

Ю. М. ТРУНИН, С. Н. СЕРБЕНЮК, Ж. М. КАРАПЕТЯН

ВЗАИМНОЕ ОРИЕНТИРОВАНИЕ АЭРОСНИМКОВ
МЕТОДОМ ОБРАЗОВАНИЯ ПУЧКОВ ПЛОСКОСТЕЙ

1. Общая постановка задачи

Критерием ВОА в настоящее время считают пересечение идентичных лучей проектирующих связок, образованным по смежным (перекрывающимся) аэроснимкам. Аналитически это условие представляют следующей формулой:

$$\bar{B} \cdot \bar{R} \times \bar{R}' = 0 \quad (1)$$

где \bar{B} — вектор, характеризующий направление, заданное вершинами связок;

\bar{R} и \bar{R}' — векторы, характеризующие направление идентичных лучей связок.

Условие (1) выполняется при взаимном положении аэроснимков, которое существовало в момент фотографирования. В общем случае ВОА не соответствует условию (1).

Возникает задача определения элементов, характеризующих изменения элементов ВОА до положения, при котором будет выполняться условие (1). Задача сводится к решению системы пяти уравнений, составленных в соответствии с формулой:

$$\bar{B} \cdot \bar{R} \times \Pi' \bar{R}' = 0 \quad (2)$$

где Π' — версор (оператор поворота), действующий на правую связку. В уравнении (2) неизвестными являются B и Π' . Такова постановка задачи по критерию, заданному формулами (1) и (2).

Наряду с пересечением идентичных лучей в момент фотографирования имеет место и пучок плоскостей, образованных идентичными лучами с ребром, заданным вершинами связок.

Для построения пучка плоскостей в одно условие должны входить минимум три плоскости (фиг. 1), так как две плоскости всегда задают пучок. Это условие можно представить формулой:

$$[\bar{R}_1 \times \bar{R}_1'] \times [\bar{R}_2 \times \bar{R}_2'] \cdot [\bar{R}_3 \times \bar{R}_3'] = 0. \quad (3)$$

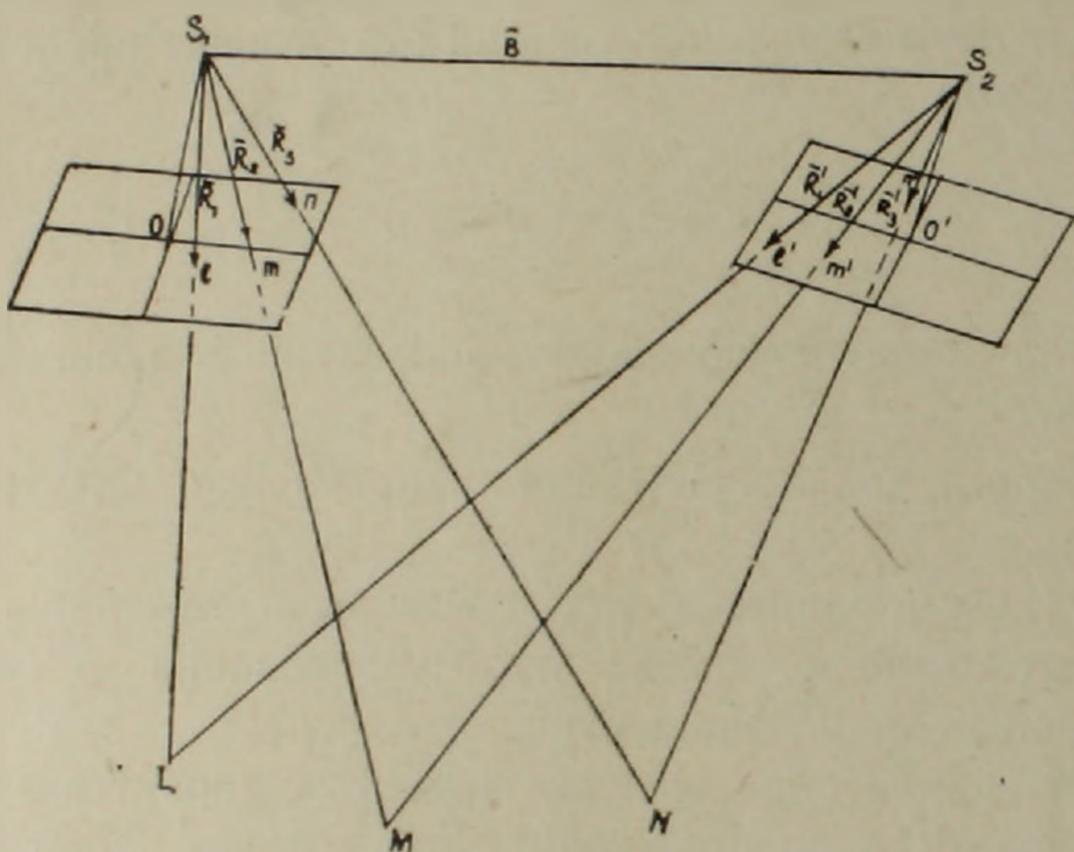
В формуле (3) векторные произведения $[\bar{R}_1 \times \bar{R}_1']$, $[\bar{R}_2 \times \bar{R}_2']$ и $[\bar{R}_3 \times \bar{R}_3']$ задают нормали к плоскостям, в которых лежат векторы \bar{R}_i и \bar{R}_i' , а равенства нулю смешанного произведения, состав-

ленного из векторов $[\bar{R}_i \times \bar{R}'_i]$, определяет компланарность этих векторов.

По аналогии с пояснениями перехода от формулы (1) к формуле (2) определение ВОА будет сводиться к решению зависимостей, составленных по формуле:

$$[\bar{R}_1 \times \Pi' \bar{R}'_1] \times [\bar{R}_2 \times \Pi' \bar{R}'_2] [\bar{R}_3 \times \Pi' \bar{R}'_3] = 0, \quad (4)$$

которая требует поворота одной связки по отношению к другой до положения, удовлетворяющего условию (3). Неизвестным в уравнении (4) является версор Π' . Версор Π' характеризуется ортогональной матри-



Фиг. 1.

цей, поэтому независимых неизвестных в формуле (4) три. Ими могут быть углы Эйлера, которые определяют взаимное положение двух координатных систем смежных снимков. Для определения неизвестных необходимо решить систему трех нелинейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} [\bar{R}_1 \times \Pi' \bar{R}'_1] \times [\bar{R}_2 \times \Pi' \bar{R}'_2] \cdot [\bar{R}_3 \times \Pi' \bar{R}'_3] &= 0 \\ [\bar{R}_4 \times \Pi' \bar{R}'_4] \times [\bar{R}_5 \times \Pi' \bar{R}'_5] [\bar{R}_6 \times \Pi' \bar{R}'_6] &= 0 \\ [\bar{R}_7 \times \Pi' \bar{R}'_7] \times [\bar{R}_8 \times \Pi' \bar{R}'_8] [\bar{R}_9 \times \Pi' \bar{R}'_9] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где известными являются векторы \bar{R}_i и \bar{R}'_i , определяемые координатами и параллаксами, измеренными на девяти точках стереопары.

Девять точек стереопары определяют формулировку сущности задачи в наиболее общем виде.

В частном случае сущность задачи определяется заданием 5 точек стереопары. Уравнения (5) в этом случае примут вид:

$$\left. \begin{aligned} [\bar{R}_1 \times \Pi' \bar{R}'_1] \times [\bar{R}_2 \times \Pi' \bar{R}'_2] \cdot [\bar{R}_3 \times \Pi' \bar{R}'_3] &= 0 \\ [\bar{R}_1 \times \Pi' \bar{R}'_1] \times [\bar{R}_2 \times \Pi' \bar{R}'_2] \cdot [\bar{R}_4 \times \Pi' \bar{R}'_4] &= 0 \\ [\bar{R}_1 \times \Pi' \bar{R}'_1] \times [\bar{R}_2 \times \Pi' \bar{R}'_2] \cdot [\bar{R}_5 \times \Pi' \bar{R}'_5] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Можно составить систему уравнений типа (6) по 6, 7, 8-ми точкам стереопары.

Решение системы (5) или (6) на ЭВЦМ целесообразно методом последовательного приближения. Для этого версор представим в виде ряда

$$\Pi' = e^A = 1 + A + \frac{1}{2!} A^2 + \frac{1}{3!} A^3 + \dots + \frac{1}{n!} A^n \quad (7)$$

где A — антисимметричный оператор, сводящийся к вектору $\bar{\omega}$.

Параметры $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ вектора $\bar{\omega}$ будут, по аналогии с принятыми в фотограмметрии элементами $\Delta\omega, \Delta\alpha, \Delta k$, определять взаимное положение координатных систем смежных аэроснимков.

В соответствии с формулой (7)

$$\Pi' \bar{R}_i' = \bar{R}_i' + [\bar{\omega} \times \bar{R}_i'] + \frac{1}{2!} [\bar{\omega} \times [\bar{\omega} \times \bar{R}_i']] + \frac{1}{3!} [\bar{\omega} \times [\bar{\omega} \times [\bar{\omega} \times \bar{R}_i']]] \quad (8)$$

ограничиваясь членами первого порядка малости, формулу (4) представим в виде:

$$[\bar{R}_1 \times (\bar{R}_1' + [\bar{\omega} \times \bar{R}_1'])] \times [\bar{R}_2 \times (\bar{R}_2' + [\bar{\omega} \times \bar{R}_2'])] \cdot [\bar{R}_3 \times (\bar{R}_3' + [\bar{\omega} \times \bar{R}_3'])] = 0. \quad (9)$$

Осуществив преобразование, формулу (9), с точностью до первого порядка малости, можно представить в виде:

$$\bar{\omega} \cdot \bar{R} + L = 0 \quad (10)$$

123 123

где $\bar{R}_{123} = \bar{R}_1 \times [\bar{R}_1' \times [|\bar{R}_2 \times \bar{R}_2'| \times [\bar{R}_3 \times \bar{R}_3']]] + \bar{R}_2 \times [\bar{R}_2' + [|\bar{R}_3 \times \bar{R}_3'| \times$

$\times [\bar{R}_1 \times \bar{R}_1']]] + \bar{R}_3 \times [\bar{R}_3' + [|\bar{R}_1 \times \bar{R}_1'| \times [\bar{R}_2 \times \bar{R}_2']]]$

$$L = [\bar{R}_1 \times \bar{R}_1'] \times [\bar{R}_2 \times \bar{R}_2'] \cdot [\bar{R}_3 \times \bar{R}_3'].$$

123

В связи с этим система уравнений (5) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\omega} \cdot \bar{R} + L &= 0 \\ \bar{\omega} \cdot \bar{R} + L &= 0 \\ \bar{\omega} \cdot \bar{R} + L &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

123 123
456 456
789 789

Определенный из решения системы (11) вектор $\bar{\omega}$ является результатом первого приближения.

Для получения поправки $\Delta\bar{\omega}$ к $\bar{\omega}$ векторы \bar{R}_i' преобразуем в соответствии с формулой (8). При этом следует учесть Π^n порядок малости, соответствующей точности вычислений.

Поправка $\Delta\bar{\omega}$ определится из нового решения системы (11) с измененными значениями исходных данных. Изменения возникнут в ре-

зультате замены \bar{R}_i на $\Pi' \bar{R}_i$, где Π' — приближенный оператор поворота, определенный в результате первого решения.

Повторения решений следует закончить когда поправка $\Delta\omega_n$ меньше заданной точности вычислений.

Сумма $\bar{\omega}_0 + \Delta\bar{\omega}_1 + \Delta\bar{\omega}_2 + \dots + \Delta\bar{\omega}_n = \bar{\omega}$ будет характеризовать окончательное значение версора Π' .

2. Анализ уравнений ВОЛ

Геометрическая сущность уравнений (5) заключается в следующем. Если заданы две связки, в каждой из которых лучи пронумерованы от 1 до 9, и, соответственно, от 1' до 9', а парами идентичных лучей $i-i'$ заданы плоскости, то возможно определить такое взаимное расположение связок, при котором каждая тройка плоскостей (1—1') (2—2') (3—3'); (4—4') (5—5') (6—6'); (7—7') (8—8') (9—9') образует пучок.

Ребра пучков могут быть определены векторами по формулам:

$$\begin{aligned}\bar{B}_1 &= [\bar{R}_1 \times \Pi' \bar{R}_1] \times [\bar{R}_2 \times \Pi' \bar{R}_2] = [\bar{R}_1 \times \Pi' \bar{R}_1] \times [\bar{R}_3 \times \Pi' \bar{R}_3] \\ \bar{B}_2 &= [\bar{R}_4 \times \Pi' \bar{R}_4] \times [\bar{R}_5 \times \Pi' \bar{R}_5] = [\bar{R}_4 \times \Pi' \bar{R}_4] \times [\bar{R}_6 \times \Pi' \bar{R}_6] \\ \bar{B}_3 &= [\bar{R}_7 \times \Pi' \bar{R}_7] \times [\bar{R}_8 \times \Pi' \bar{R}_8] = [\bar{R}_7 \times \Pi' \bar{R}_7] \times [\bar{R}_9 \times \Pi' \bar{R}_9].\end{aligned}\quad (12)$$

Геометрическая сущность уравнений (6) сводится к построению одного пучка из 5-ти плоскостей.

Если в соответствии с формулами (12) ввести еще два неизвестных σ и ν , характеризующих направление ребра \bar{B} общего пучка плоскостей, то можно систему (6) свести к системе пяти уравнений типа (2).

$$\left. \begin{aligned}\bar{B} \cdot \bar{R}_1 \times \Pi' \bar{R}_1 &= 0 \\ \bar{B} \cdot \bar{R}_2 \times \Pi' \bar{R}_2 &= 0 \\ \bar{B} \cdot \bar{R}_3 \times \Pi' \bar{R}_3 &= 0 \\ \bar{B} \cdot \bar{R}_4 \times \Pi' \bar{R}_4 &= 0 \\ \bar{B} \cdot \bar{R}_5 \times \Pi' \bar{R}_5 &= 0\end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Для системы уравнений (5) в сравнение можно поставить следующие девять уравнений типа (2):

$$\left. \begin{aligned}\bar{B}_1 \cdot \bar{R}_1 \times \Pi' \bar{R}_1 &= 0 \\ \bar{B}_1 \cdot \bar{R}_2 \times \Pi' \bar{R}_2 &= 0 \\ \bar{B}_1 \cdot \bar{R}_3 \times \Pi' \bar{R}_3 &= 0 \\ \bar{B}_2 \cdot \bar{R}_4 \times \Pi' \bar{R}_4 &= 0 \\ \bar{B}_2 \cdot \bar{R}_5 \times \Pi' \bar{R}_5 &= 0 \\ \bar{B}_2 \cdot \bar{R}_6 \times \Pi' \bar{R}_6 &= 0\end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{B}_3 \cdot \bar{R}_7 \times \Pi' \bar{R}_7 &= 0 \\ \bar{B}_3 \cdot \bar{R}_8 \times \Pi' \bar{R}_8 &= 0 \\ \bar{B}_3 \cdot \bar{R}_9 \times \Pi' \bar{R}_9 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Решением системы уравнений (14) вместе с \bar{B}_i определяются и параметры версора Π' .

Таким образом, можно установить аналогию между рассматриваемым и существующим методом решения задачи. В координатной форме эта аналогия для уравнений (2) и (4) осуществляется следующим путем:

При выводе уравнений (15) предполагалось, что

$$\bar{R}' + [\bar{\omega} \times \bar{R}'] = \bar{i} \left(x' + \begin{vmatrix} \omega_y & \omega_z \\ y' & z' \end{vmatrix} \right) + \bar{j} \left(y' + \begin{vmatrix} \omega_z & \omega_x \\ z' & x' \end{vmatrix} \right) + \bar{k} \left(z' + \begin{vmatrix} \omega_x & \omega_y \\ x' & y' \end{vmatrix} \right) \quad (16)$$

где $z = -f$.

Если в процессе приближений промежуточный поворот связки осуществлять не в соответствии с формулой (8), а трансформировать координаты лучей по формуле:

$$\Pi \cdot \bar{R}' = \frac{\bar{R}' + [\bar{\omega} \times \bar{R}'] + \frac{1}{2!} \bar{\omega} \times [\bar{\omega} \times \bar{R}'] + \dots}{z' + \begin{vmatrix} \omega_x & \omega_y \\ x' & y' \end{vmatrix} + \frac{1}{2!} \begin{vmatrix} \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & \omega_z \\ y' & z' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \omega_z & \omega_x \\ z' & x' \end{vmatrix} + \dots} \cdot z' \quad (17)$$

то уравнение (15) примет вид:

$$\begin{aligned} & \omega_x \left\{ \begin{vmatrix} f^2 + y_1 y_1 & x_1 y_1 - f x_1' \\ f g_2 & f p_2 & s_2 \\ f g_3 & f p_3 & s_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f^2 + y_2 y_2 & x_2 y_2 - f x_2' \\ f g_3 & f p_3 & s_3 \\ f g_1 & f p_1 & s_1 \end{vmatrix} + \right. \\ & + \left. \begin{vmatrix} f^2 + y_3 y_3 & x_3 y_3 - f x_3' \\ f g_1 & f p_1 & s_1 \\ f g_2 & f p_2 & s_2 \end{vmatrix} + \omega_y \left\{ \begin{vmatrix} -x_1 y_1 - (f^2 + x_1 x_1) - f y_1' \\ f g_2 & f p_2 & s_2 \\ f g_3 & f p_3 & s_3 \end{vmatrix} + \right. \right. \\ & + \left. \begin{vmatrix} -x_2 y_2 - (f^2 + x_2 x_2) - f y_2' \\ f g_3 & f p_3 & s_3 \\ f g_1 & f p_1 & s_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -x_3 y_3 - (f^2 + x_3 x_3) - f y_3' \\ f g_1 & f p_1 & s_1 \\ f g_2 & f p_2 & s_2 \end{vmatrix} \right\} \\ & + \omega_z \left\{ \begin{vmatrix} f x_1 - f y_1 - (x_1 x_1 + y_1 y_1) \\ f g_2 & f p_2 & s_2 \\ f g_3 & f p_3 & s_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f x_2 - f y_2 - (x_2 x_2 + y_2 y_2) \\ f g_3 & f p_3 & s_3 \\ f g_1 & f p_1 & s_1 \end{vmatrix} + \right. \\ & + \left. \begin{vmatrix} f x_3 - f y_3 - (x_3 x_3 + y_3 y_3) \\ f g_1 & f p_1 & s_1 \\ f g_2 & f p_2 & s_2 \end{vmatrix} \right\} + \left\{ \begin{vmatrix} f g_1 & f p_1 & s_1 \\ f g_2 & f p_2 & s_2 \\ f g_3 & f p_3 & s_3 \end{vmatrix} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Уравнение (10) в координатной форме может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned}
 & \omega_x \left\{ \begin{array}{l} x_3(x_1x_3 + y_1y_3 + z_1z_3) \left| \begin{array}{l} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{array} \left| \begin{array}{l} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{array} \\ x_2(x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2) \left| \begin{array}{l} x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_2 \\ z_1 \end{array} \\ x_3(x_1x_3 + y_1y_3 + z_1z_3) \left| \begin{array}{l} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{array} \\ x_1(x_1x_1 + y_1y_1 + z_1z_1) \left| \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{array} \end{array} \right\} + \\
 & + \omega_y \left\{ \begin{array}{l} y_3(x_1x_3 + y_1y_3 + z_1z_3) \left| \begin{array}{l} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{array} \\ y_2(x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2) \left| \begin{array}{l} x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_2 \\ z_1 \end{array} \\ y_3(x_1x_3 + y_1y_3 + z_1z_3) \left| \begin{array}{l} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{array} \\ y_1(x_1x_1 + y_1y_1 + z_1z_1) \left| \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{array} \end{array} \right\} + \quad (15) \\
 & + \omega_z \left\{ \begin{array}{l} z_3(x_1x_3 + y_1y_3 + z_1z_3) \left| \begin{array}{l} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{array} \\ z_2(x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2) \left| \begin{array}{l} x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_2 \\ z_1 \end{array} \\ z_3(x_1x_3 + y_1y_3 + z_1z_3) \left| \begin{array}{l} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{array} \\ z_1(x_1x_1 + y_1y_1 + z_1z_1) \left| \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \right| \begin{array}{l} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{array} \right| \begin{array}{l} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{array} \end{array} \right\} + \\
 & + \left\{ \begin{array}{l} x_3 \quad y_3 \quad z_3 \\ x_2 \quad y_2 \quad z_2 \\ x_1 \quad y_1 \quad z_1 \\ x_3 \quad y_3 \quad z_3 \\ x_2 \quad y_2 \quad z_2 \\ x_1 \quad y_1 \quad z_1 \end{array} \right\} = 0
 \end{aligned}$$

где S_{gi} , f_{pi} , S_i — компоненты вектора $[\bar{R}_i \times \bar{R}_i]$

$$S = \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x'_i & y'_i \end{vmatrix}.$$

Для планового случая съемки можно считать, что $\frac{q}{p}$ величина первого порядка малости, поэтому зависимость (18) можно упростить:

$$\begin{aligned} \omega_x \begin{vmatrix} f^2 + y_1^2 & f^2 + y_2^2 & f^2 + y_3^2 \\ fp_1 & fp_2 & fp_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} - \omega_y \begin{vmatrix} x_1 y_1^1 & x_2 y_2^1 & x_3 y_3^1 \\ fp_1 & fp_2 & fp_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} + \\ + \omega_z \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} g_1 & g_2 & g_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Такой вид уравнения можно получить, исключая τ и ν из системы классических уравнений в фотограмметрии.

$$\left. \begin{aligned} p_1 \tau + \frac{y_1}{f} p_1 \nu + \frac{y_1}{f} x_1 \Delta \alpha + \left(f + \frac{y_1^2}{f} \right) \Delta \omega + x_1^1 \Delta k - g_1 &= 0 \\ p_2 \tau + \frac{y_2}{f} p_2 \nu + \frac{y_2}{f} x_2 \Delta \alpha + \left(f + \frac{y_2^2}{f} \right) \Delta \omega + x_2^1 \Delta k - g_2 &= 0 \\ p_3 \tau + \frac{y_3}{f} p_3 \nu + \frac{y_3}{f} x_3 \Delta \alpha + \left(f + \frac{y_3^2}{f} \right) \Delta \omega + x_3^1 \Delta k - g_3 &= 0 \\ p_4 \tau + \frac{y_4}{f} p_4 \nu + \frac{y_4}{f} x_4 \Delta \alpha + \left(f + \frac{y_4^2}{f} \right) \Delta \omega + x_4^1 \Delta k - g_4 &= 0 \\ p_5 \tau + \frac{y_5}{f} p_5 \nu + \frac{y_5}{f} x_5 \Delta \alpha + \left(f + \frac{y_5^2}{f} \right) \Delta \omega + x_5^1 \Delta k - g_5 &= 0 \end{aligned} \right\} = \Delta \quad (20)$$

Таким образом, из уравнений предлагаемого метода возможно получить классические уравнения фотограмметрии. Это доказывает правильность постановки и решения задачи.

Преимуществом уравнений является независимость их от вектора \bar{B} или в координатной записи от τ и ν , т. е. каждое уравнение (5) и (6) может быть сведено к линейному при произвольных значениях \bar{B} или τ и ν .

3. Результаты экспериментальных работ

Для подтверждения правильности формул ВОА методом образования пучков плоскостей, авторы выполнили вычислительные работы. Они

иллюстрируют ход вычислительного процесса и его результаты, но не следует пример вычислений рассматривать как практическое подтверждение § 2.

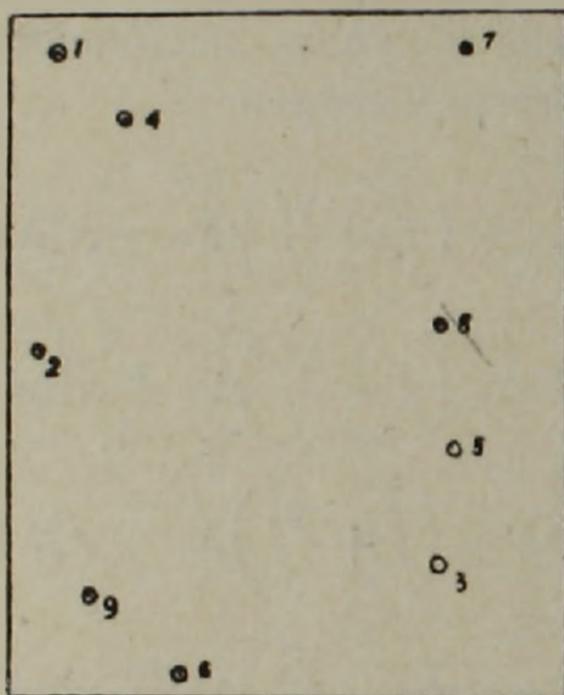
Исходные данные помещены в таблице 1.

Таблица 1

№ т	x	y	x'	y'
1	0,000	66,990	-63,484	67,056
2	-5,669	-3,936	-66,283	-4,001
3	58,341	-52,617	-8,103	-52,481
4	15,158	52,845	-47,822	52,704
5	67,642	-32,067	0,342	-32,291
6	17,664	-77,629	-46,875	-76,936
7	69,417	68,505	7,314	68,051
8	57,653	0,176	-5,179	-0,260
9	2,386	-59,325	-57,168	-58,900

$$z = -f = -70,59$$

На фиг. 2 приведена схема расположения точек на стереопаре.



Фиг. 2.

Решение системы уравнений типа (11) в соответствии с нумерацией точек в таблице 1 и на рис. 1 приводит к следующим значениям неизвестных параметров $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ вектора $\bar{\omega}$: $\omega_x = -0,0072475$, $\omega_y = -0,0024084$, $\omega_z = +0,0050498$.

Исправленные в соответствии с формулой (8) координаты $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i$ представлены в таблице 2.

Решение системы уравнений типа (11) с новыми значениями $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i$ приводит к следующим поправкам: $\Delta_1 \omega_x = -0,000030875$, $\Delta_1 \omega_y = +0,000008840$, $\Delta_1 \omega_z = +0,000078908$.

Вновь исправленные координаты $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i$ представлены в таблице 3.

Таблица 2

№ т.	\tilde{x}'	\tilde{y}'	\tilde{z}'
1	-63,650	66,221	71,226
2	-66,091	- 4,847	-70,717
3	- 7,667	-53,031	-70,227
4	-47,915	51,949	-71,085
5	0,676	-32,799	-70,353
6	-46,315	-77,681	-70,142
7	7,142	67,574	-71,064
8	- 5,006	- 0,797	-70,598
9	-56,699	-59,698	-70,297

Таблица 3

№ т	\tilde{x}'	\tilde{y}'	\tilde{z}'
1	-63,656	66,214	-71,228
2	-66,091	- 4,845	-70,717
3	- 7,663	-53,034	-70,225
4	-47,919	51,943	-71,086
5	0,678	-32,801	-70,352
6	-46,309	-77,687	-70,140
7	7,136	67,573	-71,066
8	- 5,006	- 0,799	-70,598
9	-56,695	-59,704	-70,296

Так как после второго приближения поправки $\Delta_1\omega x_1$, $\Delta_1\omega y_1$, $\Delta_1\omega z$, меньше заданной точности вычислений, то третье приближение не выполнялось.

В соответствии с формулами (11) определяются значения τ и ν по формулам: $\tau = \operatorname{arctg} \frac{By}{Bx}$; $\nu = \operatorname{arctg} \frac{Bz}{Bx}$.

Вычисления приводят к следующим значениям τ и ν :

$$\begin{aligned} \tau_{1-2} &= 0,015447 & \nu_{1-2} &= 0,006604 & \tau_{4-5} &= 0,015527 \\ \tau_{1-3} &= 0,015438 & \nu_{1-3} &= 0,006593 & \tau_{4-6} &= 0,015571 \\ & & \tau_{7-8} &= 0,015641 & \nu_{7-8} &= 0,0069202 \\ & & \tau_{7-9} &= 0,015620 & \nu_{7-9} &= 0,0069182 \\ \nu_{5-6} &= 0,00662507 \\ \nu_{4-6} &= 0,0063045 \end{aligned}$$

где индексы указывают номера точек, принятых для определения τ и ν .

$$\tau_{\text{ср}} = 0,015540, \quad \nu_{\text{ср}} = 0,006598.$$

Значения $\omega_x + \Delta\omega_x$; $\omega_y + \Delta\omega_y$; $\omega_z + \Delta\omega_z$; $\tau_{\text{ср}}$; $\nu_{\text{ср}}$; следует считать упрощенно уравненными значениями элементов ВОА. Остаточные угловые

поперечные параллаксы в девяти точках, вычисленные по формуле $\delta g_i = \frac{||\bar{B} \times \bar{R}_i|| \times [\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_i']}{[\bar{B} \times \bar{R}_i] \cdot [\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_i']}$, приведены в таблице 5. Промежуточные значения $[\bar{B} \times \bar{R}_i] [\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_i']$ приведены в таблице 4.

Таблица 4

№ т	$\frac{[\bar{B} \times \bar{R}_1]}{[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_1']}$	x	y	z
1	$[\bar{B} \times \bar{R}_1]$	-1,5390	70,590	66,990
	$[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_1']$	-1,5348	70,808	67,203
2	$[\bar{B} \times \bar{R}_2]$	-1,0710	70,553	-3,8479
	$[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_2']$	-1,0669	70,281	-3,8274
3	$[\bar{B} \times \bar{R}_3]$	-0,7498	70,975	-53,524
	$[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_3']$	-0,7414	70,174	-52,915
4	$[\bar{B} \times \bar{R}_4]$	-1,4457	70,690	52,609
	$[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_4']$	-1,4477	70,770	52,688
5	$[\bar{B} \times \bar{R}_5]$	-0,8854	71,036	-33,118
	$[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_5']$	-0,8769	70,356	-32,812
6	$[\bar{B} \times \bar{R}_6]$	-0,5848	70,707	-77,904
	$[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_6']$	-0,5774	67,834	-76,967
7	$[\bar{B} \times \bar{R}_7]$	-1,5490	71,048	67,424
	$[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_7']$	-1,5503	71,113	67,462
8	$[\bar{B} \times \bar{R}_8]$	-1,0982	70,979	-0,7199
	$[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_8']$	-1,0980	70,965	-0,7219
9	$[\bar{B} \times \bar{R}_9]$	-0,7056	70,639	-59,440
	$[\bar{B} \times \Pi' \bar{R}_9']$	-0,6985	69,922	-58,823

Таблица 5

№ т	1	2	3	4	5	6	7	8	9
пар.	0,00005	0,00008	0,00010	0,00017	0,00913	0,00015	0,00017	0,00003	0,00005

Выполненные вычисления приводят к заключению о правильности представления выведенных уравнений ВОА в координатной форме. Вывод об оптимальности выбора точек для решения задачи и об уравнивании из решения данного примера делать не следует. Эти вопросы подлежат специальным исследованиям.

ՅՈՒ. Մ. ՏՐՈՒՆԻՆ, Ս. Ն. ՍԵՐԲԵՆՅՈՒԿ, Ժ. Մ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

ԱՔՐՈՂՈՒՍԱՆԿԱՐՆԵՐԻ ՓՈՆԱԴԱՐՁ ԿՈՂՄՆՈՐՈՇՈՒՄԸ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՓԵՋԵՐԻ ԿԱԶՄՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿՈՎ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հոդվածում ամփոփված է աէրոլուսանկարների փոխադարձ կողմնորոշման տեսական և գործնական արդյունքները, հարթությունների փնջերի կազմման եղանակով:

Աէրոլուսանկարահանման ժամանակ համադոր ճառագայթների և տրված բարձրությունների գագաթները միացնող կողի հետ կազմվում է հարթությունների փունջ: Այդպիսի փունջ ստացվում է լսովազն երեք հարթությունների առկայության դեպքում, որը կարելի է արտահայտել հետևյալ բանաձևով.

$$[\bar{R}_1 \times \bar{R}'_1] \times [\bar{R}_2 \times \bar{R}'_2] \cdot [\bar{R}_3 \times \bar{R}'_3] = 0 \quad (1)$$

որտեղ \bar{R} տրված հանգույցային ուղղությունների բնորոշող վեկտորներն են: Այս պայմանը տեղի է ունենում միայն լուսանկարահանման ժամանակ:

Հնդհանուր առմամբ աէրոլուսանկարների փոխադարձ կողմնորոշումը չի համապատասխանում (1) պայմանին: Անհրաժեշտ է որոշել էլեմենտների մի խումբ, որոնք հնարավորություն ընձեռնեն աէրոլուսանկարները բերել այն դիրքին, ինչ նրանք գրավել են տեղանքի նկարահանման ժամանակ:

Այդ պայմանը կարելի է իրականացնել հաշվելով

$$[\bar{R}_1 \times \bar{R}'_1 \Pi'] \times [\bar{R}_2 \times \Pi' \bar{R}_2] \cdot [\bar{R}_3 \times \Pi' \bar{R}_3] = 0 \quad (2) \text{ հավասարումը,}$$

ուր պահանջվում է մի հանգույցային կետի պտտեցումը մյուսի նկատմամբ այնքան, մինչև որ բավարարի (1) պայմանի պահանջներին: Վերջին (2) բանաձևում անհայտ է Π' վերսերը: Π' վերսերը բնորոշվում է օրթոգոնալ մատրիցայով և դրա համար անկախ անհայտ մեծությունները (2) բանաձևում երեքն են: Դրանք կարող են լինել էլլերի անկյունները, որոնք որոշում են երկու կոորդինատային սիստեմների փոխադարձ դիրքը հարակից նկարների վրա: Նշված անհայտների որոշման համար անհրաժեշտ է հաշվել (2) տիպի երեք գծային հավասարումների սիստեմ:

Հոդվածում լուսաբանվում է այդ հավասարումների լուծումը թվային օրինակով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления, М., 1951.
2. Лобанов А. Н. Фототопография. Воздушная стереофотограмметрическая съемка, М., 1957.
3. Скиридов А. С. Стереофотограмметрия, М., 1959.
4. Трунин Ю. М. Некоторые вопросы теории фотограмметрии. Известия высших учебных заведений, № 5, 1959.
5. Урмаев Н. А. Элементы фотограмметрии, М., 1941.