

УДК 551.2

А. Т. АСЛАНЯН

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ОЦЕНКИ РАВНОВЕСНОЙ
ТЕМПЕРАТУРЫ В ЦЕНТРЕ ЗЕМЛИ

Обозначим массу Земли M , радиус R , среднюю плотность ρ_m , центральную плотность ρ_c , гравитационную постоянную G , гравитационное ускорение на поверхности $g = GM/R^2$, плотность, молекулярный вес, температуру, гравитационное давление и тепловое давление на расстоянии r от центра соответственно ρ , μ , T , p , постоянную Больцмана k_0 , массу единицы атомного веса m_0 . Для гипоцентрального твердого ядра Земли примем значения массы в пределах $\left(\frac{1}{60} \div \frac{1}{40}\right) M$, радиус $0,2 R$, среднюю плотность в пределах $2,3 \rho_m - 3 \rho_m$, средневзвешенный (безразмерный) атомный вес A в пределах $56 \div 84$, плотность в центре в пределах $(2,5 \div 3,5) \rho_m$, возможный верхний предел гравитационного давления в центре, согласно неравенству Маркуса

$$P_c \leq \frac{3 g^2}{8 \pi G} \left(\frac{\rho_c}{\rho_m} \right)^{4/3},$$

в пределах $5,27 - 9,13 \text{ kb}$ [см. 2].

Рассмотрим состояние вещества внутреннего ядра Земли на основе уравнения Клапейрона

$$p = \frac{k_0}{m_0} \cdot \frac{\rho}{\mu} \cdot T, \quad (1)$$

учитывая, что оно применимо к идеальному газу и что в случае использования его для оценки состояния метеоритно-минерального вещества вместо μ должен быть введен некоторый его эквивалент μ_e , характеризующий такую модель этого вещества, которое состояло бы из частиц (квазичастиц), обладающих свойствами атомов идеального газа при условии, что на заданном расстоянии от центра планеты в (1) отношение $T/\mu = \text{const.}$, т. е. при минимизации μ должен быть адекватно минимизирован также T и наоборот.

Для систем, состоящих из атомов различных элементов, в статистической физике пользуются понятием средневзвешенного (репрезентативного) безразмерного атомного веса, равного отношению числа всех нуклонов системы к числу всех атомов, включающих эти нуклоны (например, для ортооливина, формульная единица которого $\text{FeO} \cdot \text{MgO} \cdot \text{SiO}_2$ включает 7 атомов и соответственно 172 нуклона, репрезентативный атомный вес $\bar{A}$ равняется $172/7 = 24,57$, т. е. взамен 7 разнотипных атомов вводятся 7 однотипных атомов с усредненным весом $172/7$). Изо-

бражая систему (молекулу, кристалл, породу и др.) в виде совокупности изолированных нейтральных атомов одного сорта, за молекулярный вес системы принимается репрезентативный атомный вес ее формульной единицы $\bar{A} = \mu$. Соответственно понятию репрезентативного атомного веса (массовому числу) вводится понятие эквивалентного зарядного числа (порядкового номера) $\bar{Z}$ (для формульной единицы того же ортооливина зарядное число равняется отношению всех 84 электронов к 7 атомам, к которым принадлежат эти электроны, т. е. $\bar{Z} = 84/7 = 12$).

Пользуясь указанными упрощающими понятиями и выражая молекулярный вес системы в виде соотношений

$$\mu = \frac{N_n + N_p}{N_a + N_e}, \quad (2)$$

$$\mu = C_\mu / C_v, \quad (3)$$

представим уравнение (1) в следующих двух выражениях

$$p = \frac{N_a + N_e}{N_n + N_p} \cdot \frac{k_0}{m_0} \cdot \rho T, \quad (4)$$

$$p = \frac{C_v}{C_\mu} \cdot \frac{k_0}{m_0} \cdot \rho T, \quad (5)$$

где N_a и N_e — число атомов и свободных электронов, N_n и N_p — число нейтронов и протонов в системе (в ядре планеты), C_v — удельная теплоемкость, а $C_\mu = C_A$ — мольная (атомная) теплоемкость моделируемой системы. Для полностью ионизированного атома $N_e = N_a Z$. Поскольку вещество Земли состоит из тяжелых элементов, для которых $N_n + N_p = 2(N_a + N_e)$, то для этого вещества в состоянии полной ионизации $N_e = N_a \cdot Z$ (2) дает $\mu_{\min} = 2$. Равным образом, по экспериментальным данным, для изверженных пород в согласии с законом Дюлонга-Пти в (3) $\mu C_v = C_\mu = C_A = 6 \text{ кал/(г. атом. град)}$, причем здесь первый предельный случай $\mu = 2$, $C_v = 3 \text{ кал/(г. град)}$ соответствует состоянию полной ионизации атомов, а второй предельный случай ($N_e = 0$, $N_a \mu = N_n + N_p$) соответствует полному отсутствию ионизации атомов и согласно экспериментальным данным характеризуется для указанного выше оливинового вещества и всех тяжелых изверженных пород величинами порядка $\mu = 20-24$, $C_v = 0,3-0,25 \text{ кал/(г. град)}$ [см. 6]. С геофизической точки зрения, в первом предельном случае ($\mu \simeq 2$, $2Z \simeq A$) атомы подвергаются ионизации под воздействием высоких давлений, если температура ниже критического значения [см. 2].

$$T_{kp} = \frac{p_0 m_0^{1/2} \rho Z^{1/3}}{k_0 A^2} \simeq 15.000 Z^{1/3} \text{ } ^\circ\text{K}. \quad (6)$$

Если центральное ядро Земли состоит из тяжелых элементов, например, железа, то полагая в (6) $A = 56$, $Z = 26$, $\rho = 13 \text{ г/см}^3$, $\mu = 2$, $p_0 = 5,07 \cdot 10^{12} \text{ дин/см}^2$ (универсальная постоянная в модели вырожден-

ного газа Томаса-Ферми), получаем $T_{kp} \simeq 45.000^\circ\text{K}$ (для модели $Z=36$, $T_{kp} = 50.000^\circ\text{K}$).

Предположим, что температура в центральном ядре Земли значительно ниже, чем это следует из уравнения (6) и допустим, что экспансивное тепловое давление ядра уравнивает гравитационное давление

$$P = \frac{1}{2} \rho \frac{GM}{R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \quad (7)$$

Сравнивая попарно (4), (7) и (5), (7) и полагая $P=p$, получим равновесную температуру $T_e = T$ в гипоцентральной твердой ядре Земли на расстоянии r от его центра

$$T_e = \frac{N_n + N_p}{N_a + N_e} \cdot \frac{m_0}{k_0} \cdot \frac{GM}{2R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \quad (8)$$

$$T_e = \frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{m_0}{k_0} \cdot \frac{GM}{2R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \quad (9)$$

В соответствии с вышеуказанными соображениями, полагая первые множители в (8) и (9) равными 2 и подставляя известные значения $k_0/m_0 = 8,314 \cdot 10^7 \text{ эрг/(град.моль)}$ (универсальная газовая постоянная) и значение для Земли $GM/R = 63 \cdot 10^{10} \text{ см}^2/\text{сек}^2$ (квадрат первой космической скорости), получим для центра Земли ($r=0$) значение равновесной температуры $(T_e)_c = 7500^\circ\text{K}$, а для поверхности центрального ядра, на расстоянии $0,2 R = 1280 \text{ км}$ от центра, $T_e = 7200^\circ\text{K}^*$.

Согласно (1) и (7) температура $T_c = 7500^\circ\text{K}$ соответствует давлению в центре Земли $P_c = 4,03 \cdot 10^{12} \text{ дин/см}^2$ и плотности $\rho_c = 12,87 \text{ г/см}^3$ и не противоречит также модели Земли с $\rho_c = 19,31 \text{ г/см}^3$ и $P_c = 6,08 \cdot 10^{12} \text{ дин/см}^2$.

Согласно теореме вириала Земля сжимается [см. 1]. Если сжатие происходит в основном за счет уплотнения верхней половины мантии, занимающей половину объема планеты, а объем ядра меняется в незначительной мере [см. 3], то указанные значения равновесной температуры ядра должны быть близки к реальным их значениям.

Обращаясь к особенностям модели земного ядра с параметром $\mu=2$, следует отметить, что все атомы в этой модели полностью ионизированы, электронный газ находится в вырожденном состоянии и ре-

* Формулы (8), (9) могут быть записаны для центра Земли в виде $T_c = \rho m_0 GM / 2 k_0 R$, а формула (7) в виде $P_c = \rho_c GM / 2 R$.

В геофизической литературе для оценки центральной температуры планет иногда привлекается заимствованная из астрофизической литературы формула $T_c = \rho m_0 GM / k_0 R$, которая выводится из предположения, что гравитационное давление в центре звезды равняется $4 GM \rho_m / R = P_c$ (ρ_m — средняя плотность звезды) и уравнивается газовым давлением $k_0 \rho_c T_c / m_0 \mu = P_c$, т. е. здесь в очень грубом приближении положено $\rho_c = 8 \rho_m$, что при $\mu=2$ приводит для Земли к значению $T_c = 15 000^\circ\text{K}$ (см., например, 4, стр. 46).

шающий вклад в тепловое давление вносят голые атомные ядра, которые в море вырожденного электронного газа ведут себя наподобие атомов (квазичастиц) идеального газа, обладающих тремя степенями свободы поступательного движения ($C_v = 3$; формулы 3, 5, 9). При этом имеется в виду, что вырожденный электронный газ лишен способности аккумулировать тепло и приходящаяся на его долю тепловая энергия распределена по вкрапленным в него атомным ядрам [см. 4]. Использование уравнения Клапейрона в рассматриваемой задаче становится правомерным лишь для модели, состоящей из частиц типа не-взаимодействующих атомов идеального газа.

Институт геологических наук

АН Армянской ССР

Поступила 26.X.1976.

Ա. Տ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ

ԵՐԿՐԱԳՆԴԻ ԿԵՆՏՐՈՆԻ ՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՌՎԱԾ ԶԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԻ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ՄԻ ԵՂԱՆԱԿԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հողվածում ապացուցվում է, որ երկրագնդի կենտրոնում հավասարակշռված ջերմաստիճանը պետք է գնահատվի

$$T_e = \frac{C_\mu}{C_v} \cdot \frac{m_0}{k_0} \cdot \frac{GM}{2R}$$

բանաձևի համաձայն:

Տեղադրելով մոլյար ջերմունակության (C_μ), տեսակարար ջերմունակության (C_v), ջրածնի ատոմի մասսայի (m_0), Բոլցմանի հաստատունի (k_0), Երկրի զանգվածի (M), շառավղի (R) և գրավիտացիոն հաստատունի արժեքները և, ելնելով Դյուլոնգի-Պիտի բանաձևից բխող $C_\mu/C_v = 2$ արժեքից, ստանում ենք $T_e = 7500^\circ\text{K}$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Асланян А. Т. Термо-гравитационный критерий изменения объема Земли. Известия АН Арм. ССР, Науки о Земле, № 3, 1976.
2. Вильдт Р. Внутреннее строение планет. В сб. «Планеты и спутники». Изд-во ИЛ, М., 1963.
3. Джеффрис Г. Земля. Изд-во ИЛ, М., 1960.
4. Каплан С. А. Физика звезд. Изд-во «Наука», М., 1970.
5. Schatz J. F., Simmons G. Thermal conductivity of earth materials at high temperatures. Journ. Geophys. Res., 77, 1972.