Известия АН Армянской ССР, Науки о Земле, 5, 57—63, 1969

А. С. САРДАРЯН

К ТЕОРИИ ВРЕМЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ АНОМАЛЬНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ БЕСКОНЕЧНО ПРОТЯЖЕННЫХ ДВУХМЕРНЫХ ТЕЛ

Изучение современных движений земной коры становится одной из актуальных задач наук о Земле—геофизики, геодезии, геологии, геоморфологии. Под «современным движением земной коры» нужно понимать не только вертикальные и горизонтальные собственно движения (как перемещения) земной поверхности, но также и всевозможные современные процессы, происходящие в земной коре и обусловливающие изменения во времени физических полей горных пород. Движения в указанном смысле в очаге процесса и вблизи него обусловливаются сложными физико-химическими и термодинамическими процессами. Предполагается возможным происхождение химических реакций в подкоровом веществе, которые приводят к выделению свободного кремнезема и других глубинных эманаций, способных перемещаться вверх и создавать местные утолщения земной коры. Вместе с тем допускаются фазовые превращения в твердом веществе подкоровой оболочки, приводящие в одних случаях к его разуплотнению с увеличением объема, в других—к увеличению плотности и сокращению объема. Все эти факторы могут привести к изменению гравитационных и магнитных свойств горных пород. Та часть движений глубинных веществ, которая доходит до поверхности земли, регистрируется геодезическими приборами, а часть, которая вызывает изменение физических полей горных пород, можно регистрировать только геофизическими приборами. Движения земной поверхности лишь в малой степени отражают сложный процесс, происходящий в коре и верхней мантии Земли. Большая же часть глубинных процессов обусловливает изменения физических полей горных пород. Установлено, что земная кора и земная поверхность непрерывно испытывают сложные, разнообразные колебания. Выделяются три основные группы современных движений земной коры [1]:

1. Медленные или вековые движения отдельных участков земной коры. Эти движения развиваются на протяжении, по крайней мере, нескольких столетий, вследствие чего их называют вековыми.

2. Быстрые—сейсмические движения—толчки различной силы и длительности, особенно интенсивные и частые в орогенических областях, но охватывающие и области платформ.

На движения двух указанных типов накладываются:

3. Сложные короткопериодические колебания земной коры и земной поверхности, связанные с воздействием космических тел (так называемые приливы в твердой Земле), а также с изменениями температурных, барических, гидротермических условий. Если короткопериодические колебания отражают различные влияния суммы внешних факторов, воз-

действующих на земную кору, то источники вековых движений находятся в самой земной коре и, возможно, в подкоровом слое—верхней мантии. Вертикальные движения коры должны сопровождаться перемещением подкорового материала по крайней мере в том направлении, которое необходимо для восстановления равновесия коры. При исследовании причин вертикальных движений учитываются гравитационные данные. Данные о современных тектонических движениях имеют важное значение для освещения ряда основных теоретических проблем, таких, как установление закономерностей и выявление природы тектонических движений земной коры, изучение связи между медленными и быстрыми движениями. В настоящее время в ряде районов СССР для изучения современных движений земной коры существует сеть стационарных геофизических полигонов, где на одних и тех же пунктах производятся перенаблюдения за изменениями во времени гравитационного и магнитного полей, вертикальных и горизонтальных движений и наклонов земной поверхности, дающих ценную информацию о быстро протекающих процессах в земной коре и мантии Земли. Эти наблюдения могут быть полезны также и для изучения характера перераспределений напряжений в очагах землетрясений, вулканов, движений магматических расплавов до и во время извержений и т. д. Ниже приводятся некоторые результаты расчета связи временного гравитационного потенциала и его производных с изменяющимися во времени формой и плотностью возмущающих двухмерных тел. Под прямой задачей временных возмущений гравитационного потенциала надо понимать задачу определения аналитического выражения в табличных функциях или геометрического образа гравитационного потенциала или его производных в функции координат и времени по заданному временному полю плотности и изменяющейся во времени формы поверхности сплошной аномальной среды. Обратной же задачей называется задача определения по заданным вариациям гравитационного потенциала временного поля плотности и деформаций поверхности аномальной среды в функции координат и времени [2].

Рассмотрим общие формулы временного потенциала для случая двухмерных масс, базируясь на идеях, изложенных в работах [2, 3].

Пусть некоторая конечная область T, ограниченная регулярной поверхностью S, заполнена неподвижной сплошной средой аномальной массы

$$m = \int_T \rho(\xi, \zeta)\, d\sigma(\xi, \zeta), \tag{1}$$

где $\rho(\xi, \zeta)$ плотность среды. Предположим, что тело имеет форму бесконечного цилиндра произвольной формы сечения, тогда такое тело на поверхности образует поле притяжения, потенциал которого в точке $P(x, z)\, T$ имеет вид:

$$V(x, z) = 2f \iint_T \rho(\xi, \zeta) \ln \frac{1}{r}\, d\xi d\zeta, \tag{2}$$

где f — гравитационная постоянная, $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}$.

Пусть под влиянием некоторых приложенных к поверхности S сил, например, глубинных тектонических сил, различных сил, обусловленных термическим состоянием земной коры, рассматриваемое тело деформируется без нарушения сплошности. Тогда, если до деформации частицы тела определялись радиусом вектора $\vec{r}$, то в деформированном теле они будут иметь координаты $\vec{r}_1$. Вектор $\vec{U} = \vec{r}_1 - \vec{r}$ называется вектором деформации. Очевидно, что в силу непрерывающего изменения во времени радиуса-вектора $\vec{r}(t)$ любой частицы сплошной среды T потенциал V также будет неправильно изменяться во времени, т. е.

$$V(x, z, t) = 2f \iint\limits_{T(t)} \rho[\xi(t), \zeta(t), t)] \ln \frac{1}{r(t)} d\xi d\zeta. \tag{3}$$

При этом, если материальная скорость изменения массы равна нулю, т. е. $\dot{m} = 0$, то имеет место, как известно, следующее условие неразрывности среды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\, \rho\vec{c} = 0, \quad \dot{\rho} - \rho \frac{dc_i}{d\xi_i} = 0 \quad \xi_i = \xi, \zeta. \tag{4}$$

где $\dot{\rho}$ — материальная скорость изменения во времени плотности среды.

Материальную скорость изменения потенциала можно найти из следующих соображений [2]. При сравнении сечений тела в момент t и в момент $t+dt$ очевидно будет иметь место общая часть объема, где частицы можно рассматривать как не получившие перемещения, и часть объема, где частицы переместились на величину $(C_\xi dt, C_\zeta dt)$, где $\vec{C}$ — вектор скорости перемещения частиц тела. В соответствие с этим скорость изменения $\dot{V}$ может быть подразделена на две части: $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$.

При этом из сказанного следут, что

$$\dot{V}_1(x, z, t) = 2f \iint\limits_{T(t)} \frac{\partial \varphi}{\partial t} d\xi d\zeta. \tag{5}$$

где для рассматриваемого нами двухмерного тела

$$\varphi[\xi(t), \zeta(t), t)] = \rho[\xi(t), \zeta(t), t] \ln \frac{1}{r}$$

Величина же V_2, обусловленная перемещением частиц из положения в момент t в положение в момент $t+dt$, образовавших объем между первоначальной поверхностью $S(t)$ и поверхностью $S_1(t+dt)$ в момент $t+dt$, будет иметь вид:

$$V_2(x, z, t) = f \iint\limits_{S(t)} \varphi C_i \nu_i\, ds, \quad i = 1, 2 \tag{6}$$

поскольку объем между S и S_1 равен $C_i \nu_i ds dt$, где ν_i — единичный вектор нормали к S, $(i = 1, 2)$. Таким образом

$$\dot{V}(x, z, t) = 2f \iint\limits_{T(t)} \frac{\partial \varphi}{\partial t} d\xi d\zeta + f \iint\limits_{S(t)} \varphi C_{\nu_i} dS. \tag{7}$$

Заменяя, по формуле Остроградского-Гауса, интеграл поверхности S интегралом по объему T имеем:

$$\dot{V}(x_i, t) = 2f \iint\limits_{T(t)} \left[\varphi(\xi_i, x_i, t) + \varphi \frac{\partial C_\xi}{\partial \xi} + \varphi \frac{\partial C_\zeta}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} C_\zeta + \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} C_\zeta \right] d\xi d\zeta. \tag{8}$$

Если деформация возмущающего тела сопровождается притоком или оттоком некоторой массы $m(t)$ и, кроме того, поверхность определения функции V^* является движущейся во времени поверхностью, то окончательно получим:

$$V^*(x_i(t), t) = 2f \iint\limits_{T(t)} \left| \frac{\partial \varphi(\xi_i(t), t)}{\partial t} + \frac{\partial [C_i \varphi(\xi_i(t), t)]}{\partial \xi_i(t)} \right| d\sigma +$$

$$+ d rad V \vec{l} + 2f \iint\limits_{T_1(t)} [\dot{\rho}_1(\xi_i(t), t) \cdot \ln 1/r] \, d\sigma; \tag{9}$$

где $\vec{l}$ —скорость движения поверхности наблюдения, определяемая из геодезических измерений, ρ_1 и T_1—соответственно аномальная плотность и объем дополнительной массы, обусловленной притоком или оттоком вещества.

Так как в естественных условиях измеряется не вариация гравитационного потенциала, а временное изменение силы тяжести, которое с достаточной точностью можно принять равным $\frac{\partial \dot{V}(x_i, t)}{\partial z} = \dot{V}_z(x_i, t)$, то дифференцируя (9) по z получим общее выражение для двухмерных тел для функции $\dot{V}_z(x_i, t)$:

$$\dot{V}_z(x_i, t) = 2f \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \iint\limits_{T(t)} \left| \frac{\partial \varphi(\xi_i(t), t)}{\partial t} + \frac{\partial [C_i \varphi(\xi_i(t), t)]}{\partial \xi_i(t)} \right| d\sigma + \right. \tag{10}$$

$$\left. + grad \, V \vec{l} + 2f \iint\limits_{T(t)} \left[\dot{\rho}_1(\xi_i(t), t) \ln \frac{1}{r} d\sigma \right\} . $$

Пусть для конкретизации рассматриваемое нами тело — есть бесконечно протяженная по оси y призма, ограниченная поверхностями $x_1 = -b$, $x_2 = +b$, $z_1 = h_1$, $z_2 = h_2$. Тогда согласно (10), уравнение для материальной скорости $\dot{V}_z$ от такой деформируемой во времени призмы при $\dot{m} = 0$ можно записать в виде:

$$\dot{V}_z(x, z, t) = 2f \int\limits_{-b(t)}^{+b(t)} d\xi \int\limits_{h_1(t)}^{h_2(t)} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho(\xi(t), \varsigma(t))(\varsigma - z)}{(x-\xi)^2 + (z-\varsigma)^2} \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} C_\xi + \frac{\partial \varphi}{\partial \varsigma} C_\varsigma + \frac{\partial C_\xi}{\partial \xi} \varphi + \frac{\partial C_\varsigma}{\partial \varsigma} \varphi \right\} d\varsigma + \frac{\partial V_z}{\partial x} lx + \frac{\partial V_z}{\partial z} lz. \tag{11}$$

Для простоты будем считать, что плотность аномального тела есть функция только времени, т. е. будем полагать, что однородное тело меняет свою плотность только вследствие временных внешних воздействий на тело. Кроме того, примем, что $\frac{\partial C_\xi}{\partial \xi} = \frac{\partial C_\varsigma}{\partial \varsigma} = 0$, а lx — горизонтальные движения земной поверхности — равны нулю.

В этом случае уравнение (11) примет вид:

$$\dot{V}_z(x_i, \xi_i, t) = 2f \frac{\partial P}{\partial t} \int\limits_{-b(t)}^{+b(t)} \int\limits_{h_1(t)}^{h_2(t)} \frac{(\varsigma(t) - z)\, d\xi d\varsigma}{(x-\xi)^2 + (z-\varsigma)^2} +$$

$$+ 2f\rho \frac{\partial}{\partial t} \int\limits_{-b(t)}^{+b(t)} \int\limits_{h_1(t)}^{h_2(t)} \frac{(\varsigma - z)\, d\xi d\varsigma}{(x-\xi)^2 + (z-\varsigma)^2} + 2f\rho \int\limits_{-b(t)}^{+b(t)} \int\limits_{h_1(t)}^{h_2(t)} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{(\varsigma - z)}{(x-\xi)^2 + (z-\varsigma)^2} \times \right.\right.$$

$$\left. \times C_\xi \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{(\varsigma - z)}{(x-\xi)^2 + (z-\varsigma)^2} C_\varsigma \right] d\xi d\varsigma + V_{zz} l_z. \tag{12}$$

Первый член правой части равенства есть произведение $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ на $V_z(x, z, t)$, где $V_z(x, z\ t)$ — есть гравитационное притяжение однородной прямоугольной призмы в момент t до деформации. Второй член есть производная V_z по времени, выполняемая по параметрам призмы $b(t)$, $h_1(t)$, $h_2(t)$. Третий интеграл берется элементарно, четвертый член представляет собой изменение аномального гравитационного поля призмы при смещении поверхности наблюдения по вертикали на величину l_z за единицу времени.

После выполнения соответствующих операций для материальной скорости изменения величины V_z вследствие деформации бесконечного возмущающего тела прямоугольной формы окончательно получим:

$$\dot{V}_z(x, z, t) = 2f \left[(b + x) \ln \frac{(b+x)^2 + (h_2 + z)^2}{(b-x)^2 + (z - z_1)^2} + 2(h_2 + z) \operatorname{arctg} \frac{(b+x)}{(h_2 + z)} - \right.$$

$$\left. - 2(z - h_1) \operatorname{arctg} \frac{(b+x)}{(z - h_1)} \right] \frac{\partial \rho}{\partial t} +$$

$$+ 2f\rho \left\{ C_\xi \frac{2(b+x)^2 [(z_1 - h_1)^2 (z + h_2)^2}{[(b+x)^2 + (h_2 + z)^2][(b-x)^2 + (z - h_1)^2]} + \frac{2(h_2 + z)^2}{(h_2 + z)^2 + (b+x)^2} - \right. \tag{13}$$

$$-\frac{2(z-h_1)^2}{(z-h_1)^2(b-x)^2}+\ln\frac{(b+x)^2(h_2+z)^2}{(b-x)^2+(z-h_1)^2}+2C_\xi\left[\operatorname{arctg}\frac{(b+x)}{(h_2+z)}-\right.$$

$$\left.-\operatorname{arctg}\frac{b-x}{z+h_1}+\frac{2(b+x)}{(h_2+z)}-\frac{2(b-x)}{(z+h_1)}+\frac{z-h_1}{2(b-x)}+\frac{h_2+z}{2(b+x)}\right]\Bigg\}+$$

$$+4f\rho\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{(b-x)}{(z+h_1)}-\operatorname{arc\,tg}\frac{b+z}{h_2+z}\right]\cdot lz;$$

По этой формуле можно рассчитать возможные изменения аномального гравитационного поля, обусловливаемые высвобождением энергии, например, при землетрясениях.

Пусть призма имеет размеры $b=10$ км, $h_1=5$ км, $h_2=30$ км, $\Delta\rho=0{,}5\frac{2}{\text{см}^2}$, и пусть при землетрясении напряжения меняются в единицу времени на 100 кг/см^2, что, как известно обусловливает деформации порядка $3\cdot10^{-4}$. Полагая, что аномальное тело находится в зоне очага землетрясения, выполним расчет возможных изменений аномалии $\dot V_z$ за ту же единицу времени в точке ($x=0$, $z=0$), т. е. тогда

$$\dot V_z(0,0,t)=2f\left[b\ln\frac{b^2+h_2^2}{b^2+h_1^2}+2h_2\operatorname{arctg}\frac{b}{h_2}-2h_1\operatorname{arctg}\frac{b}{h_1}\right]\frac{\partial\rho(\xi_i(t),t)}{\partial t}+$$

$$+2f\rho(\xi_i(t)'\,t)\Big\{C_\xi\left[\frac{2b(h_1^2-h_2^2)}{(b^2+h_1^2)+(b^2+h_2^2)}+\frac{2h_2^2}{h_2^2+b^2}-\frac{2h_1}{h_1^2+b^2}+\right.$$

$$\left.+\ln\frac{b^2+h_2^2}{b^2+h_1^2}\right]+2C_\xi\Big[\operatorname{arctg}\frac{b}{h_2}-\operatorname{arctg}\frac{b}{h_1}+\frac{2b}{h_2}-\frac{2b}{h_1}-\frac{h_1}{2b}+\frac{h_2}{2b}\Big)\Big\}+ \tag{14}$$

$$+4f\rho(\xi_i(t),t)\left[\operatorname{arctg}\frac{b}{h_1}-\operatorname{arctg}\frac{b}{h_2}\right]l_z.$$

Предположим, что гипоцентр землетрясения находится под призмой, а эпицентр его попадает в точку ($x=0$, $z=0$). Будем считать в этом случае, что $\frac{db}{dt}=0$, $\frac{dh_1}{dt}=0$ (т. е. верхние и боковые грани примем жесткими недеформируемыми), а $\frac{dh_2}{h_2}=3\cdot10^{-4}$ за единицу времени.

Полагая, что масса останется постоянной, т. е. $2b(t)\,[h_2(t)-h_1(t)]\,\rho(t)=\text{const}$, из условия $dh_1=db=0$ и $\frac{dh_2}{h_2}=3\cdot10^{-4}$ находим, что за единицу времени плотность изменется на величину $d\rho=2\cdot10^{-4}\rho$.

Подставляя эти данные в формулу (14), получим, что вследствие землетрясения аномальное поле силы тяжести, обусловленное телом, находящимся в зоне очага землетрясения, может измениться на величину порядка 0.07 мгл при аномалии в 150 мгл, и на 0.035 мгл—при аномалий в 75 мгл.

Отсюда следует, что при наблюдениях в сильно интенсивных аномальных полях можно будет зафиксировать современной аппаратурой пьезогравитационный эффект, обусловливаемый землетрясениями

В заключении выражаю глубокую благодарность моему руководителю Г. И. Каратаеву.

Ա. Ա. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ

ԱՆՍԱՀՄԱՆ ՏԱՐԱԾՎԱԾ ԵՐԿՉԱՓԱՆԻ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ԱՆՈՄԱԼ ԳՐԱՎԻՏԱՑԻՈՆ ԴԱՇՏԵՐԻ ԺԱՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ԳՐԳՌՈՒՄՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ամփոփում

Երկրի ժամանակակից շարժումների ուսումնասիրությունը երկրի մասին գիտության ակտուալ հարցերից է։ Այդ շարժումների պատճառները առաջացնում են նաև ապարների ֆիզիկական դաշտերի փոփոխություն։

Հոդվածում տրված է երկչափանի մարմինների անոմալ դինամիկ գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալի և նրա ածանցյալի կոնկրետ բանաձևը։ Կատարված է հաշվարկ գրավիտացիոն դաշտի հնարավոր փոփոխությունը երկրաշարժի ժամանակ։

ЛИТЕРАТУРА

1. Сб. ст. «Современные движения земной коры», № 1, 1963, № 4, 1968.
2. **Фотиади Э. Э.** и др. «Теории временных возмущений гравитационного полей в связи с современными тектонофизическими процессами в Земле», ДАН СССР, т. 171, № 3, 1966.
3. **Каратаев Г. И.** и др. Вопросы теории временных возмущений гравитационного и магнитного полей и движений земной поверхности в связи с современными тектоно-физическими процессами в Земле. Сб. ст. «Региональные геофизические исследования в Сибири», Изд. Наука СО АН СССР, 1967.