} + U^l_{Kj} K_{2j}), \tag{13}$$

где

$$U^l_{sj} = \sum_k a^{lk}_{sj} U_{0k}; \quad U^l_{ss,ij} = \sum_k b^{lk}_{ss,ij} U_{0k} + b^{ll}_{ss,ij} U_{0l};$$

$$U^l_{\mu K,ij} = \sum_k b^{lk}_{\mu K,ij} U_{0k} + b^{ll}_{\mu K,ij} U_{0l}; \tag{14}$$

(индексы l, k, n — номера обертонов, i, j — номера слоев). Выражения для радиальных функций V_{1l}, P_{1l}, V_{2l}, P_{2l} имеют аналогичный вид.

4. Через некоторое время после возбуждения землетрясением движения в Земле определяющим будет установившийся режим затухающих собственных колебаний. Тогда в сферической системе координат (r, θ, φ) решения для затухающих радиальных и сфероидальных колебаний соответственно запишем в виде:

$$u_r = V(r)\, e^{p_0 t}, \quad u_\theta = u_\varphi = 0 \tag{15}$$

$$u_r = U(r)\, S^m_n(\theta, \varphi)\, e^{p_0 t}, \quad u_\theta = V(r) \frac{\partial}{\partial \theta} S^m_n(\theta, \varphi)\, e^{p_0 t},$$

$$u_\varphi = \frac{V(r)}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} S^m_n(\theta, \varphi)\, e^{p_0 t}, \tag{16}$$

где u_r, u_θ, u_φ — компоненты вектора смещения, S^m_n — сферические функции. Смещения (15) и (16) по виду совпадают со смещениями радиальных и сфероидальных колебаний в упругой Земле [8].

Возмущение гравитационного потенциала Ψ, по аналогии с упругим случаем, примет вид:

$$\psi = P(r)\, S^m_n(\theta, \varphi)\, e^{p_0 t}. \tag{17}$$

Комплексную частоту радиального и сфероидального колебаний, в соответствии с (10), (11) и с учетом (5)—(7), можно записать в виде:

$$p_l = -\lambda_l + i\omega_l$$

$$\lambda_l = \frac{\bar{c}}{r_a} (\Delta\varkappa''_{1l} + \Delta\varkappa''_{2l}), \quad \omega_l = \frac{\bar{c}}{r_a} (\varkappa_{0l} + \Delta\varkappa'_{1l} + \Delta\varkappa'_{2l}), \tag{18}$$

где

$$\Delta\varkappa'_{1l} = \mathrm{Re}\,(\Delta\varkappa_{1l}) = -\sum_j (k^l_{\mu j} a_{\mu j} + k^l_{Kj} a_{Kj}) \tag{19}$$

$$\Delta\varkappa''_{1l} = \mathrm{Im}\,(\Delta\varkappa_{1l}) = \sum_j (k^l_{\mu j} Q^{-1}_{\mu j} + k^l_{Kj} Q^{-1}_{Kj})$$

$$\Delta\varkappa'_{2l} = \mathrm{Re}\,(\Delta\varkappa_{2l}) = \sum_{i,j} [k^l_{\mu\mu,ij} (a_{\mu i} a_{\mu j} - Q^{-1}_{\mu i} Q^{-1}_{\mu j}) +$$

$$+ k^l_{KK,ij} (a_{Ki} a_{Kj} - Q^{-1}_{Ki} Q^{-1}_{Kj}) + k^l_{\mu K,ij} (a_{\mu i} a_{Kj} - Q^{-1}_{\mu i} Q^{-1}_{Kj})] +$$

$$+ \sum_j [k^l_{\mu j}(a^2_{\mu j} - Q^{-2}_{\mu j}) + k^l_{Kj}(a_{Kj} - Q^{-2}_{Kj})] +$$

$$+ \left(\frac{\bar{c}}{\alpha r_a} - \frac{2}{\pi \varkappa_{0l}}\right) \sum_{i,j} (k^l_{\mu i} Q^{-1}_{\mu i} + k^l_{Kj} Q^{-1}_{Kj}) k^l_{\mu j} Q^{-1}_{\mu j} + \mathrm{Re}\,(\sum_j k^l_{Kj} K_{2j}) \tag{20}$$

$$\Delta\varkappa^{*}_{2l} = \mathrm{Im}(\Delta\varkappa_{2l}) = -2 \Big\{ \sum_{i,j} [k^l_{\mu\mu,\, ij} a_{\mu i} Q^{-1}_{\mu j} + k^l_{KK,\, ij} a_{Ki} Q^{-1}_{Kj} +$$

$$+ \frac{1}{2} k^l_{\mu K,\, ij} (a_{\mu i} Q^{-1}_{Kj} + a_{Kj} Q^{-1}_{\mu i})] + \frac{1}{2} \sum_j (k^l_{\mu j} a_{\mu j} Q^{-1}_{\mu j} + k^l_{Kj} a_{Kj} Q^{-1}_{Kj}) -$$

$$- \frac{\bar{c}}{2\alpha r_a} \sum_{i,j} (k^l_{\mu i} Q^{-1}_{\mu i} + k^l_{Ki} Q^{-1}_{Ki}) k^l_{\mu j} a_{\mu j} + \mathrm{Im}\,(\sum_j k^l_{Kj} K_{2j}) \Big\} \tag{21}$$

и сделаны обозначения $\varkappa_{0l} = \omega_{0l} r_a / \bar{c}$, $\bar{c} = (\bar{K}/\bar{\rho})^{1/2}$, $\bar{K}$ и $\bar{\rho}$ — некоторые нормирующие постоянные для модуля сжатия и плотности, r_a — радиус Земли.

При получении (20) и (21) учитывалось, что

$$\gamma_l/\omega_l = \frac{1}{2} Q^{-1}_l = \frac{1}{\varkappa_{0l}} \sum_j (k^l_{\mu j} Q^{-1}_{\mu j} + k^l_{Kj} Q^{-1}_{Kj}) + 0\,(\max Q^{-2}_{\mu j},\ Q^{-2}_{Kj}),$$

а также, что $\omega_l/\alpha \ll 1$, поэтому $\dfrac{\omega_l}{\alpha \varkappa_{0l}} \approx \dfrac{\bar{c}}{\alpha r_a}$.

Теперь получим формы колебаний. Безразмерную функцию U_l (аналогично и для V_l, P_l) запишем в виде:

$$U_l = U'_l + iU''_l, \tag{22}$$

где

$$U'_l = U_{0l} + U'_{1l} + U'_{2l},\ U''_l = U''_{1l} + U''_{2l} \tag{23}$$

$$U'_{1l} = \mathrm{Re}\,(U_{1l}) = -\sum_j (U^l_{\mu j} a_{\mu j} + U^l_{Kj} a_{Kj}),\ U''_{1l} = \mathrm{Im}\,(U_{1l}) =$$

$$= \sum_j (U^l_{\mu j} Q^{-1}_{\mu j} + U^l_{Kj} Q^{-1}_{Kj})$$

$$U'_{2l} = \mathrm{Re}\,(U_{2l}) = \sum_{i,j} [U^l_{\mu\mu,\, ij} (a_{\mu i} a_{\mu j} - Q^{-1}_{\mu i} Q^{-1}_{\mu j}) + U^l_{KK,\, ij} (a_{Ki} a_{Kj} - Q^{-1}_{Ki} Q^{-1}_{Kj}) +$$

$$+ U^l_{\mu K,\, ij} (a_{\mu i} a_{Ki} - Q^{-1}_{\mu i} Q^{-1}_{Kj})] + \sum_j [U^l_{\mu j} (a^2_{\mu j} - Q^{-2}_{\mu j}) + U^l_{Kj} (a^2_{Kj} - Q^{-2}_{Kj})] +$$

$$+ \left(\frac{\bar{c}}{\alpha r_a} - \frac{2}{\pi \varkappa_{0l}}\right) \sum_{i,j} (k^l_{\mu i} Q^{-1}_{\mu i} + k^l_{Ki} Q^{-1}_{Ki}) U^l_{\mu j} Q^{-1}_{\mu j} + \mathrm{Re}\,(\sum_j U^l_{Kj} K_{2j}) \tag{24}$$

$$U''_{2l} = \mathrm{Im}\,(U_{2l}) = -2 \sum_{i,j} [U^l_{\mu\mu,\, ij} a_{\mu i} Q^{-1}_{\mu j} + U^l_{KK,\, ij} a_{Ki} Q^{-1}_{Kj} +$$

$$+ \frac{1}{2} U^l_{\mu K,\, ij} (a_{\mu i} Q^{-1}_{Kj} + a_{Kj} Q^{-1}_{\mu i})] - \sum_j (U^l_{\mu j} a_{\mu j} Q^{-1}_{\mu j} + U^l_{Kj} a_{Kj} Q^{-1}_{Kj}) +$$

$$+ \frac{\bar{c}}{\alpha r_a} \sum_{i,j} (k^l_{\mu i} Q^{-1}_{\mu i} + k^l_{Ki} Q^{-1}_{Ki}) U^l_{\mu j} a_{\mu j} + \mathrm{Im}\,(\sum_j U^l_{Kj} K_{2j}). \tag{25}$$

При получении (23)—(25) были использованы формулы (6), (7), (13). Тогда решения для радиальных и сфероидальных колебаний во втором приближении с учетом диссипации запишутся в виде:

для радиальных колебаний

$$u_r = V_{l0} e^{-\lambda \varepsilon t} \cos(\omega_l t + \Phi_l), \quad u_\theta = u_\varphi = 0, \tag{26}$$

для сфероидальных колебаний

$$u_r = U_{l0} S_n^m (\theta, \varphi) e^{-\lambda \varepsilon t} \cos(\omega_l t + \Phi_{l0}) \tag{27}$$

$$u_\theta = V_{l0} \frac{\partial}{\partial \theta} S_n^m (\theta, \varphi) e^{-\lambda \varepsilon t} \cos(\omega_l t + \Phi_l),$$

где

$$u_\varphi = V_{l0} \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} S_n^m (\theta, \varphi) e^{-\lambda \varepsilon t} \cos(\omega_l t + \Phi_l)$$

$$U_{l0} = 2\sqrt{(U_l')^2 + (U_l'')^2}, \quad V_{l0} = 2\sqrt{(V_l')^2 + (V_l'')^2}, \tag{28}$$

$$\operatorname{tg} \Phi_{l0} = \frac{U_l''}{U_l'}, \quad \operatorname{tg} \Phi_l = \frac{V_l''}{V_l'}.$$

Аналогично возмущение гравитационного потенциала примет вид:

$$\psi = P_{l0} S_n^m (\theta, \varphi) e^{-\lambda \varepsilon t} \cos(\omega_l t + \Phi_{el}). \tag{29}$$

Таким образом, изучено влияние затухания в первом и втором порядках на частоты и формы радиальных и сфероидальных колебаний. Если объемное затухание отсутствует, то во всех формулах a_k и Q_k^{-1} следует положить равными нулю. Решение получено при учете сдвиговой диссипации с помощью тела Кнопова-Ломница. Аналогичным образом могут быть найдены решения для других реологических тел.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии АН Армянской ССР,
Институт физики Земли и Вычислительный центр АН СССР.

Поступила 22.I.1979.

Ս. Տ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Վ. Ն. ԺԱՐԿՈՎ, Վ. Մ. ԼՅՈՒԲԻՄՈՎ

ԽՈՏՈՐՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԵՐԿՐԻ ՇԱՌԱՎՂԱՅԻՆ ԵՎ ՍՖԵՐԻԿ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՄԱՐՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՄԵՋ

Ամփոփում

Հոդվածում տրված է խոտորման տեսության ընդհանրացումը ոչ առաձգական միջավայրում երկրաշարժի հետևանքով առաջացած Երկրի շառավղային և սֆերիկ տատանումների համար։ Առաջարկվող տեսությունը հնարավորություն է տալիս նկարագրել տատանումների մարումը՝ այսինքն առաջին և երկ-

րորդ մոտավորությամբ հաշվի առնել մարման գործակցի ազդեցությունը Երկրի շառավղային և սֆերիկ տատանումների հաճախականությունների վրա։

APPLICATION OF PERTURBATION THEORY IN THE TASK OF THE EARTH FREE RADIAL AND SPHEROIDAL DAMPING OSCILLATIONS

S. Ts. HAKOPIAN, V. N. TSARKOV, V. M. LUBIMOV

Resume

In this article the perturbation theory is generalized for the Earth free radial and spheroidal oscillations excited by the earthquake in the viscoelastic medium.

This theory makes possible to describe damping oscillations, i. e. take into account influence of damping coefficients on the frequencies of the Earth radial and spheroidal oscillations in the first and second approximation.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Акопян С. Ц., Жарков В. Н., Любимов В. М.* Теория возмущений для крутильных колебаний Земли. Второе приближение. ДАН СССР. т. 204, № 3, 1972.
2. *Акопян С. Ц., Жарков В. Н., Любимов В. М.* Теория возмущений для радиальных колебаний Земли. Второе приближение. ДАН СССР, т. 210, № 3, 1973.
3. *Акопян С. Ц., Жарков В. Н., Любимов В. М.* Теория возмущений для сфероидальных колебаний Земли. Второе приближение. ДАН СССР, т. 218, № 5, 1974.
4. *Акопян С. Ц., Жарков В. Н., Любимов В. М.* Формулы для производных групповой скорости поверхностных волн по волновому числу и материальным параметрам Земли. Известия АН СССР, Физика Земли, № 3, 1977.
5. *Акопян С. Ц., Жарков В. Н., Любимов В. М.* Теория затухания крутильных колебаний Земли. Известия АН СССР. Физика Земли, № 8, 1977.
6. *Акопян С. Ц., Жарков В. Н., Любимов В. М.* К теории затухания собственных колебаний в вязкоупругой Земле. Известия АН СССР, Физика Земли, № 2, 1978.
7. *Акопян С. Ц., Жарков В. Н., Любимов В. М.* Об апериодических решениях при возбуждении собственных колебаний в неупругой Земле. Известия АН СССР, Физика Земли, № 8, 1978.
8. *Жарков В. Н., Паньков В. Л., Калачников А. А., Оснач А. И.* Введение в физику Луны. «Наука», М., 1969.
9. *Кристенсен Р.* Введение в теорию вязкоупругости. «Мир», М., 1974.