

ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

В. О. ПАРОНИКЯН

ХАРАКТЕР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ СОДЕРЖАНИЙ
МЕТАЛЛОВ В ТЕЛЕ ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО

Функция распределения частот содержаний компонентов

Исследования по определению функции распределения содержаний компонентов в теле полезного ископаемого в настоящее время являются актуальной задачей, поскольку применение тех или иных законов математической статистики зависит от функции распределения случайной величины. Следует отметить, что характер распределения элементов в рудах и горных породах обусловлен большим числом неравноценных факторов и в соответствии с этим следует ожидать различные законы распределения.

Н. К. Разумовский [4] указывает на широкое распространение логарифмически-нормального закона в рудных месторождениях. К такому же выводу приходит Аренс [7] в отношении распределения элементов в породах. Д. А. Родионовым [5] установлено, что наиболее распространенной функцией, не противоречащей эмпирическим данным, является логнормальная функция. К. В. Обрей [8] и Л. И. Четвериков [6] ставят под сомнение логнормальный закон распределения элементов в породах и рудах и указывают на то, что этот закон неприемлем при крайне низких, а также высоких содержаниях элементов. Из вышеприведенного следует, что вопрос о функции распределения содержаний компонентов в различных геологических образованиях в настоящее время разрешен далеко недостаточно.

Исследования по определению законов распределения частот содержаний элементов в некоторых рудных месторождениях Армянской ССР привели нас к выводу, что эмпирические данные здесь также часто не укладываются в рамки нормального или логнормального распределения.

Содержание компонента в теле полезного ископаемого можно рассматривать как непрерывную случайную величину, а данные опробования как случайную выборку из неограниченной совокупности возможностей, так как оно производится при определенных условиях и ограничениях. С целью установления закона распределения частот содержаний компонентов в теле полезного ископаемого, произведена статистическая обработка большого числа химических анализов на свинец, цинк и медь, полученных в результате геолого-разведочных и эксплуатационных ра-

бот по некоторым рудным месторождениям Армянской ССР. Вычислены частоты нахождения содержаний компонентов в равностоящих интервалах и по полученным данным построены гистограммы (фиг. 1—3). В результате таких построений выявлено, что гистограммы этих элементов в рудах довольно сходны по форме и их можно представить однотипной функцией распределения. Изучены также распределения логарифмов содержаний компонентов в рудах Ахтальского месторождения. Полученные данные (фиг. 1—1) показывают, что распределение здесь близко к логарифмически нормальному закону, однако при проверке оказалось, что за исключением меди (табл. 1), этот закон для остальных случаев не приемлем.

Таблица 1

Результаты проверки гипотезы логнормального распределения содержаний меди в рудных пробах 10 и 11 Ахтальского месторождения

Границы интервалов	Логарифмы границ интервалов	Число проб (m_i)	Частота встречаемости ($\frac{m_i}{N}$)	Теоретические частоты* (P_i)	$\left(\frac{m_i}{N} - P_i\right)$	Эмпирическая функция распределения $F_n(x)$	Теоретическая функция распределения $F(x)$
0,01—0,03162	2,0—2,5	11	0,0084	0,0052	0,002	0,0084	0,0052
0,03162—0,1	2,5—3,0	93	0,0710	0,0641	0,0008	0,0794	0,0693
0,1—0,3162	3,0—3,5	265	0,2028	0,2284	0,0003	0,2822	0,2977
0,3162—1,0	3,5—4,0	482	0,3690	0,3723	0,0003	0,6512	0,6700
1,0—3,162	4,0—4,5	352	0,2694	0,2550	0,0008	0,9206	0,9250
3,162—10,0	4,5—5,0	101	0,0773	0,0675	0,0001	0,9979	0,9925
>10,0	>5,0	4	0,0030	0,0071	0,0003	1,0	1,0

$$\lg \bar{x} = 1,7782$$

$$N = 1308$$

$$a = 0,5$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \frac{N \left(\frac{m_i}{N} - P_i \right)^2}{P_i} = 10,7, \quad \chi_a^2 = 13, \text{ при } a = 0,01 \text{ и } 4 \text{ степенях свободы.}$$

$$\sqrt{ND_n} = 0,59, \quad \lambda_a = 1,63, \text{ при } a = 0,01. \quad D_n = \max_{0 \leq x < \infty} |F_n(x) - F(x)|.$$

Задача заключается в том, чтобы выбрать такую формулу $y = f(x; k, a)$, которая, устанавливая связь между частотой встречаемости и содержанием элементов, в то же время возможно точно характеризовала бы эмпирические данные. Применение аналитических критериев по нахождению наиболее рациональной модели [3] привело нас к выводу, что в рассматриваемом случае распределение частот содержаний компонентов можно выразить следующей показательной функцией плотности распределения вероятностей:

$$f(x) = k e^{-\frac{x}{a}}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad (1)$$

$$* P_i = \Phi(t_2) - \Phi(t_1), \text{ где } \Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \quad t = \frac{\lg x_i - \lg \bar{x}}{a}.$$

где x и a — постоянные. Эта функция, как видно, отлична от функций логнормального или нормального распределения. В последнем случае функция плотности распределения вероятностей выражалась бы формулой:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad (2)$$

где a — математическое ожидание, σ^2 — дисперсия.

Таким образом, задача заключается в определении параметров k и a функции (1). С этой целью сначала определим начальные — V_n и центральные — μ_n моменты порядка n :

$$\begin{aligned} XV_n = E(x^n) &= \int_0^{\infty} x^n f(x) dx = k \int_0^{\infty} x^n e^{-\frac{x}{a}} dx = \\ &= -ka x^n e^{-\frac{x}{a}} \Big|_0^{\infty} + nka \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-\frac{x}{a}} dx = -n(n-1)ka^2 x^{n-1} e^{-\frac{x}{a}} \Big|_0^{\infty} + \\ &+ n(n-1)ka^2 \int_0^{\infty} x^{n-2} e^{-\frac{x}{a}} dx = -n(n-1)(n-2)ka^3 e^{-\frac{x}{a}} \Big|_0^{\infty} + \\ &+ n(n-1)(n-2)ka^3 \int_0^{\infty} x^{n-3} e^{-\frac{x}{a}} dx = \dots = \\ &= n! ka^n \int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{a}} dx = -n! ka^{n-1} e^{-\frac{x}{a}} \Big|_0^{\infty} = n! ka^{n+1}. \\ \mu_n = E|x - E(X)|^n &= \int_0^{\infty} |x - E(X)|^n f(x) dx = k \int_0^{\infty} |x - E(X)|^n e^{-\frac{x}{a}} dx = \\ &= -ka |x - E(X)|^n e^{-\frac{x}{a}} \Big|_0^{\infty} + nka \int_0^{\infty} |x - E(X)|^{n-1} e^{-\frac{x}{a}} dx = \\ &= ka |-E(X)|^n - nka^2 |x - E(X)|^{n-1} e^{-\frac{x}{a}} \Big|_0^{\infty} + \\ &+ n(n-1)ka^2 \int_0^{\infty} |x - E(X)|^{n-2} e^{-\frac{x}{a}} dx = \dots = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= ka | -E(X)|^n + nka^2 | -E(X)|^{n-1} + \\
&+ n(n-1)ka^3 | -E(X)|^{n-2} + n(n-1)(n-2)ka^4 | -E(X)|^{n-3} + \dots \\
&+ n!ka^n \int_0^\infty e^{-\frac{x}{a}} dx = ka | -E(X)|^n + nka^2 | -E(X)|^{n-1} + \\
&+ n(n-1)ka^3 | -E(X)|^{n-2} + \dots + n!ka^{n+1}.
\end{aligned}$$

Полученные данные позволяют определить математическое ожидание $E(X)$ и дисперсию $D(X)$:

$$E(X) = V_1 = 1! ka^{1+1} = ka^2$$

$$\begin{aligned}
D(X) = \mu_2 &= ka | -E(X)|^2 + 2ka^2 | -E(X)| + 2 \cdot 1 \cdot ka^3 | -E(X)|^0 = \\
&= ka |E(X)|^2 - 2ka E(X) + 2ka^3.
\end{aligned}$$

Положим $E(X) = ka^2$ для дисперсии получим формулу:

$$D(X) = k^3 a^5 - 2k^2 a^4 + 2ka^3.$$

Но из условия

$$F(+\infty) = k \int_0^\infty e^{-\frac{x}{a}} dx = -ka e^{-\frac{x}{a}} \Big|_0^\infty = ka = 1$$

вытекает, что $k = \frac{1}{a}$, следовательно

$$E(X) = ka^2 = \frac{1}{a} \cdot a^2 = a \quad \text{и}$$

$$D(X) = \frac{a^5}{a^3} - \frac{2a^4}{a^2} + \frac{2a^3}{a} = a^2.$$

т. е.

$$E(X) = \sqrt{D(X)} = \sigma = a. \quad (3)$$

Равенство (3) можно рассматривать как необходимое условие' при котором эмпирические данные согласуются с указанной функцией распределения, т. е. если взамен математического ожидания и дисперсии применять их статистические оценки — эмпирическое среднее ($\bar{x}$) дисперсии (s^2), то должно иметь место равенство:

$$\bar{x} = s.$$

Эти стандарты определяются формулами:

$$x = \frac{\sum_{l=1}^l x_l m_l}{N}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^l (x_i - \bar{x})^2 m_i}{N-1},$$

где x_i — среднеарифметическое содержание компонента в классовых интервалах, m_i — число проб в них, N — общее число проб, l — число классов.

Введя в формулу (1) статистическую оценку математического ожидания, получим следующую функцию плотности распределения вероятностей:

$$f(x) = \frac{1}{x} e^{-\frac{x}{\bar{x}}}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad (4)$$

и функцию распределения вероятностей

$$F(x) = \frac{1}{x} \int_0^x e^{-\frac{x}{\bar{x}}} dx, \quad 0 \leq x < \infty. \quad (5)$$

В частности для свинца Газминского месторождения эта функция имеет вид

$$F(x) = \frac{1}{3} \int_0^x e^{-\frac{x}{3}} dx.$$

Пользуясь функцией (5) можно определить вероятность попадания случайной величины в классовых промежутках по следующей формуле:

$$P\{x_i \leq x < x_{i+1}\} = \frac{1}{x} \int_{x_i}^{x_{i+1}} e^{-\frac{x}{\bar{x}}} dx,$$

где x_i и x_{i+1} являются верхней и нижней границами интервалов. На основании полученных данных составлены эмпирические — $F_n(x)$ и теоретические — $F(x)$ функции распределения для разных элементов. Проверка гипотезы о равенстве этих двух функций произведена по критериям А. Н. Колмогорова и χ^2 (табл. 2, 3, 4, 5). Как видно из приведенных таблиц, вычисленные значения $\sqrt{ND_n}$ и χ^2 всегда меньше допустимого λ_n и χ^2_{α} , при $\alpha = 0,01$. Следовательно принятая гипотеза не отвергается.

Таким образом к показательному закону подчиняются содержания свинца в рудах Газминского месторождения, свинца, цинка и меди в линзе 11 Ахтальского месторождения. В последующей главе статистически доказывается равенство функций распределения элементов в рудных линзах 10 и 11 Ахтальского месторождения. Кроме того, как видно из представленных диаграмм (фиг. 2, 3), подобное распределение отмечается и в рудах прожилково-вкрапленного типа на Кафанском меднокол-

Таблица 2

Результаты проверки гипотезы распределения частот содержаний свинца

в виде функции $F(x) = \frac{1}{3} \int_0^x e^{-\frac{x}{3}} dx$ в рудах Газминского месторождения

Границы интервалов, %/%	Число проб m_i	Частота встречае- мости $\frac{m_i}{N}$	Теоретиче- ские частоты P_i	Эмпириче- ская функ- ция распре- деления $F_n(x)$	Теоретиче- ская функ- ция распре- деления $F(x)$	$\left(\frac{m_i - P_i}{N}\right)^2$ P_i
0—1	205	0,3376	0,2839	0,3376	0,2839	0,01
1—2	96	0,1581	0,2028	0,4957	0,4867	0,009
2—3	83	0,1361	0,1458	0,6318	0,6325	0,0007
3—4	65	0,1070	0,1042	0,7388	0,7357	0,00008
4—5	42	0,0692	0,0744	0,8080	0,8116	0,0004
5—6	19	0,0313	0,0536	0,8392	0,8652	0,009
6—7	29	0,0478	0,0382	0,8870	0,9034	0,0024
7—8	16	0,0263	0,0275	0,9133	0,9309	0,00006
8—9	14	0,0214	0,0197	0,9347	0,9506	0,0001
9—10	9	0,0148	0,0141	0,9495	0,9647	0,00003
10—11	10	0,0165	0,0102	0,9669	0,9749	0,0038
11—12	6	0,0099	0,0072	0,9759	0,9821	0,001
12—13	3	0,0049	0,0052	0,9800	0,9873	0,00003
>13	9	0,0148	0,0120	1,0	1,0	0,0006

$N = 608$ $\chi^2 = 22,61$, $\chi^2_{\alpha} = 31,3$, при $\alpha = 0,01$ и 11 степенях свободы.
 $\bar{x} = 3,0$
 $s^2 = 8,5$ $\sqrt{N D_n} = 1,37$; $t_n = 1,63$, при $\alpha = 0,01$.

Таблица 3

Результаты проверки гипотезы распределения частот содержаний меди

в виде функции $F(x) = \frac{1}{1,23} \int_0^x e^{-\frac{x}{1,23}} dx$ в линзе 11 Ахтальского месторождения

Границы интервалов, %/%	Число проб m_i	Частота встречае- мости $\frac{m_i}{N}$	Теоретиче- ские частоты P_i	Эмпириче- ская функ- ция распре- деления $F_n(x)$	Теоретиче- ская функ- ция распре- деления $F(x)$	$\left(\frac{m_i - P_i}{N}\right)^2$ P_i
0—1	344	0,6056	0,5566	0,6056	0,5566	0,0043
1—2	117	0,2060	0,2467	0,8116	0,8033	0,0064
2—3	46	0,0810	0,1094	0,8926	0,9127	0,0072
3—4	30	0,0528	0,0486	0,9454	0,9613	0,0004
4—5	16	0,0282	0,0215	0,9736	0,9828	0,002
5—6	8	0,0141	0,0096	0,9827	0,9924	0,002
>6	7	0,0123	0,0076	1,0	1,0	0,003

$N = 568$ $\chi^2 = 14,4$; $\chi^2_{\alpha} = 18,5$, при $\alpha = 0,01$ и 4 степенях свободы.
 $\bar{x} = 1,23$
 $s^2 = 2,0$ $\sqrt{N D_n} = 1,16$, $t_n = 1,63$, при $\alpha = 0,01$.

Таблица 4

Результаты проверки гипотезы распределения частот содержаний свинца

в виде функции $F(x) = \frac{1}{2} \int_0^x e^{-\frac{x}{2}} dx$ в линзе 11 Ахтальского месторождения

Границы интервалов, %/%	Число проб m_i	Частота встречае- мости $\frac{m_i}{N}$	Теоретиче- ские частоты P_i	Эмпириче- ская функ- ция распре- деления $F_x(x)$	Теоретиче- ская функ- ция распре- деления $F(x)$	$\frac{\left(\frac{m_i}{N} - P_i\right)^2}{P_i}$
0—1	205	0,4669	0,3948	0,4669	0,3948	0,013
1—2	94	0,2141	0,2382	0,6810	0,6330	0,0024
2—3	61	0,1389	0,1458	0,8199	0,7788	0,0003
3—4	28	0,0638	0,0866	0,8837	0,8654	0,006
4—5	15	0,0342	0,0530	0,9179	0,9184	0,0066
5—6	14	0,0319	0,0332	0,9418	0,9506	0,000003
6—7	5	0,0113	0,0195	0,9531	0,9701	0,0057
7—8	6	0,0137	0,0118	0,9668	0,9819	0,0002
8—9	3 4 4	11	0,0181	1,0	1,0	0,0026
9—10						
>10						

$N = 439$
 $\chi^2 = 15,05, \chi^2_{\alpha} = 22,5$, при $\alpha = 0,01$ и 6 степенях свободы.
 $\bar{x} = 1,97$
 $s^2 = 8,42$
 $\sqrt{N \cdot D_n} = 1,55, \lambda_{\alpha} = 1,63$, при $\alpha = 0,01$.

Таблица 5

Результаты проверки гипотезы распределения частот содержаний цинка

в виде функции $F(x) = \frac{1}{5} \int_0^x e^{-\frac{x}{5}} dx$ в линзе 11 Ахтальского месторождения

Границы интервалов, %/%	Число проб m_i	Частота встречае- мости $\frac{m_i}{N}$	Теоретиче- ские частоты P_i	Эмпириче- ская функ- ция распре- деления $F_n(x)$	Теоретиче- ская функ- ция распре- деления $P(x)$	$\frac{\left(\frac{m_i}{N} - P_i\right)^2}{P_i}$
0—2	221	0,3960	0,3296	0,3960	0,3296	0,0133
2—4	99	0,1774	0,2211	0,5734	0,5507	0,009
4—6	75	0,1344	0,1482	0,7078	0,6989	0,0013
6—8	47	0,0842	0,0993	0,7920	0,7982	0,0023
8—10	34	0,0609	0,0665	0,8529	0,8647	0,0005
10—12	26	0,0466	0,0447	0,8995	0,9094	0,00009
12—14	15	0,0269	0,0298	0,9264	0,9392	0,0003
14—16	12	0,0215	0,0200	0,9479	0,9592	0,0001
16—18	7	0,0125	0,0135	0,9604	0,9727	0,00008
18—20	8	0,0143	0,0090	0,9747	0,9817	0,0031
20—22	5	0,0089	0,0060	0,9836	0,9877	0,0013
>22	9	0,0162	0,0123	1,0	1,0	0,001

$N = 558$
 $\chi^2 = 16,96, \chi^2_{\alpha} = 27,9$, при $\alpha = 0,01$ и 9 степенях свободы.
 $\bar{x} = 4,97$
 $s^2 = 30,0$
 $\sqrt{N \cdot D_n} = 1,57, \lambda_{\alpha} = 1,63$, при $\alpha = 0,01$.

чеданном месторождении. Это обстоятельство указывает на большую универсальность показательной функции распределения:

$$F(x) = \frac{1}{a} \int_0^x e^{-\frac{x}{a}} dx, \quad 0 \leq x < \infty.$$

С другой стороны, если функция распределения для данного месторождения или рудного тела получена в результате обработки большого числа анализов, то она становится достаточно устойчивой, что позволяет заранее определить распределение проб в различных промежутках содержаний для новых рудных тел, или же для других участков данного рудного тела. Это позволяет также произвести значительное сокращение объема опробовательских работ.

Некоторые особенности распределения частот содержаний компонентов в рудных месторождениях

В результате статистической обработки большого фактического материала выяснена, что имеется большое сходство в распределении частот содержаний компонентов в разных горизонтах одного рудного тела, а также иногда между разными рудными телами. Так, например, заслуживает внимания совмещение гистограмм распределения содержаний *Pb*, *Zn* и *Cu* в рудных линзах №№ 10 и 11 Ахтальского месторождения, в то время как достаточно отчетливо они отличаются от гистограмм соответствующих компонентов оруденения шт. 28 (фиг. I—IV, V, VI). Это обстоятельство дает основание полагать, что функции распределения компонентов для этих двух линз сходные. Проверка гипотезы о равенстве функций распределения указанных линз равносильна проверки гипотез

$$\sigma_{10}^2 = \sigma_{11}^2 \text{ и } a_{10} = a_{11}$$

где σ^2 — дисперсия, a — математическое ожидание. Взамен этих величин можно использовать их статистические оценки:

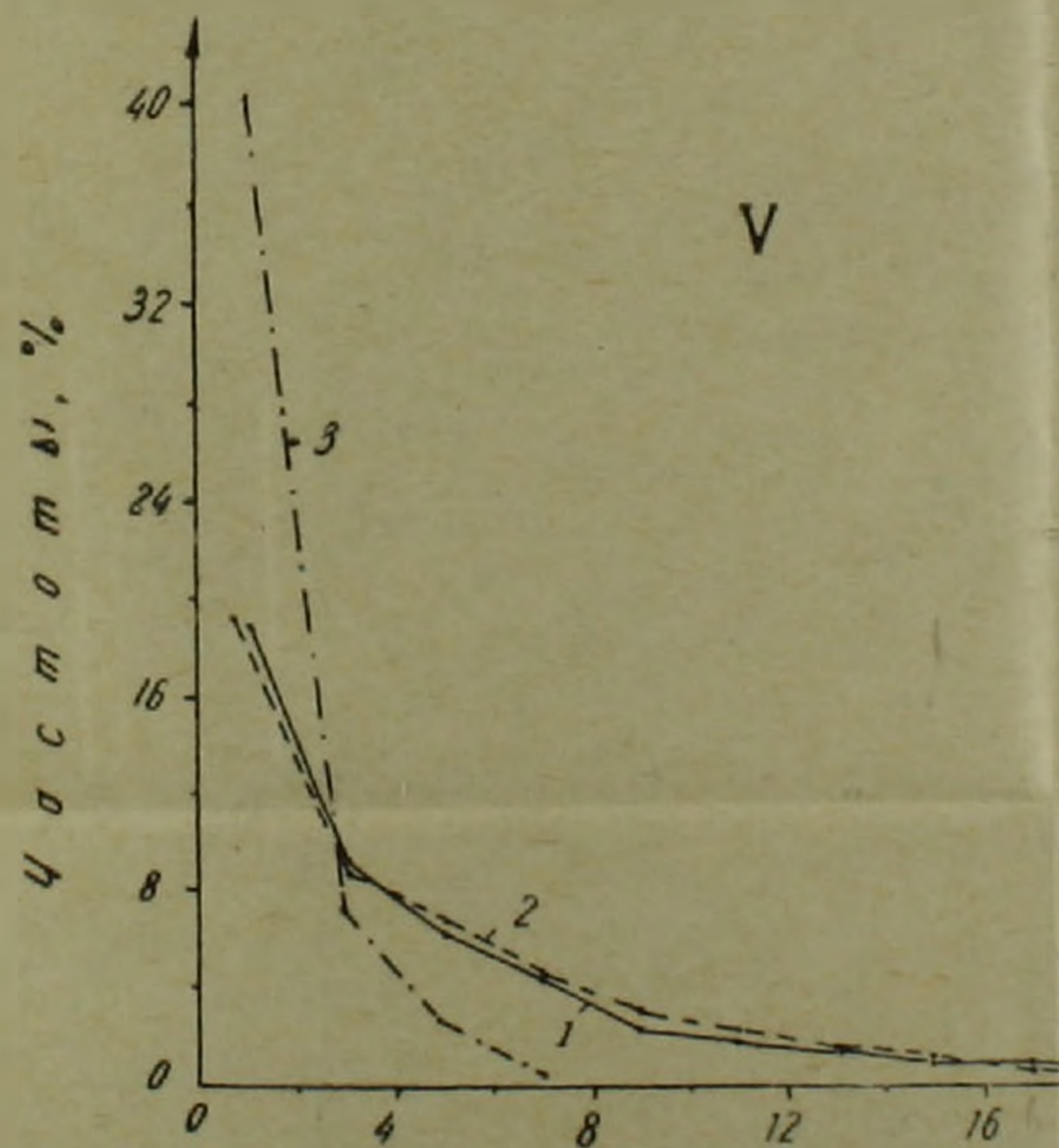
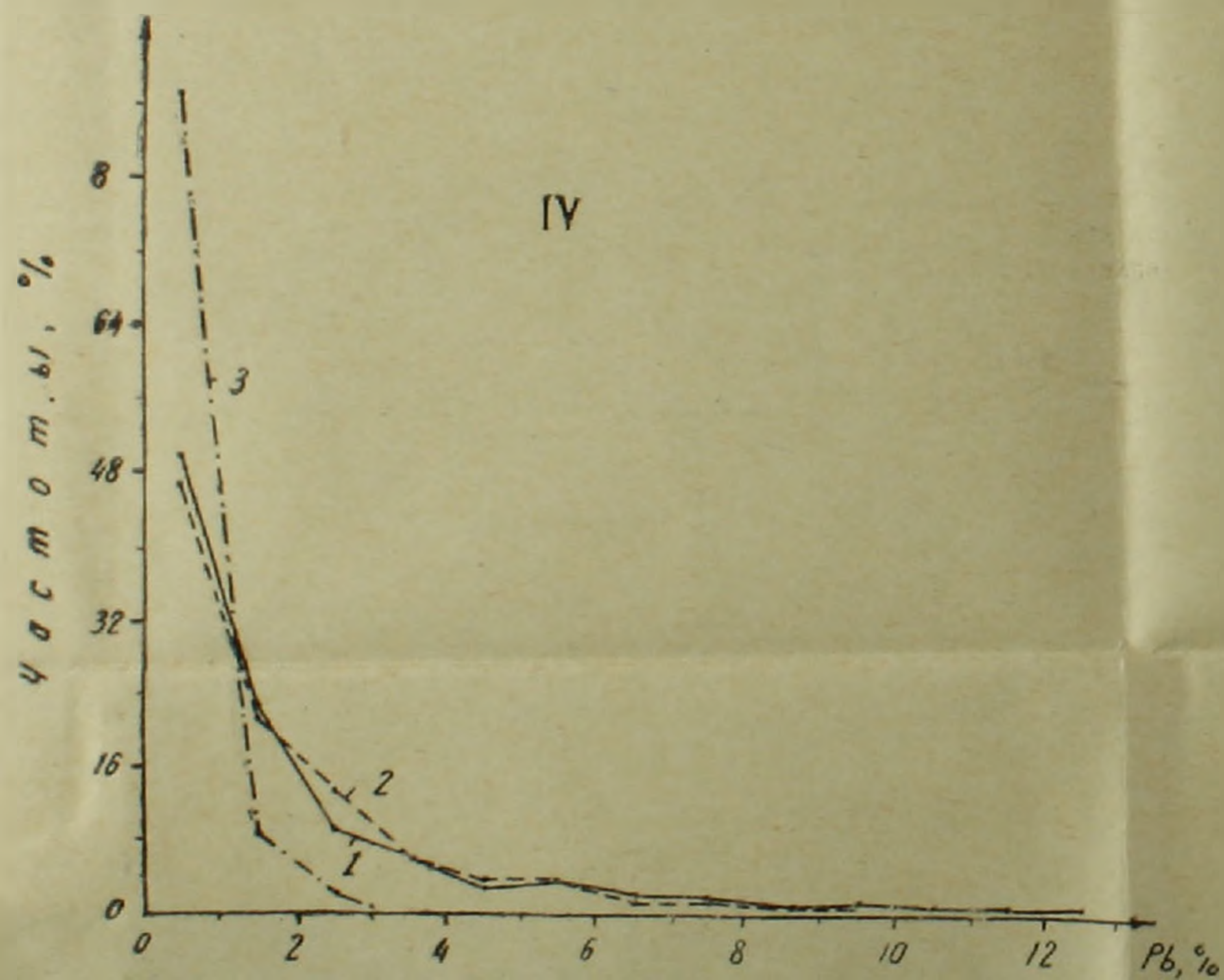
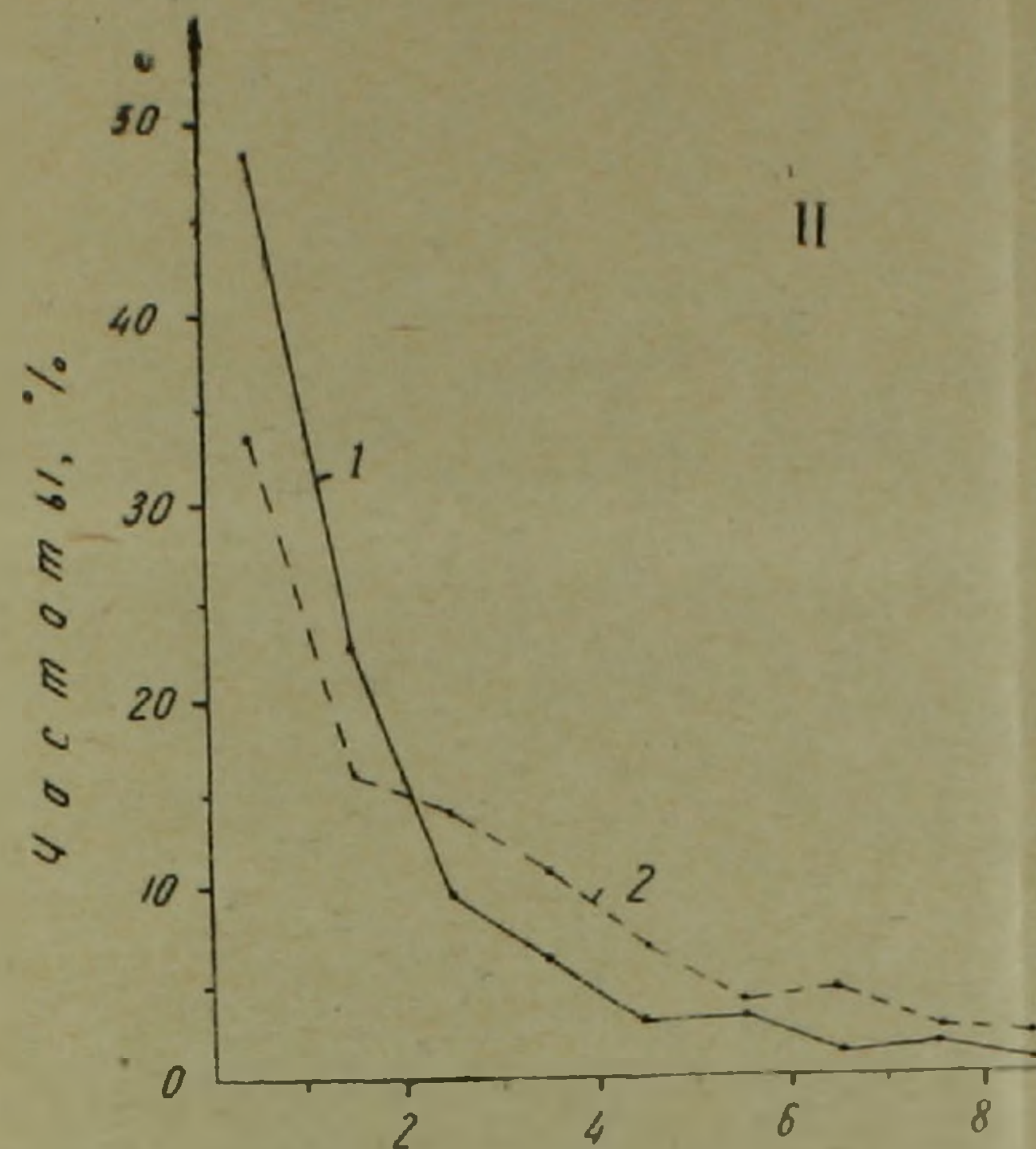
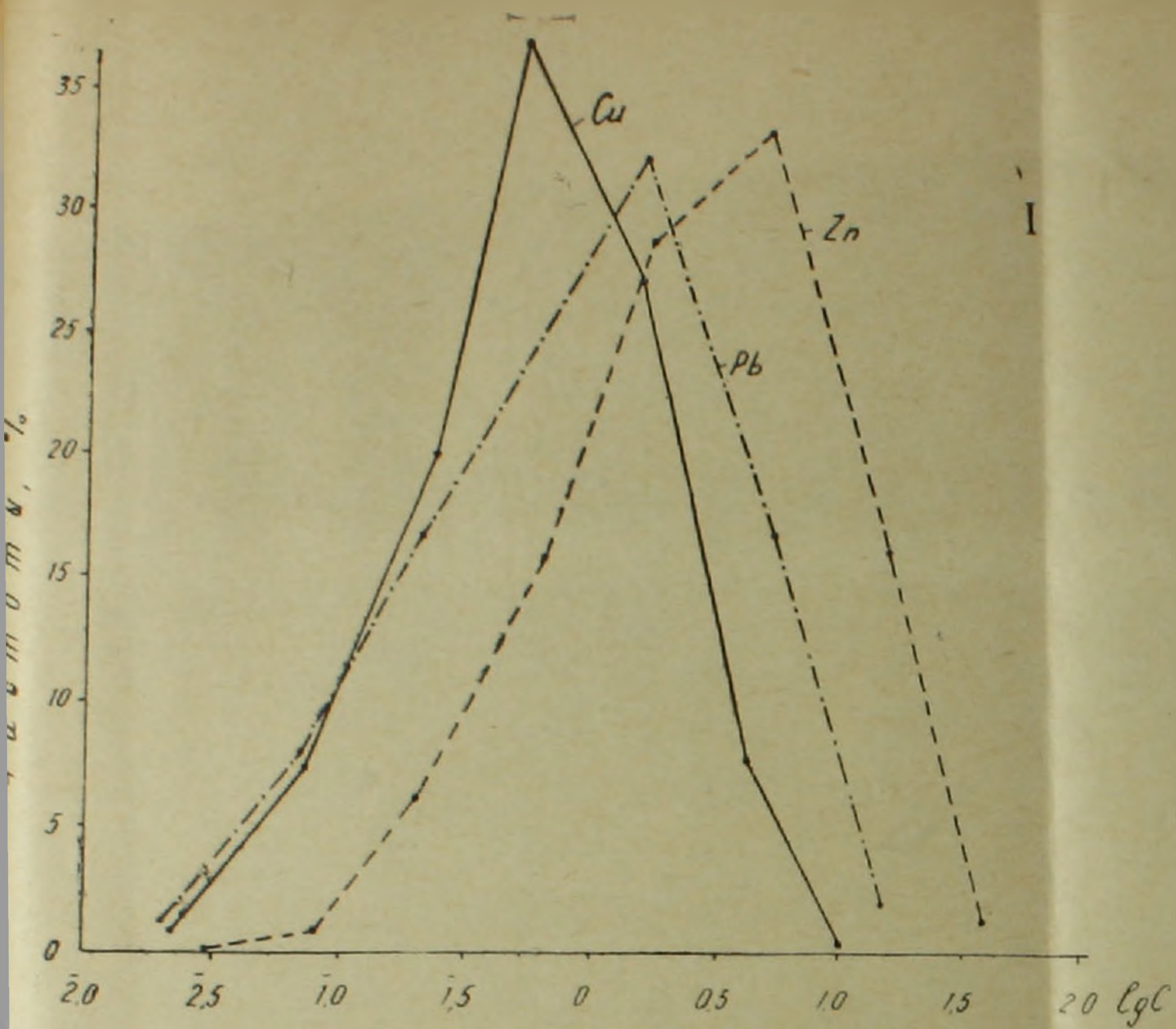
$$a \approx \bar{x} \text{ и } \sigma^2 \approx s^2.$$

Эмпирическое среднее ($\bar{x}$) и дисперсия (s^2) вычисляются по вышеприведенным формулам. Проверка гипотез

$$s_{10}^2 = s_{11}^2 \text{ и } \bar{x}_{10} = \bar{x}_{11}$$

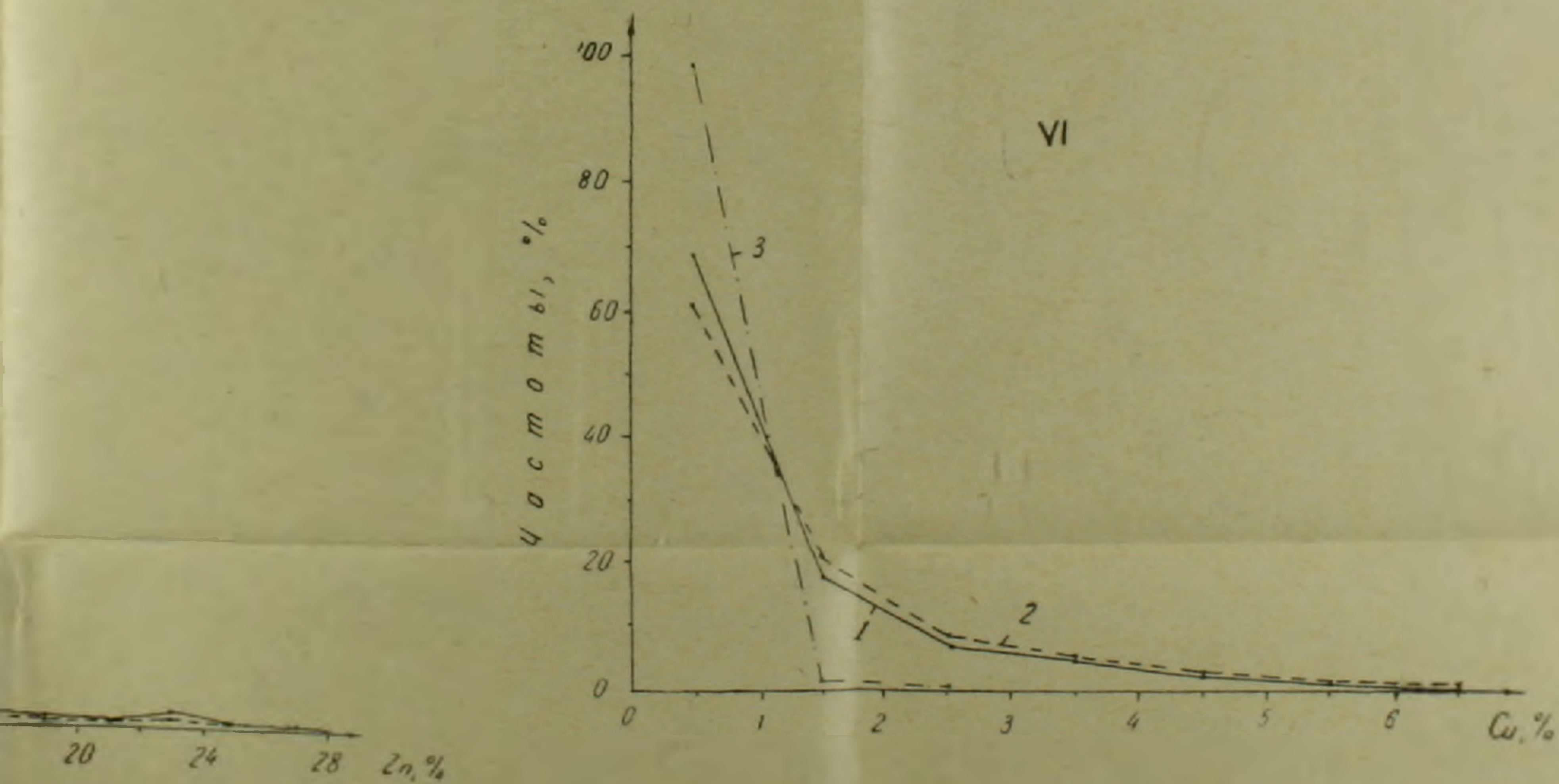
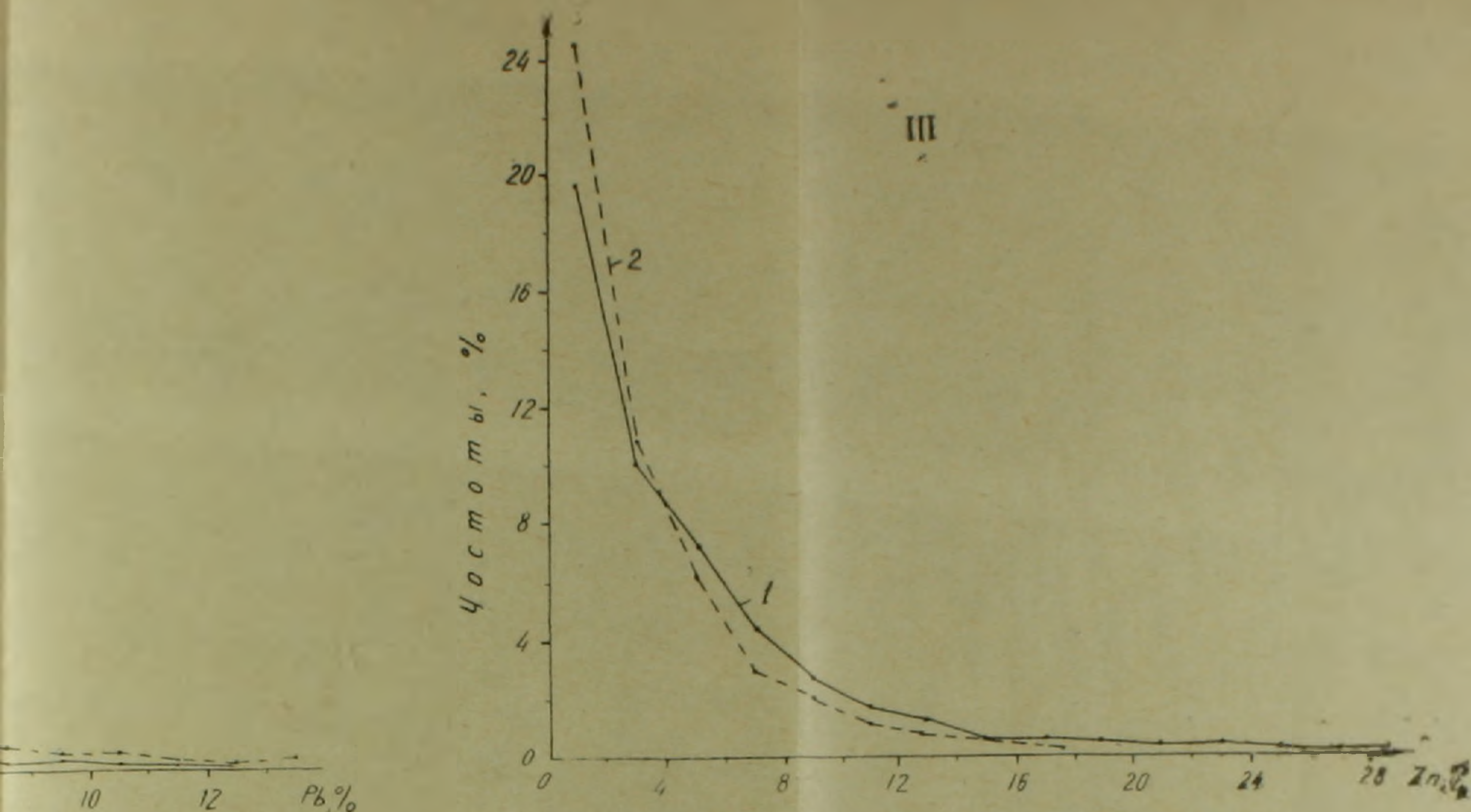
произведена при помощи критерий Фишера и Стьюдента*. Результаты приведены в таблице 6. Как видно вычисленные значения F и t не

* Критерии F и t применяются при нормальном распределении, однако, их можно применять и в том случае, когда неизвестно, подчиняются ли наблюдения нормальному закону или нет, в этом случае, как указывает Ван дер Варден [2], ошибка будет небольшой, поскольку число наблюдений в нашем случае достаточно велико.



Фиг. 1. I Гистограммы распределения логарифмов содержаний элементов в рудах Ах-
тальского месторождения. II Гистограммы распределения содержаний свинца в рудах
месторождений: 1—Ахтала, 2—Газма. III Гистограммы распределения содержаний цин-

ка в рудах месторождений: 1—Ахтала, 2—Газма. IV Ги-
стограммы распределения содержаний свинца в рудных телах Ахтальского месторожд-
за № 11, 3—оруденение шт. 28. V Гистограммы распре-



стограммы распределения со-
ений: 1—линза № 10, 2—лин-
деления содержания цинка в

рудных телах Ахтальского месторождения: 1—линза № 10, 2—линза № 11, 3—оруде-
ние шт. 28. VI Гистограммы распределения содержания меди в рудных телах Ахтал-
ского месторождения: 1—линза № 10, 2—линза № 11, 3—оруденение шт. 28

Таблица 6

Элементы	Линза № 10			Линза № 11			Вычислен- ное значе- ние F $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ $s_1^2 > s_2^2$	Вычислен- ное значе- ние t $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}}$
	число проб (N)	эмпири- ческое среднее, ‰ ($\bar{x}$)	эмпири- ческая диспер- сия (s^2)	число проб (N)	эмпири- ческое среднее, ‰ ($\bar{x}$)	эмпири- ческая диспер- сия (s^2)		
Pb	736	1,89	6,23	439	1,97	8,42	1,35	1,50
Zn	716	6,00	54,00	558	4,97	30,0	1,46	3,0
Cu	742	0,97	1,40	568	1,17	2,0	1,43	2,70

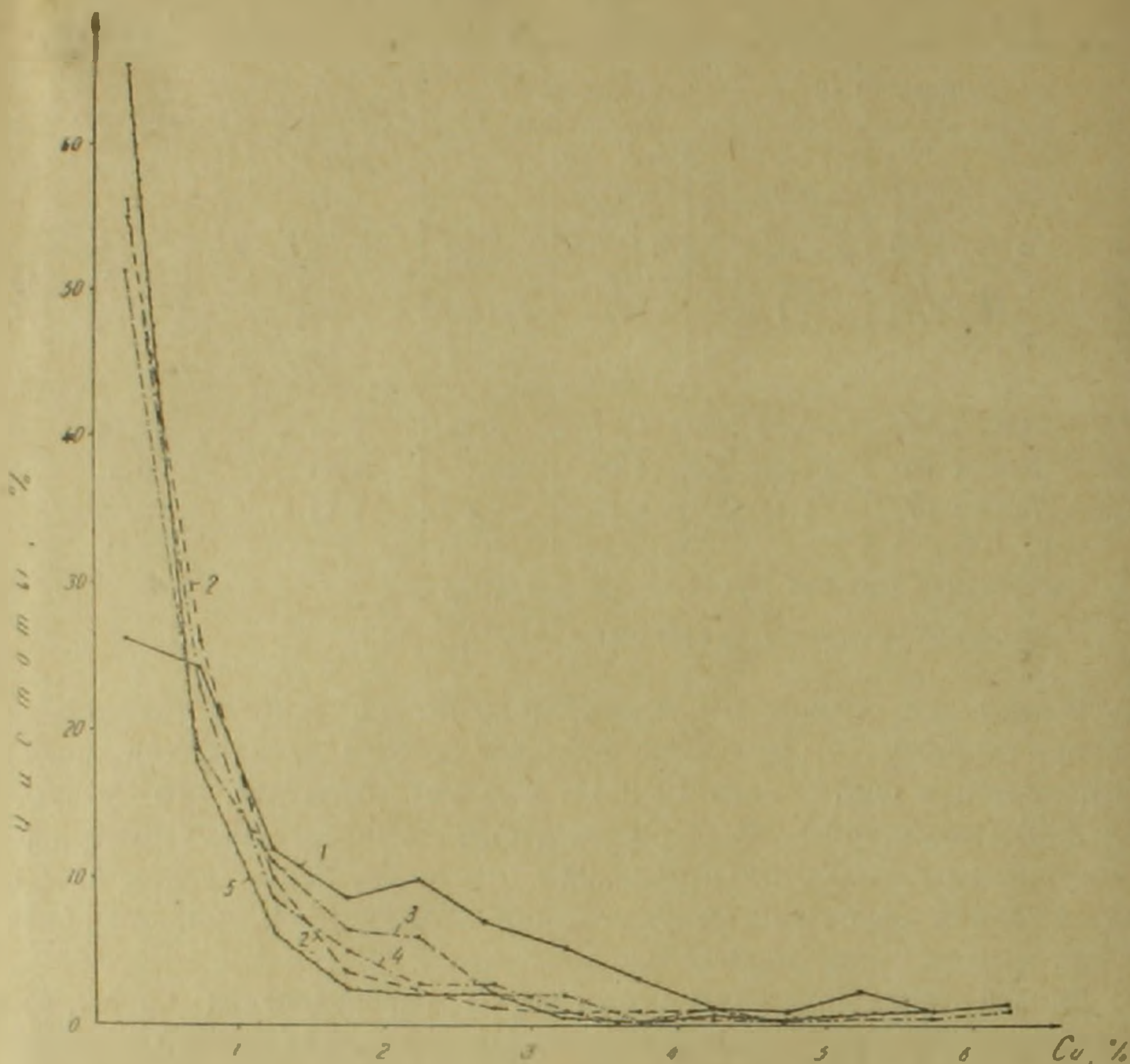
Допустимое значение $F_q = 1,53$ при $q = 0,1\%$.

Допустимое значение $t_q = 3,30$ при $q = 0,1\%$.

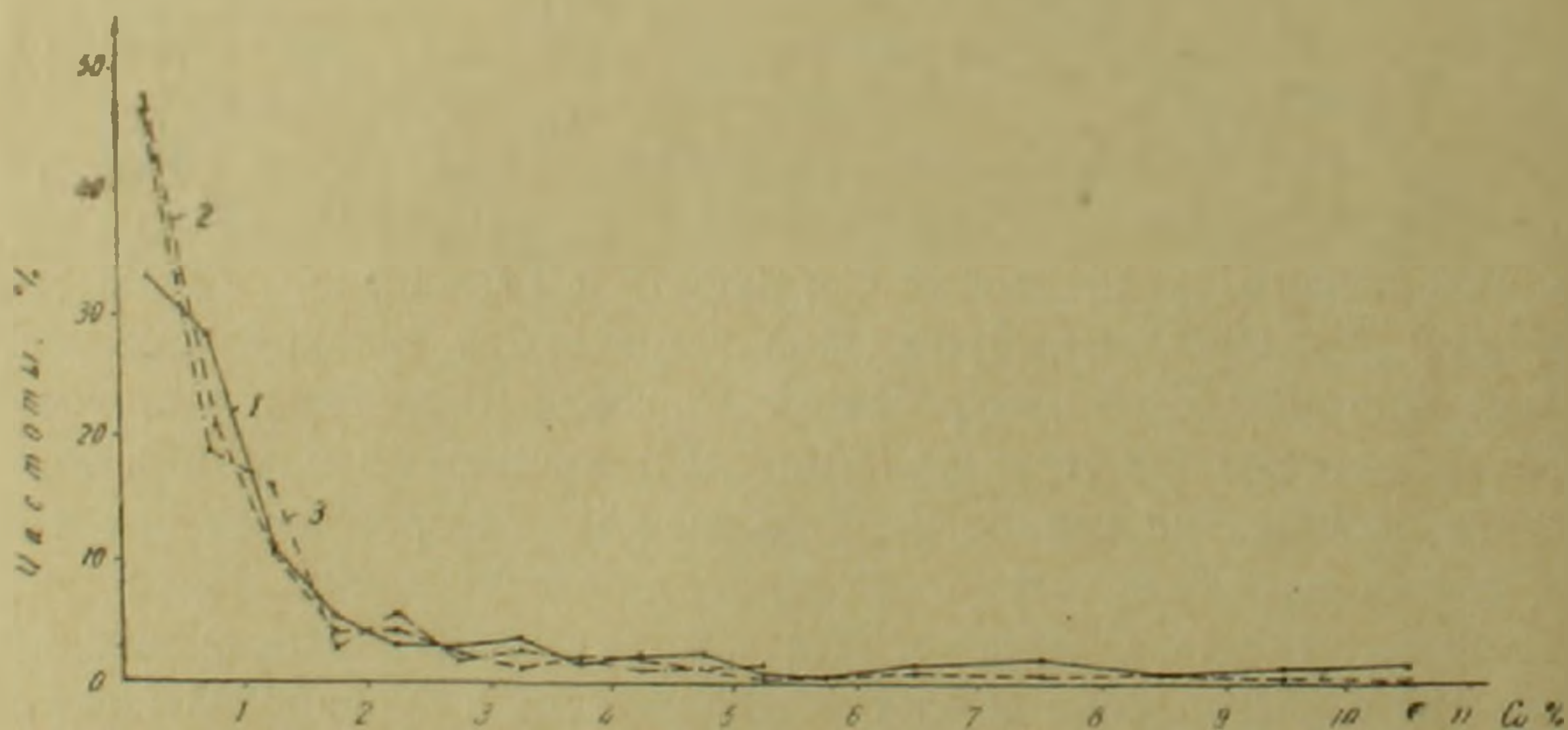
превышают допустимого и следовательно можно считать подтвердив-
шимся гипотезу о равенстве функций распределения содержаний
компонентов в линзах №№ 10 и 11. Следует отметить, что указан-
ные линзы идентичны также по вещественному составу, структурно-
текстурным особенностям и условиям залегания. Все в совокупности
подтверждают ранее существующее представление о том, что одна
из них является сброшенной частью второй.

Близки также друг другу гистограммы распределения частот, со-
ставленные для разных горизонтов прожилково-вкрапленного орудене-
ния меди Кафанского месторождения (оруденения рудников №№ 6 и
7—10, фиг. 2, 3). Это обстоятельство дает возможность применять функ-
ции распределения для определения содержаний компонента на других
участках указанных рудных тел.

Полученные данные позволяют также произвести сопоставление со-
держаний компонентов различных месторождений и формаций руд. Так,
например, по приведенным табличным данным и графикам (фиг. I—II,
III) нетрудно заметить, что одинаковые содержания компонентов в ру-
дах Ахтальского (колчеданная формация) и Газминского (полиметал-
лическая формация) месторождений встречаются неодинаково часто.
Первое месторождение приурочено к Алаверди-Кафанской, а второе—к
Памбак-Зангезурской структурно-металлогеническим зонам. Как видно,
высокие содержания свинца на Газминском месторождении более ча-
сты, чем на Ахтальском, в то время как для цинка наблюдается обрат-
ная закономерность. Следует отметить, что эта особенность проявляется
также при сопоставлении других месторождений и рудопроявлений этих
двух зон. Наблюдается при этом резкое изменение в соотношениях со-
держаний компонентов при переходе из первой зоны ко второй. Из при-
веденных в таблице 7 данных следует, что отношение $Zn:Pb$ в поли-
металлических рудах Алаверди-Кафанской зоны от нескольких до де-



Фиг. 2. Гистограммы распределения содержаний меди различных горизонтов прожилково-вкрапленного оруденения рудника № 6 Кафанского месторождения: 1 — гор. 987 (510), 2—960 (759), 3—924 (512), 4 — 893 (462) 5—862 (494).



Фиг. 3. Гистограммы распределения содержаний меди в зоне прожилково-вкрапленного оруденения рудника № 7—10 Кафанского месторождения: 1 — гор. 1140 (644), 2 — 1095 (468), 3—964 (207).

Примечание: Цифры в скобках указывают число проб.

Таблица 7

Рудный пояс	Месторождения и рудопроявления	Zn:Pb	Pb:Cu
Алаверди- Кафанский	Ахталское	2,96	1,75
	Шамлугское	5,0	1,0
	Алавердское	5,4	2,4
	Шаумянское	12,6	0,27
	Халаджское	4,84	—
	Чинар-дарасинское	4,5	0,2
Памбак- Зангезурский	Газминское	1,08	25,6
	Гюмушханское	1,7	—
	Гегарчинское	1,3	1,55
	Азатекское	0,18	>27,0
	Чирахлинское	0,96	50,0
	Аринджское	0,12	48,0
	Енгиджинское	2,42	>15,0
	Мазринское	0,93	23,0

сятки раз больше по сравнению с аналогичными рудами Памбак-Зангезурской зоны, в то время как противоположные к этому тенденции наблюдаются при сопоставлении отношений $Pb:Cu$. Таким образом при переходе от первой зоны ко второй в рудах относительно возрастает роль свинца, но падает роль меди и цинка. С минералогической точки зрения это также означает преобладание сфалерита над галенитом в месторождениях Алаверди-Кафанской зоны, в то время как в месторождениях Памбак-Зангезурской зоны эти два минерала встречаются приблизительно в равных количествах. Халькопирит, который в полиметаллических рудах первой зоны играет существенную роль, во второй зоне приобретает резко подчиненное значение. В указанном обстоятельстве проявляется металлогеническая специализация источников и единство оруденения в каждой из указанных зон.

В ы в о д ы

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Распределение частот содержаний полезных компонентов в теле полезного ископаемого близко к логнормальному закону; наблюдаются иногда значительные отклонения от этого закона; для распределения частот содержаний компонентов лучшей моделью является показательная функция распределения

$$F(x) = \frac{1}{a} \int_0^x e^{-\frac{x}{a}} dx, \quad 0 \leq x < \infty,$$

где a — математическое ожидание.

Указанная функция распределения установлена при средних содержаниях элементов до 5—6%; возможен переход к нормальному закону при более высоких содержаниях.

2. Характер распределения частот содержаний элементов на различных участках одного рудного тела довольно сходный; близкие распределения наблюдаются также в генетически тесно взаимосвязанных рудных телах. Это обстоятельство разрешает широко применить полученные функции распределения для теоретического вычисления частот содержаний и средних содержаний для новых участков рудных тел.

3. Сопоставление гистограмм распределения содержаний и соотношений компонентов позволяет выявить ряд специфических особенностей для различных объектов исследования.

Институт геологических наук
АН Армянской ССР

Поступила 6.X.1965.

Վ. Ն. ՊԱՐՈՆԻԿՅԱՆ

ՄԵՏԱՂՆԵՐԻ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՃԱԽԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ԲՆՈՒՅԹԸ ՀԱՆՔԱՅԻՆ ՄԱՐՄՆՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հոդվածում բերված են հեղինակի ուսումնասիրությունների արդյունքները Հայկական ՍՍՌ-ի մի շարք հանքավայրերում էլեմենտների պարունակությունների բաշխման բնույթի վերաբերյալ: Եղած փաստական նյութի ստատիստիկական մշակումը հիմք է տալիս եզրակացնելու, որ հանքանյութերում էլեմենտների պարունակությունների բաշխումը ենթարկվում է հետևյալ ցուցչային բաշխման ֆունկցիային՝

$$F(x) = \frac{1}{a} \int_0^x e^{-\frac{x}{a}} dx, \quad 0 \leq x < \infty$$

որտեղ a մաթեմատիկական սպասումն է: Բացի դրանից, ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ հանքային մարմնի տարբեր տեղամասերում և հորիզոններում էլեմենտների պարունակությունների հաճախականությունները բավականի մոտիկ են: Մոտիկ են նաև այդ հաճախականությունները գենետիկորեն միմյանց հետ սերտ կապված տարբեր հանքային մարմիններում, որը հնարավորություն է տալիս կիրառելու ստացված բաշխման ֆունկցիաները՝ նոր տեղամասերում և հանքամարմիններում մետաղների պարունակությունները որոշելու համար: Հոդվածում բերված են նաև տարբեր ստրուկտուրային և մետալոգենիական զոնաներում էլեմենտների պարունակությունների և նրանց հարաբերակցությունների բաշխման մի շարք օրինաչափություններ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амбарцумян Г. А. Краткий курс теории вероятностей (на армянск. языке). Армучпедгиз, 1961.
2. Ван дер Варден Б. Л. Математическая статистика. Изд. ИЛ, 1961.
3. Демидович Б. Л., Марон И. А., Шувалова Э. З. Численные методы анализа. Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1963.

4. Разумовский Н. К. Характер распределения содержаний металлов в рудных месторождениях. ДАН СССР, т. XXVIII, № 9, 1940.
5. Родионов Д. А. Функции распределения содержаний элементов и минералов в изверженных горных породах. Изд. «Наука», 1964.
6. Четвериков Л. И. Закон распределения частот содержаний минерального компонента в теле полезного ископаемого. Советск. геология, № 7, 1964.
7. Ahrens L. H. The lognormal distribution of elements. *Geoch., Cosmoch. Acta*, vol. 5, № 2, vol. 6, № 2—3, 1954.
8. Aubrey K. V. Frequency distribution of elements in igneous rocks. *Geoch., Cosmoch. Acta*, vol. 9, № 1—2, 1956.