

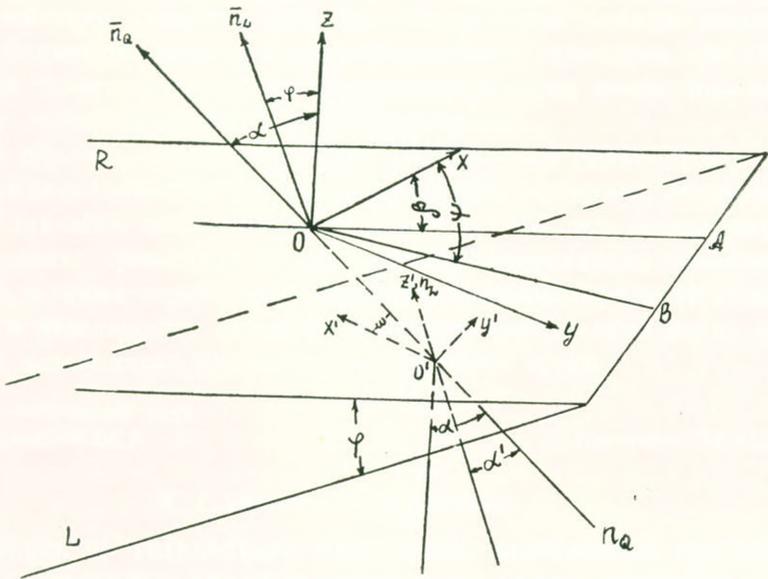
УДК 550.344.5.

Г. В. ЕГОРКИНА, А. В. ЕГОРКИН

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ПРОДОЛЬНЫХ И ОБМЕННЫХ ВОЛН НА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НАБЛЮДЕНИЯ

Использование динамических характеристик волн для определения строения среды, в которой они распространяются,—один из основных путей повышения эффективности сейсмических методов исследования. Это особенно важно при обработке точечных трехкомпонентных записей, когда отсутствуют какие-либо иные источники информации о пространственной ориентации сейсмических поверхностей. Ниже дается решение одной из задач такого рода.

Задача формулируется следующим образом. Трехкомпонентной установкой (X, Y, Z), расположенной на горизонтальной поверхности наблюдения (R), регистрируется волна, распространяющаяся в двухслойной среде, характеризующейся скоростями V_{1p} , V_{1s} (верхняя толща) и V_{2p} (нижняя толща). Положение плоской поверхности раздела слоев (L) определяется углом наклона φ и азимутом линии восстания β (фиг. 1). Требуется:



Фиг. 1. Схема строения среды. R —плоскость наблюдения; L —поверхность раздела первого и второго пластов; Z, X, Y' —прямоугольная система координат при $Z \perp R$; \vec{n}_L —перпендикуляр к плоскости L ; \vec{n}_a —перпендикуляр к волновому фронту в нижней толще; OA —проекция на плоскость R линии восстания поверхности раздела; OB —проекция на плоскость R линии восстания фронта волны в нижней толще; Z', X', Y' —прямоугольная система координат при $Z' \perp L$.

1. Выразить аналитически связь между величинами составляющих вектора смещения по осям координат (U_x, U_y, U_z) и параметрами, характеризующими строение среды—прямая задача.

2. Найти способы вычисления по известным U_x, U_y, U_z параметров, определяющих пространственную ориентацию поверхности L —обратная задача.

В работе используется левовинтовая система координат с осью Z , направленной вертикально вверх. Принимается, что источник колебаний настолько удален от точки регистрации, что в достаточно большой окрестности последней фронт волны можно считать плоским. Его пространственное положение описывается углом наклона α и азимутом линии восстания (азимут на источник колебаний)— Ψ (фиг. 1).

Прямая задача

Решение прямой задачи осуществляется для случаев регистрации продольной и обменной волн во внутренней точке среды и на дневной поверхности. Рассмотрим вначале вариант продольная волна—внутренняя точка среды.

Введем дополнительную левовинтовую систему координат X', Y', Z' , имеющую общее начало с основной, и ось Z' направленную по нормали \bar{n}_L к поверхности раздела L в сторону распространения волны. Ось X' совпадает с линией пересечения поверхности L и лучевой плоскости N , ей перпендикулярной; угол между положительным направлением оси X' и направлением распространения волны—острый (фиг. 1). Заметим, что при падении продольной волны на поверхность L векторы смещения всех образующихся волн лежат в лучевой плоскости N .

В дополнительной системе координат составляющие вектора смещения продольной волны в верхней среде описываются формулами:

$$\begin{aligned} U_{px'} &= U_p \cdot \sin \alpha'', \\ U_{py'} &= 0, \\ U_{pz'} &= U_p \cdot \cos \alpha'', \end{aligned} \quad (1)$$

где U_p —модуль вектора смещения продольной волны в верхней среде; α'' —угол, образуемый вектором \bar{U}_p и осью Z' . Угол α'' связан с углом α' , образуемым направлением распространения волны в нижней толще (вектор \bar{n}_0) и осью Z' , законом Снеллиуса:

$$\sin \alpha'' = \frac{V_{1p}}{V_{2p}} \cdot \sin \alpha'. \quad (2)$$

Учитывая, что переход от дополнительной системы координат к главной осуществляется поворотом осей, и используя известные уравнения аналитической геометрии, получаем следующие выражения для компонент вектора смещения U_p по X, Y, Z :

$$\begin{aligned}
 U_{px} &= U_p (\sin \alpha'' \cdot \cos \beta_{x,x'} - a_1 \cdot \cos \alpha'') = U_p \cdot \cos \theta_{px}, \\
 U_{py} &= U_p (\sin \alpha'' \cdot \cos \beta_{y,x'} - a_2 \cdot \cos \alpha'') = U_p \cdot \cos \theta_{py}, \\
 U_{pz} &= U_p (\sin \alpha'' \cdot \cos \beta_{z,x'} + a_3 \cdot \cos \alpha'') = U_p \cdot \cos \theta_{pz},
 \end{aligned} \quad (3)$$

где θ_{px} , θ_{py} , θ_{pz} — углы, образуемые вектором смещения продольной волны в верхней толще и осями X , Y , Z ; $\beta_{x,x'}$, $\beta_{y,x'}$, $\beta_{z,x'}$ — углы между соответствующими осями основной и дополнительной систем координат;

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \sin \varphi \cdot \cos \beta, \quad l = a_1 (a_3 \cdot \cos \alpha + a_2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi) - \sin \alpha \cdot \cos \psi (a_2^2 + a_3^2) \\
 a_2 &= \sin \varphi \cdot \sin \beta, \quad m = a_2 (a_3 \cdot \cos \alpha + a_1 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \psi) - \sin \alpha \cdot \sin \psi (a_1^2 - a_3^2), \\
 a_3 &= \cos \varphi, \quad n = a_3 (a_2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi - a_1 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \psi) + \cos \alpha (a_1^2 + a_2^2), \\
 \cos \beta_{x,x'} &= \frac{l}{d}, \quad d = \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}, \\
 \cos \beta_{y,x'} &= \frac{m}{d}, \quad \cos \alpha' = \sin \alpha (a_1 \cos \psi + a_2 \cdot \sin \psi) + a_3 \cdot \cos \alpha, \\
 \cos \beta_{z,x'} &= \frac{n}{d}.
 \end{aligned} \quad (4)$$

Перейдем к варианту обменная волна—внутренняя точка среды. Направление вектора смещения в обменной волне определяется по следующему правилу (1). В системе координат типа X' , Y' , Z' вектор \bar{U}_{ps} лежит в плоскости X' , Z' и направлен так, что поворот на 90° вектора нормали к фронту волны, направленного в сторону распространения последнего, до совмещения с U_{ps} совершается в том же направлении, что и поворот оси X' на 90° до совмещения с осью Z' при оси Z' , направленной в сторону среды с большим значением скорости поперечных волн. Направления вращений противоположны, если ось Z' направлена в сторону среды с меньшим значением V_s . Последнее характерно для дополнительной системы координат, используемой при решении задачи.

На основании изложенного выше вполне очевидны уравнения, определяющие компоненты вектора \bar{U}_{ps} в дополнительной системе координат:

$$\begin{aligned}
 U_{s,x'} &= U_{ps} \cdot \cos \alpha_s', \\
 U_{s,y'} &= 0, \\
 U_{s,z'} &= -U_{ps} \cdot \sin \alpha_s'.
 \end{aligned} \quad (5)$$

Используя формулы (5), а также преобразования, подобные применявшимся при решении задачи о продольной волне, определим искомые величины в основной системе координат:

$$\begin{aligned}
 U_{s,x} &= U_{ps} (\cos \alpha_s' \cdot \cos \beta_{x,x'} + a_1 \cdot \sin \alpha_s') = U_{ps} \cdot \cos \theta_{s,x}, \\
 U_{s,y} &= U_{ps} (\cos \alpha_s' \cdot \cos \beta_{y,x'} + a_2 \cdot \sin \alpha_s') = U_{ps} \cdot \cos \theta_{s,y}, \\
 U_{s,z} &= U_{ps} (\cos \alpha_s' \cdot \cos \beta_{z,x'} - a_3 \cdot \sin \alpha_s') = U_{ps} \cdot \cos \theta_{s,z},
 \end{aligned} \quad (6)$$

где θ_{sx} , θ_{sy} , θ_{sz} — углы, образуемые вектором смещения обменной волны в верхней толще и осями X , Y , Z . Величины a_1 , a_2 , a_3 , $\cos\beta_{xx'}$, $\cos\beta_{yy'}$, $\cos\beta_{zz'}$ вычисляются по формулам (4), а угол α_s — по формуле (2) при замене V_{1p} на V_{1s} .

При определении векторов смещения продольной и поперечной волн, регистрируемых на дневной поверхности, необходимо учесть как падающие, так и вновь образующиеся отраженные волны. Для решения задачи о продольной волне, введем вторую дополнительную левовинтовую систему координат X_1 , Y_1 , Z_1 , имеющую общее начало с использовавшимися ранее. Ось Z_1 направим вертикально вверх. Ось X_1 совместим с линией пересечения поверхности наблюдения R и вертикальной плоскости, содержащей вектор U_p , направив ее так, чтобы она образовывала **острый** угол с вектором \bar{U}_p . В системе координат X_1 , Y_1 , Z_1 компоненты суммарного вектора смещения выражаются формулами (2):

$$\begin{aligned} U_{px_1} &= -\frac{V_{1p}}{V_{1s}} [q_p] \cdot U_p, \\ U_{py_1} &= 0, \\ U_{pz} &= \frac{V_{1p}}{V_{1s}} [W_p] \cdot U_p, \end{aligned} \quad (7)$$

где $[q_p]$ и $[W_p]$ — безразмерные коэффициенты конверсии, формулы которых приведены в работе [3]. Заметим, что знак в выражении для U_{pz} изменен, по сравнению с имеющим место в работе [2], т. к. в принятой системе координат ось Z_1 направлена вверх от свободной поверхности, а не вниз.

Для перехода от второй дополнительной системы координат к основной, необходимо найти только тригонометрические функции углов поворота оси X_1 относительно осей X и Y (β_{x_1x} , β_{x_1y}), так как $U_{py_1} = 0$, а оси Z и Z_1 совпадают. Учитывая методику построения системы координат X_1 , Y_1 , Z_1 , получаем:

$$\begin{aligned} \cos \beta_{x_1x} &= \frac{\cos \theta_{px}}{\sin \theta_{pz}}, \\ \cos \beta_{x_1y} &= \frac{\cos \theta_{py}}{\sin \theta_{pz}}, \end{aligned} \quad (8)$$

Зная $\cos \beta_{x_1x}$ и $\cos \beta_{x_1y}$, напишем выражение для компонент по осям X , Y , Z вектора смещения продольной волны, регистрируемой на дневной поверхности:

$$\begin{aligned} U_{px} &= -\frac{V_{1p}}{V_{1s}} \cdot [q_p] \cdot \frac{\cos \theta_{px}}{\sin \theta_{pz}} \cdot U_p, \\ U_{py} &= -\frac{V_{1p}}{V_{1s}} \cdot [q_p] \cdot \frac{\cos \theta_{py}}{\sin \theta_{pz}}, \\ U_{pz} &= \frac{V_{1p}}{V_{1s}} \cdot [W_p] \cdot U_p, \end{aligned} \quad (9)$$

Перейдем к рассмотрению случая регистрации на дневной поверхности обменной волны. В связи с тем, что формулы коэффициентов конверсии даются раздельно для волн SV и SH, прежде всего необходимо разложить вектор \overline{U}_{ps} (смещение во внутренней точке верхней толщи) на два: \overline{U}_{sv} и \overline{U}_{sh} . В дальнейшем используется как основная система координат, так и дополнительная X_2, Y_2, Z_2 , аналогичная системе координат X_1, Y_1, Z_1 , но при оси X_2 , совпадающей с линией пересечения поверхности наблюдения и вертикальной плоскости, содержащей нормаль к фронту волны PS в верхней толще.

Проекция вектора на ось Y_2 и плоскость X_2, Z_2 являются искомыми величинами U_{sh} и U_{sv} , которые равны:

$$U_{sv} = U_{ps} \cdot \cos V, \quad (10)$$

$$U_{sh} = U_{ps} \cdot \sin V,$$

где V — угол между вектором \overline{U}_{sv} и вектором \overline{U}_{ps} , равный углу между плоскостью (X_2, Z_2) и лучевой плоскостью волны PS в верхней толще.

Учитывая условия построения координатной системы X_2, Y_2, Z_2 найдем выражения для $\cos V$ и $\sin V$:

$$\cos V = \frac{C_2 \cdot \cos \theta'_{sx} - C_1 \cos \theta'_{sy}}{\sqrt{(\cos^2 \theta'_{sx} + \cos^2 \theta'_{sy})(C_1^2 + C_2^2 + C_3^2)}},$$

$$\sin V = \frac{\cos \theta'_{sy} \cdot \cos \theta'_{sx} - \cos \theta'_{sx} \cdot \cos \theta'_{sy}}{\sin \theta'_{sz}} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \cos \theta'_{sy} \cdot \cos \theta'_{sz} - \cos \theta'_{sy} \cdot \cos \theta'_{sz} &= C_1, \\ \cos \theta'_{sx} \cdot \cos \theta'_{sz} - \cos \theta'_{sx} \cdot \cos \theta'_{sz} &= C_2, \\ \cos \theta'_{sx} \cdot \cos \theta'_{sy} - \cos \theta'_{sx} \cdot \cos \theta'_{sy} &= C_3. \end{aligned} \quad (12)$$

Величины $\cos \theta'_{sx}, \cos \theta'_{sy}, \cos \theta'_{sz}$ определяются формулами [6]; выражения для $\cos \theta'_{sx}, \cos \theta'_{sy}, \cos \theta'_{sz}$ аналогичны имеющим место для $\cos \theta_{px}, \cos \theta_{py}, \cos \theta_{pz}$ (уравнения (3)), необходимо лишь $\cos x''$ заменить на $\cos x''_s$.

Учитывая формулы (10), запишем (2):

$$\begin{aligned} U_{sx_2} &= -[q_s] \cdot \cos V \cdot U_{ps}, \\ U_{sy_2} &= 2 \sin V \cdot U_{ps}, \\ U_{sz_2} &= [W_s] \cdot \cos V \cdot U_{ps}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $[q_s]$ и $[W_s]$ — безразмерные коэффициенты конверсии, выражения для которых даны в работе [3]. Знак в правой части выражения для U_{sz_2} изменен на противоположный по сравнению с работой [2] по тем же причинам, что и в формулах [7].

Для того, чтобы перейти к основной системе координат, определим косинусы углов между осями X_2, Y_2, Z_2 и X, Y, Z ($\mu_{x_2x}, \mu_{x_2y}, \dots$). Из методики построения дополнительной координатной системы следует, что $\cos \mu_{x_2z} = \cos \mu_{y_2z} = 0$, $\cos \mu_{z_2z} = 1$ и

$$\begin{aligned}\cos \mu_{x_2x} &= \frac{\cos \theta'_{sx}}{\sin \theta_{sz}}, \\ \cos \mu_{x_2y} &= \frac{\cos \theta'_{xy}}{\sin \theta_{sz}}, \\ \cos \mu_{y_2x} &= -\frac{\cos \theta'_{yx}}{\sin \theta'_{sz}}, \\ \cos \mu_{y_2y} &= \frac{\cos \theta'_{sy}}{\sin \theta_{sz}}.\end{aligned}\quad (14)$$

Используя формулы (13) и (14), составим уравнения для компоненты вектора \overline{U}_{ps} по осям X, Y, Z при регистрации обменной волны на свободной поверхности:

$$U_{sx} = -\left([q_s] \cdot \cos V \cdot \frac{\cos \theta'_{sx}}{\sin \theta_{sz}} + 2 \sin V \cdot \frac{\cos \theta'_{sy}}{\sin \theta_{sz}} \right) \cdot U_{ps} = P_1 \cdot U_{ps}, \quad (15)$$

$$U_{sy} = -\left([q_s] \cdot \cos V \cdot \frac{\cos \theta'_{sy}}{\sin \theta_{sz}} - 2 \sin V \cdot \frac{\cos \theta'_{sx}}{\sin \theta_{sz}} \right) \cdot U_{ps} = P_2 \cdot U_{ps}.$$

$$U_{sz} = [W_s] \cdot \cos V \cdot U_{ps} = P_3 \cdot U_{ps}.$$

В отличие от всегда действительных коэффициентов конверсии для продольной волны величины $[q_s]$ и $[W_s]$ в случае $\theta_{sz} > \arcsin V$ будут комплексными; комплексными будут и P_1, P_2, P_3 . В условиях рассматриваемой задачи это возможно при больших значениях φ и α .

Найдем выражения для модулей и аргументов множителей P_1, P_2, P_3 . Введем следующие обозначения: $a = 2 \cos \theta'_{sz} (1 - 2 \sin^2 \theta'_{sz})$, $b = (1 - 2 \sin^2 \theta'_{sz})^2$, $C = 4 \cos \theta'_{sz} \cdot \sin^2 \theta'_{sz} \sqrt{1 - \sin^2 \theta'_{sz}}$. Тогда комплексные значения $[q_s]$ и $[W_s]$ запишутся в виде:

$$[q_s] = -\frac{a}{b + ci} = -\frac{ab - aci}{b^2 + c^2}, \quad (16)$$

$$[W_s] = -\frac{ci}{(b + ci) \cdot \sin \theta_{sz}} = \frac{c^2 + bci}{(b^2 + c^2) \sin \theta_{sz}},$$

где i — мнимая единица.

Поставим (16) в (15), произведем необходимые алгебраические действия, а затем определим модули и аргументы множителей P_1, P_2, P_3 :

$$\begin{aligned}
 |P_1| &= \sqrt{r_1^2 + r_2^2}, \quad \arg P_1 = \arctg \frac{r_2}{r_1} = \eta_1; \\
 |P_2| &= \sqrt{r_3^2 + r_4^2}, \quad \arg P_2 = \arctg \frac{r_4}{r_3} = \eta_3; \\
 |P_3| &= \sqrt{r_5^2 + r_6^2}, \quad \arg P_3 = \arctg \frac{r_6}{r_5} = \eta_5;
 \end{aligned} \tag{17}$$

где:

$$\begin{aligned}
 r_1 &= \frac{ab \cos V \cdot \cos \theta'_{sx}}{(b^2 + c^2) \cdot \sin \theta'_{sz}} - 2 \sin V \frac{\cos \theta'_{sy}}{\sin \theta'_{sz}}, \\
 r_2 &= \frac{ac \cdot \cos V \cdot \cos \theta'_{sx}}{(b^2 + c^2) \cdot \sin \theta'_{sz}}, \\
 r_3 &= \frac{ab \cos V \cdot \cos \theta'_{sy}}{(b^2 + c^2) \cdot \sin \theta'_{sz}} + 2 \sin V \cdot \frac{\cos \theta'_{sx}}{\sin \theta'_{sz}}, \\
 r_4 &= \frac{ac \cdot \cos V \cdot \cos \theta'_{sy}}{(b^2 + c^2) \cdot \sin \theta'_{sz}}, \\
 r_5 &= - \frac{c^2 \cdot \cos V}{(b^2 + c^2) \cdot \sin \theta'_{sz}}, \\
 r_6 &= - \frac{bc \cdot \cos V}{(b^2 + c^2) \cdot \sin \theta'_{sz}}.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Величина угла η_n рассчитывается на основании следующих соотношений: $0 \leq \eta_n \leq \frac{\pi}{2}$ при $r_n \geq 0, r_{n+1} \geq 0$; $\frac{\pi}{2} < \eta_n \leq \pi$ при $r_n < 0, r_{n+1} \geq 0$; $\pi < \eta_n \leq \frac{3\pi}{2}$ при $r_n \leq 0, r_{n+1} < 0$; $\frac{3\pi}{2} < \eta_n < 2\pi$ при $r_n > 0, r_{n+1} \leq 0$.

Модули величин P_1, P_2, P_3 характеризуют отношение амплитуд исходного колебания и его компонент по осям X, Y, Z , а аргументы—фазовый сдвиг между ними. Из формул (17), (18) видно, что вектор смещения точек дневной поверхности в случае падения на нее волны PS может иметь эллиптическую поляризацию.

В заключение отметим, что приведенное решение прямой задачи для двухслойной среды позволяет перейти к любому n -слойному разрезу. Учет влияния каждой из границ производится последовательно снизу вверх. Исходными данными для всех границ, кроме первой, при этом будут не величины α и β , а углы θ_{pz} и $\arctg \frac{\cos \theta_{py}}{\cos \theta_{px}}$ (продольная волна), либо θ_{sz} и $\arctg \frac{\cos \theta_{sy}}{\cos \theta_{sx}}$ (поперечная волна) \arctg . Для поперечной волны необходимо также учитывать различия в коэффициентах прохождения волн SV и SH . Влияние на соотношение компонент вектора сме-

шения промежуточной границы раздела прямо пропорционально скоростной дифференциации среды вблизи нее. Естественно поэтому ожидать, что наибольший эффект должен быть связан с зоной малых скоростей. Однако учитывая, что мощность ЗМС, как правило, невелика, а угол выхода волны определяется скоростью в толще мощностью порядка двух длин волн [4] влиянием ЭМС можно пренебречь при преобладающей частоте регистрируемых колебаний меньшей 4—5 гц.

Анализ результатов решения прямой задачи

Вычисление составляющих векторов смещения продольной и обменной волн (предполагается, что $U_p = 1$) по заданным параметрам среды производилось с использованием ЭВМ БЭСМ-4 [5].

Влияние параметров, описывающих строение среды и ориентацию фронта волны в нижней толще, на величину компонент векторов смещений в общих чертах может быть охарактеризовано следующим образом (фиг. 2, 3).

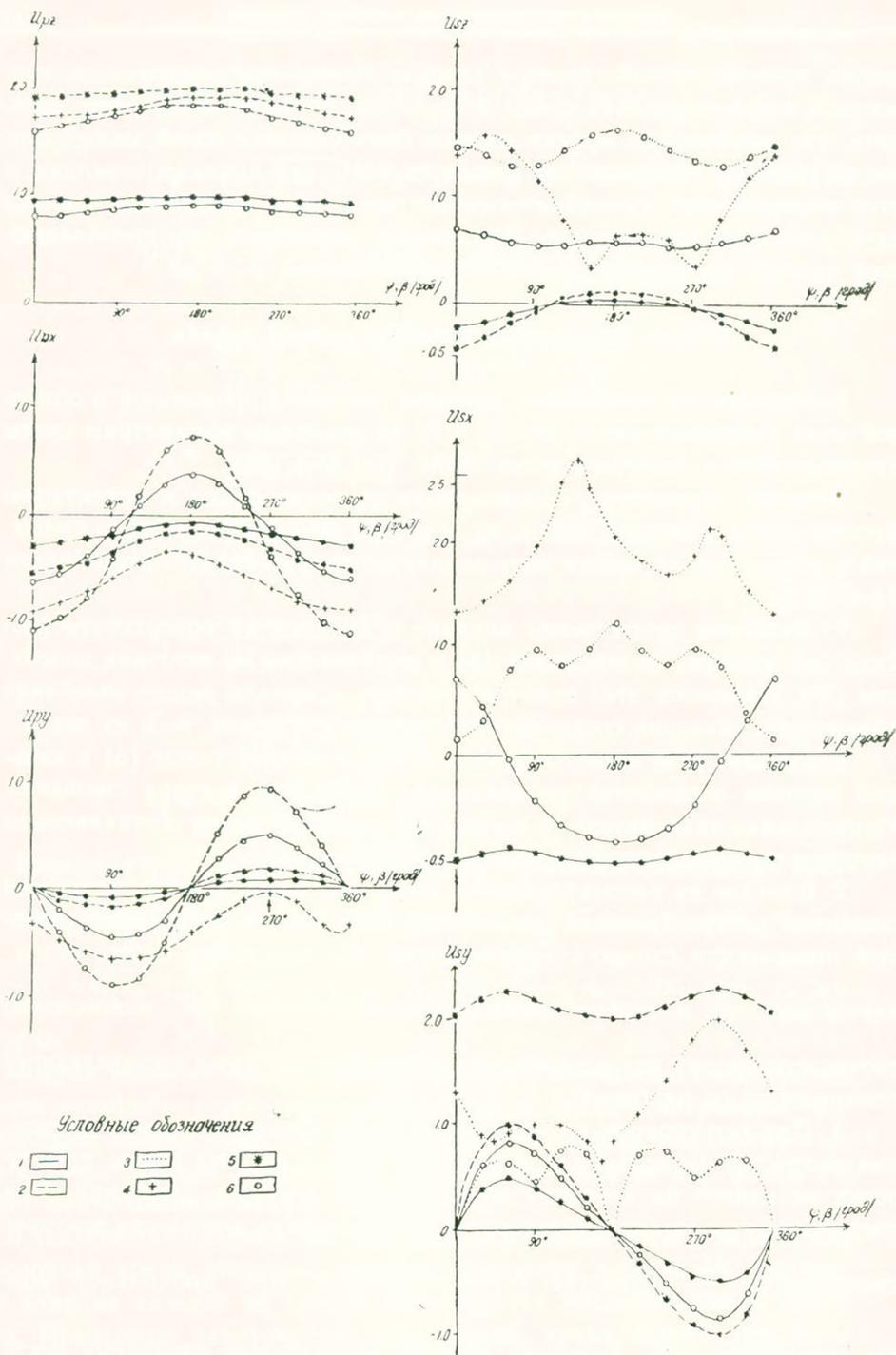
1. Наиболее существенно влияние угла наклона поверхности раздела (φ), азимута ее восстания (β) и направления на источник колебания (ψ). Изменение этих величин вызывает не только резкие колебания абсолютных значений составляющих вектора смещения, но и их знака.

Изменение угла наклона фронта волны в нижней толще (α) в меньшей степени отражается на величинах компонент вектора смещения. Минимальная зависимость от α присуща горизонтальным составляющим векторов смещения продольной и поперечной волн.

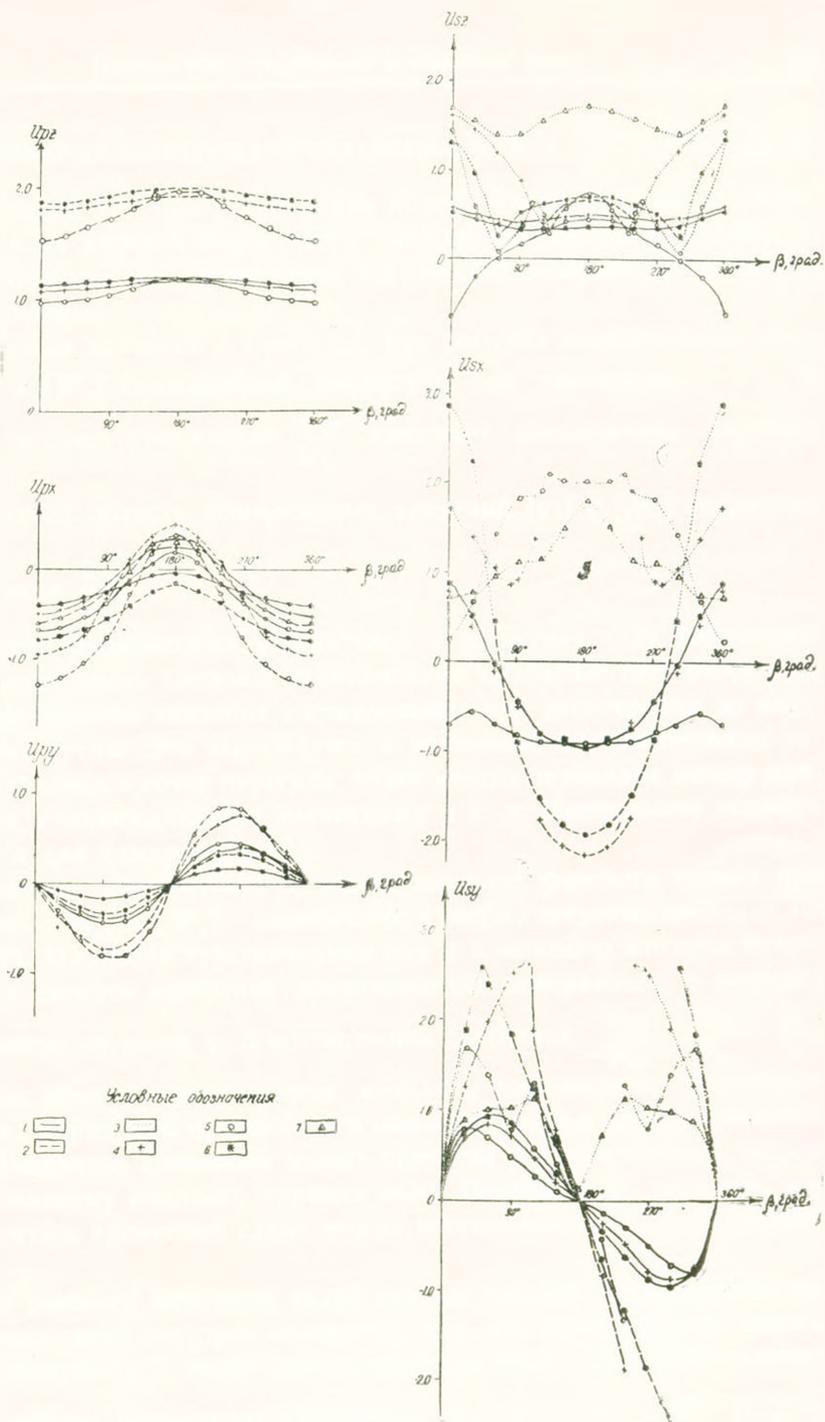
2. Влияние на рассматриваемые величины варьирования отношения скоростей распространения продольных волн ниже и выше преломляющей поверхности сходно с наблюдаемым при изменении α . Это объясняется тем, что в первом приближении увеличение $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$ равносильно соответствующему возрастанию угла наклона луча ниже преломляющей поверхности (и наоборот).

3. При регистрации во внутренней точке среды изменение отношения скоростей продольной и поперечной волн в верхней толще практически не влияет на величину составляющих векторов смещений. При регистрации на свободной поверхности зависимость компонент векторов смещений от $\frac{V_{1p}}{V_{1z}}$ возрастает с увеличением φ . Для продольной волны увеличение $\frac{V_{1p}}{V_{1z}}$ вызывает эффект, аналогичный имеющему место при возрастании отношения $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$. Для обменной волны наблюдается обратное соотношение.

4. Характер зависимости величины составляющих векторов смещения продольной и обменной волн (в последнем случае при действитель-



Фиг. 2. Зависимость величин U_{px} , U_{py} , U_{pz} , U_{sx} , U_{sy} , U_{sz} от параметров ψ , β , φ при регистрации колебаний во внутренней точке среды и на дневной поверхности ($\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,5$; $\frac{V_{1p}}{V_{1s}} = 2,0$; $\alpha = 20^\circ$). 1. Регистрация во внутренней точке среды; 2 — регистрация на дневной поверхности; 3 — модули компонент смещения в случае комплексных коэффициентов конверсии; 4 — зависимость от ψ при $\beta = 30^\circ$, $\varphi = 40^\circ$; 5, 6 — зависимость от β при $\psi = 0^\circ$, $\varphi = 10^\circ$ и $\varphi = 50^\circ$.



Фиг. 3. Зависимость величин U_{px} , U_{py} , U_{pz} , U_{sx} , U_{sy} , U_{sz} от параметров α , $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$, $\frac{V_{1p}}{V_{1s}}$ при регистрации колебаний во внутренней точке среды и на дневной поверхности ($\psi = 0^\circ$, $\varphi = 40^\circ$). 1. Регистрация во внутренней точке среды; 2 — регистрация на дневной поверхности; 3 — модули компонент смещения в случае комплексных коэффициентов конверсии, 4, 5 — зависимость от β при $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,5$, $\frac{V_{1p}}{V_{1s}} = 2,0$, $\alpha = 20^\circ$ и $\alpha = 50^\circ$; 6 — зависимость от β при $\alpha = 20^\circ$, $\frac{V_{1p}}{V_{1s}} = 2,0$ и $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,8$; 7 — зависимость от β при $\alpha = 20^\circ$, $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,5$ и $\frac{V_{1p}}{V_{1s}} = 3,0$.

ных коэффициентах конверсии) от параметров φ , β , α , $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} \cdot \frac{V_{1p}}{V_{1s}}$ практически одинаков как при регистрации колебаний во внутренней точке среды, так и на дневной поверхности. Абсолютные значения компонент векторов смещения при регистрации на дневной поверхности примерно в два раза больше.

5. Интервал значений β (либо φ), для которых коэффициенты конверсии $[q_s]$ и $[W_s]$ комплексные, возрастает при увеличении φ и α . В случае $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = \text{const}$ увеличение $\frac{V_{1p}}{V_{1s}}$ вызывает аналогичное явление.

При $\frac{V_{1p}}{V_{1s}} = \text{const}$ область комплексных значений $[q_s]$ и $[M_s]$ возрастает с уменьшением $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$.

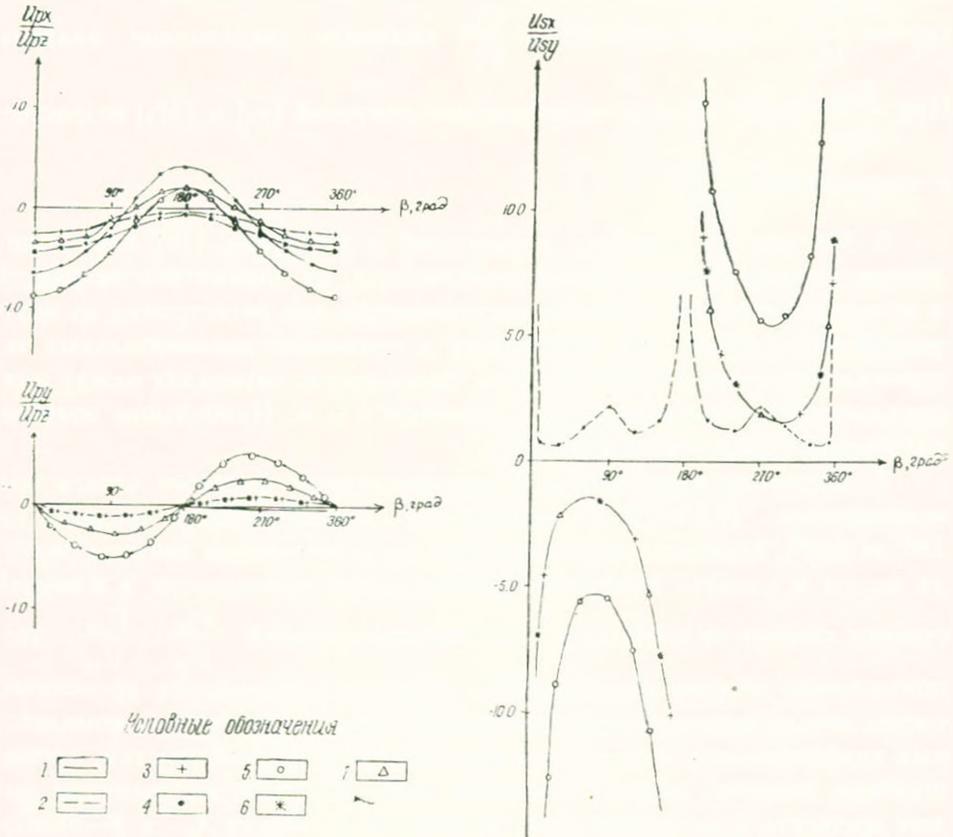
6. Модули комплексных множителей в формулах (15) характеризуются гораздо более сложной зависимостью от параметров разреза, α и φ , чем абсолютные значения составляющих при регистрации во внутренней точке среды. Это выражается в появлении дополнительных экстремальных точек и точек перегиба, более резких перепадах между максимальными и минимальными значениями и т. п. Наибольшее подобие наблюдается для компоненты U_{xy} .

7. Величины абсолютного и относительного¹ фазового сдвига при комплексных $[q_s]$ и $[W_s]$ колеблются в весьма широких пределах (от 180 до 340°). Наиболее чувствительны они к изменению азимута подхода волны и азимута восстания преломляющей поверхности, в меньшей степени зависят от углов φ , α и отношения скоростей $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$, $\frac{V_{1p}}{V_{1s}}$. Использование обычно практикуемой методики определения временного сдвига между приходом продольной и обменных волн в случае комплексных коэффициентов конверсии может привести к погрешностям, превышающим половину видимого периода волн. Подобной же величины может достигать и временной сдвиг между вступлениями X— и Y—компоненты.

8. При решении обратных задач особый интерес представляют отношения компонент векторов смещений, т. к. они не зависят от формы исходного импульса. С точки зрения интерпретации экспериментальных данных наиболее приемлемы следующие величины: $\frac{U_{px}}{U_{pz}}$, $\frac{U_{py}}{U_{pz}}$ (U_{pz} — самая устойчивая из трех компонент продольной волны, не меняющая своего знака и не обращающаяся в нуль при любых параметрах среды)

¹ Здесь под абсолютным фазовым сдвигом понимается разность фаз между аналогичными компонентами при регистрации на дневной поверхности и во внутренней точке среды. Относительный фазовый сдвиг — разность фаз между y-и x-компонентами обменной волны, зарегистрированной на дневной поверхности.

и $\frac{U_{sx}}{U_{sy}}$ (практически весьма редко удается надежно выделить Z-составляющую обменной волны на фоне интенсивных продольных). На величину отношения компонент векторов смещений волн PP и PS и их знак преобладающее влияние оказывают геометрические параметры разреза, причем наибольшие колебания испытывают значения $\frac{U_{sx}}{U_{sy}}$ (фиг. 4). В зависимости от соотношения между азимутами распростра-



Фиг. 4. Зависимость величин $\frac{U_{px}}{U_{pz}}$, $\frac{U_{py}}{U_{pz}}$, $\frac{U_{sx}}{U_{sy}}$ от параметров β , φ , α , $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$, $\frac{V_{1p}}{V_{1s}}$ при регистрации колебаний на дневной поверхности ($\psi = 0^\circ$). 1 — зависимость от β ; 2 — зависимость от β отношения модулей компонент смещений в случае комплексных коэффициентов конверсии; 3, 4 — зависимость от β при $\alpha = 20^\circ$, $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,5$, $\frac{V_{1p}}{V_{1s}} = 2,0$, $\varphi = 10^\circ$ и $\varphi = 50^\circ$; 5 — зависимость от β при $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,5$; $\frac{V_{1p}}{V_{1s}} = 2,0$, $\alpha = 50^\circ$; 6 — зависимость от β при $\alpha = 20^\circ$, $\alpha = 20^\circ$, $\frac{V_{1p}}{V_{1s}} = 2,0$, $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,8$; 7 — зависимость от β при $\alpha = 20^\circ$, $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,5$, $\frac{V_{1p}}{V_{1s}} = 3,0$; графики 5—7 для $\frac{U_{px}}{U_{pz}}$, $\frac{U_{py}}{U_{pz}}$ получены при $\varphi = 40^\circ$, а для $\frac{U_{sx}}{U_{sy}}$ — при $\varphi = 10^\circ$,

нения фронта волны в нижней среде и линии восстания преломляющей поверхности величины $\frac{U_{py}}{U_{pz}}$, либо $\frac{U_{px}}{U_{pz}}$ мало чувствительны к изменению угла α . Степень зависимости исследуемых величин от отношения скоростей продольных и поперечных волн значительно ниже, чем от параметров β , φ , α и ψ . Изменение $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$ на $\pm 0,05$, а $\frac{V_{1p}}{V_{1s}}$ на $\pm 0,1$ вызывает такие же приращения $\frac{U_{px}}{U_{pz}}$, $\frac{U_{py}}{U_{pz}}$, $\frac{U_{sx}}{U_{sy}}$, как и изменения угла наклона преломляющей поверхности на $0,5-1,5^\circ$, при среднем его значении 10° , либо на $1-3^\circ$ при 40° .

Решение прямой задачи о поляризации продольных и обменных волн позволяет оценить изменение азимута распространения фронта волны после прохождения преломляющей поверхности. Результаты вычислений, проведенных по формулам (8), (14), показаны в таблицах 1 (продольные волны) и 2 (обменные волны), где ψ_1 —азимут распро-

Таблица 1

$\psi = 0^\circ; \alpha = 20^\circ$				
β	$\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,5$		$\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,8$	
	$\varphi = 10^\circ$	$\varphi = 40^\circ$	$\varphi = 10^\circ$	$\varphi = 40^\circ$
	ψ_1	ψ_1	ψ_1	ψ_1
0	0	0°	0	0
40	4°	27°	4 30 ^m	12
80	26°	56°	9°	27°
100	30°	76°	6°	34°
140	25°	60°	8°	46°
180°	0°	0°	0°	0

странения фронта волны в верхней толще при начальном азимуте 0° . Как видно из таблиц, степень изменения азимута направления распространения продольной волны существенным образом зависит от соотношения скоростей V_{1p} и V_{2p} . При $\frac{V_{1p}}{V_{2p}} \gg 0,8$, что свойственно скоростной дифференциации кристаллической толщы коры, отклонение от первоначального азимута не превышает φ . Величина φ_1 для обменной волны практически не зависит от $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$. Отклонение от первоначального азимута для обоих типов волн в значительной мере определяется углами β и φ , возрастающая с увеличением наклона преломляющей поверхности. В большин-

Таблица 2

$$\psi = 0, \quad \alpha = 20^\circ, \quad \frac{V_{1p}}{V_{1s}} = 2,0$$

θ	$\frac{V_{1p}}{V_{2s}} = 0,5$		$\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = 0,8$	
	$\varphi = 10^\circ$	$\varphi = 40^\circ$	$\varphi = 10^\circ$	$\varphi = 40^\circ$
	ψ_1	ψ_1	ψ_1	ψ_1
0°	0°	0	0	0°
40°	-27°	53°40 ^m	-28°	52
80°	-27	74 30 ^m	-28 30 ^m	71°
100°	-24 30 ^m	-55 30 ^m	-24 30 ^m	-66
140°	-15 30 ^m	-20 30 ^m	13	-28°30 ^m
180°	0	0	0	0

стве случаев Ψ_1 для обменных и продольных волн характеризуются различными знаками, а их относительное смещение может превышать 130° .

Решение обратной задачи

Общая формулировка задачи: известны амплитуды составляющих векторов смещений продольной и обменной волн по осям X, Y, Z для одного или нескольких источников колебаний, характеризующихся различными азимутами; требуется вычислить параметры, определяющие строение исследуемой толщи и ориентацию фронта волны, регистрируемой на дневной поверхности. Выше было показано, что величины компонент векторов смещений зависят от ориентации преломляющей поверхности (углы φ, β), отношения скоростей продольных и поперечных волн $\left(\frac{V_{1p}}{V_{2p}} \cdot \frac{V_{1p}}{V_{1s}}\right)$, ориентации фронта волны в нижнем полупространстве (углы φ, α). Трехкомпонентная сейсмограмма позволяет получить три независимых уравнения, связывающих известные и искомые величины. Для определения всех неизвестных потребуется использование записей четырех источников колебаний, так как каждый из них характеризуется новыми значениями φ и α . Таким образом, в самом общем случае необходимо искать решение системы из двенадцати нелинейных уравнений. Теоретически это возможно; практически, когда в левых частях уравнений стоят данные, полученные в результате экспериментальных наблюдений, такая система, как правило, не решается. В связи с этим имеет смысл решать задачу для более ограниченного числа неизвестных (не более трех-четырех). При сейсмологических наблюдениях обычно из-

вестен азимут направления на источник (ψ). Помимо этого, по результатам других сейсмических методов достаточно надежно вычисляются отношения $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$ и $\frac{V_{1p}}{V_{1s}}$. Три остальных параметра (β , φ , α) определяются системой уравнений, которая записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{\cos \theta_{px}}{\sin \theta_{pz}} - \frac{U_{px}}{U_{pz}} \cdot \frac{[q_p]}{[W_p]} = 0, \\ f_2 &= \frac{\cos \theta_{py}}{\sin \theta_{pz}} - \frac{U_{py}}{U_{pz}} \cdot \frac{[q_p]}{[W_p]} = 0, \\ f_3 &= \frac{P_1}{P_2} - \frac{U_{sx}}{U_{sy}} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

При экспериментальных исследованиях нередки случаи, когда на сейсмограмме некоторые из составляющих волн PP или PS выделить по каким-либо причинам не удастся. В такой ситуации сведения о величинах α , φ , β могут быть получены путем решения систем уравнений, составленных по записям только продольных волн от двух источников колебаний, характеризующимися разными азимутами подхода (ψ_1 , ψ_2). В этом случае определяются четыре параметра φ , β , α_1 , α_2 , а система уравнений записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{\cos \theta_{p_1x}}{\sin \theta_{p_1z}} - \frac{U_{p_1x}}{U_{p_1z}} \cdot \frac{[q_p]}{[W_p]} = 0; \\ f_2 &= \frac{\cos \theta_{p_2x}}{\sin \theta_{p_2z}} - \frac{U_{p_2x}}{U_{p_2z}} \cdot \frac{[q_p]}{[W_p]} = 0; \\ f_3 &= \frac{\cos \theta_{p_1y}}{\sin \theta_{p_1z}} - \frac{U_{p_1y}}{U_{p_1z}} \cdot \frac{[q_p]}{[W_p]} = 0; \\ f_4 &= \frac{\cos \theta_{p_2y}}{\sin \theta_{p_2z}} - \frac{U_{p_2y}}{U_{p_2z}} \cdot \frac{[q_p]}{[W_p]} = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Индексы 1, 2 при величинах U_{px} и т. д. обозначают номер источника колебаний.

Решение систем нелинейных трансцендентных уравнений может быть найдено одним из приближенных способов. При программировании задачи на ЭВМ был использован метод Ньютона [5]. Результаты опробования программы на многочисленных теоретических моделях строения среды позволили определить влияние различных факторов на сходимость процесса и точность получаемых решений.

1. Для весьма широкого класса моделей $5^\circ \leq \alpha \leq 40^\circ$; $5^\circ \leq \varphi \leq 35^\circ$; $0^\circ \leq \beta \leq 360^\circ$; $0,4 \leq \frac{V_{1p}}{V_{2p}} \leq 0,9$; $1,8 \leq \frac{V_{1p}}{V_{1s}} \leq 2,4$ (нормальная сходимость процесса Ньютона при решении уравнений) [19] и [20] имеет место в случае нулевого приближения $\varphi = 10^\circ$ и $\alpha = 20^\circ$. Сходимость процесса при

решении системы (20) практически не зависит от выбора нулевого приближения. Это объясняется тем, что функции f_1, f_2, f_3, f_4 непрерывны и дифференцируемы при любых значениях $\alpha, \beta, \varphi, \psi, \frac{V_{1p}}{V_{1s}}, \frac{V_{1p}}{V_{2p}}$. Ука-

занное обстоятельство позволяет использовать корни системы (20) в качестве нулевого приближения при решении уравнений (19).

2. Неточность определения азимута подхода волны мало влияет на сходимость процесса при решении системы (20). Уравнения же (19) в большинстве случаев не решаются при разнице ($\Delta\varphi$) между истинным значением азимута подхода волны и заданным в программу свыше $10-15^\circ$. Погрешности вычисления φ, α, β растут с увеличением $\Delta\varphi$, для $\Delta\varphi < 10^\circ$ они не превышают 20%.

3. Погрешности в определении $\frac{V_{1p}}{V_{2p}}$ и $\frac{V_{1p}}{V_{1s}}$ весьма мало влияют на точность вычисления φ и α : даже при ошибках, достигающих 30%, получаемая точность искоемых параметров составляет $\pm 10\%$. Более существенны искажения значений β при использовании системы уравнений (19), когда погрешность может превышать 30° . В общем же можно отметить, что для обычной точности определения скоростных параметров (погрешности вычисления $\frac{V_{1p}}{V_{1s}}, \frac{V_{1p}}{V_{2p}}$ порядка 1(0%) отклонения значений α, β, φ , найденных по формулам (19), (20), от истинных будут ничтожно малы.

4. Точность вычисления значений α, β, φ путем решения системы уравнений (20) падает с увеличением различия ($\Delta\alpha$) между углами наклона фронта волны в нижней среде для первого (α_1) и второго (α_2) источников колебаний. При $\Delta\alpha < 10^\circ$ ошибка в вычислениях β и φ не превышает $2-4^\circ$. Абсолютные значения $\Delta\varphi$ мало зависят от величины угла наклона преломляющей поверхности (несколько уменьшаются с увеличением φ), а абсолютные значения $\Delta\beta$ быстро падают с возрастанием φ (при $\varphi = 40^\circ$ и $\Delta\alpha = 15^\circ$ они не превышают 2°). Таким образом система уравнений (20) наиболее эффективна в условиях больших углов наклона преломляющей поверхности.

5. Вычисление параметров разреза по записям двух источников колебаний осложняется, когда вблизи пункта регистрации преломляющая поверхность не плоская, т. е. φ и β зависят от азимута на источник. Все искоемые величины при этом определяются с погрешностями, которые максимальны для β . Фиктивные значения β наиболее резко уменьшаются, либо увеличиваются при изменении азимута на один из источников колебания, записи которого используются при решении уравнения (20). Последнее может служить признаком сложного строения рельефа исследуемой поверхности.

6. На точность определения величин φ, α, β в значительной степени влияет точность определения амплитуд волн, снимаемых с сейсмограмм. Погрешности вычисления искоемых параметров примерно равны ошибкам

определения отношения амплитуд. Поэтому при решении обратных динамических задач особенно остро встает вопрос об усовершенствовании динамической калибровки каналов сейсмической аппаратуры.

Определение параметров разреза по экспериментальным данным

Решение обратной задачи дало возможность использовать данные экспериментальных наблюдений для определения геометрических параметров разреза. Обрабатывались сейсмограммы далеких землетрясений, зарегистрированных с помощью станций «Земля» на территории Армении. В качестве приемников сейсмических колебаний использовались низкочастотные сейсмографы типа ВЭПНК ($i=1$ гц)—вертикальный (Z) и два горизонтальные (X, Y), ориентированные в направлении С—Ю и З—В. Наблюдения со станциями «Земля» в Армении велись по профилям общей протяженностью около 1200 км. Расстояние между станциями в среднем, равнялось 5—6 км. На записях горизонтальных приборов выделяются обменные волны типа PS , первой, обычно, регистрируется волна, связанная с поверхностью фундамента ($PS_{\text{ф}}$). По амплитудам продольной и обменной волны определялось пространственное положение поверхности кристаллического основания. Обработка экспериментального материала проводилась на ЭВМ БЭСМ-4 [5]. В том случае, если на сейсмограмме можно было выделить три составляющие продольной волны (X, Y, Z) и две составляющие обменной волны (X, Y) использовалась программа, составленная для одного источника колебаний (I способ). Если же обменная волна выделялась лишь на одной горизонтальной составляющей или не выделялась совсем, вычисления производились по программе, составленной для двух источников колебаний, использовавшей только составляющие продольных волн (II способ).

Исходными данными для вычисления на ЭВМ являлись: амплитуды волны P на Z, X, Y и волн PS на X, Y компонентах, скорости продольных волн выше и ниже границы обмена (V_{1p} и V_{2p}) отношение скоростей $K = \frac{V_{1p}}{V_{1s}}$ в вышележащей толще, азимут на источник колебаний— ψ .

Вычисленные значения углов φ изменяются в весьма широких пределах: от 1—2° до 50—60°; для большей части точек наблюдения они не превышают 10—20°. Точки регистрации, для которых определены углы наклона границы обмена, превышающие 30—40°, в большинстве случаев, совпадают с зонами крупных тектонических нарушений, выделяемых по совокупности геологических и геофизических данных.

Точность проведенных определений углов наклона поверхности кристаллического основания и азимутов его падения была оценена путем сравнения со структурной схемой, построенной в 1970 г. для Октемберянской площади Л. М. Найдисом и А. Н. Авакяном (фиг. 5) по материалам КМПВ. В целом отмечается хорошее совпадение как направлений восстания поверхности фундамента, так и величин углов наклона. Для большей части точек наблюдения при обработке землетрясений из разных

азимутов получены достаточно близкие величины φ и β . Однако для некоторых пунктов определяемые параметры зависят от направления под-



Фиг. 5. Схема рельефа поверхности фундамента (по данным Л. М. Найдиса и А. И. Авакяна, 1970 г.). 1—изогинсы поверхности фундамента по данным КМПВ; 2—абсолютные отметки фундамента; 3—направление восстания и угол наклона поверхности фундамента, определенные по данным о поляризации волн; цифра в скобках—наклон фундамента по данным КМПВ, 4—линии нарушения, трассируемые и предполагаемые.

хода волны. Точки, для которых получены такие значения, расположены, как правило, на участках более сложного строения кровли фундамента: в зонах узких прогибов, сводов, структур и т. д.

ВНИИ Геофизика

Поступила 10.X.1973.

Գ. Վ. ԵԳՈՐԿԻՆԱ, Ա. Վ. ԵԳՈՐԿԻՆ

ԵՐԿԱՅՆԱՍԻ ԵՎ ՓՈՆԱՆԱԿՎՈՂ ԱՎԻՔՆԵՐԻ ԲԵՎԵՌԱՑՈՒՄԸ ԳԵՏԱՐԿՄԱՆ ՀՈՐԻՉՈՆԱԿԱՆ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՎՐԱ

Ա մ փ ո փ ու մ

Միջավայրի ներքին կետում և սպաս մակերևույթի վրա պրանցվող հարթ թափանցող երկայնակի և փոխանակվող ալիքների համար ստացված են բանաձևեր, որոնք բնորոշում են կոսրդինատների ուղղանկյուն սխտեմի առանցքներով շեղման վեկտորի բաղադրիչների մեծության կախվածությունն այն պարամետրերից (երկրաշարժային ալիքների արագությունները և բաժանման սահմանի դիրքորոշումը), որոնք բնութագրում են միջավայրի կառուցվածքը և ալիքի ճակատի դիրքորոշումը:

Առաջարկված են հակադարձ խնդրի լուծման եղանակները՝ վերը բերված պարամետրերի հաշվումը շեղման վեկտորի հայտնի բաղադրիչներով: Ուղիղ

և հակադարձ խնդիրների լուծումը էՉՄ միջոցով թույլ է ավելի գնահատելու տարբեր գործոնների ազդեցությունը շեղման փեկատրի բաղադրիչների մեծության վրա:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Петрашень Г. И.* Элементы динамической теории распространения сейсмических волн. В сб. III, «Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн». Изд-во ЛГУ, Л., 1959
2. *Алексеев А. С., Гельцинский Б. Я.* О лучевом методе вычисления полей волн в случае неоднородных сред с криволинейными границами раздела. В сб. III «Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн». Изд-во ЛГУ, Л., 1959.
3. Материалы количественного изучения динамики сейсмических волн, II. Изд-во ЛГУ, Л., 1957
4. *Иванова Т. Г.* Об использовании частотного сейсмического зондирования для изучения верхней части разреза. Известия АН СССР, серия геофиз., № 2, 1960.
5. *Егоркина Г. В.* Определение параметров двухслойного разреза по поляризации сейсмических волн. Библиотека программ для обработки геофизических данных на ЭВМ. Ротапринт ВНИИГеофизики, М., 1973.