ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Երկրաբ. և աշխարհագր. գիտ. XIV, № 4, 1961 Геологич. и географич. науки

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

А. Т. АСЛАНЯН

ВОЗРАСТ ОХЛАЖДАЮЩЕЙСЯ ЗЕМЛИ

В классической геофизике считалось, что вследствие теплового излучения объем Земли уменьшается и что уменьшение объема (контракция) начинается с того момента, когда гидростатическое давление

$$P_h = \frac{gM}{4\pi R^2} = \frac{1}{3}\bar{\rho}gR$$

начинает превалировать над противоположно направленным газовым давлением

$$P_g = A\bar{T}.$$

Принимая массу земли $M = 5.98 \times 10^{27}$ *г*, ускорение силы тяжести на поверхности $g = 980$ *см/сек*^{2}, среднюю плотность $\bar{\rho} = 5{,}52$ *г/см*^{3}, радиус $R = 6{,}37 \times 10^8$ *см* и число Авогадро $A = 8{,}314 \times 40^7$ *эрг/град. моль*, приходим к выводу, что в начале процесса тепловой контракции при $P_h = P_g$ средняя температура Земли $\bar{T} \leqslant 13830°$ *К*, т. е. если восстановить всю потерянную Землей тепловую энергию, то средняя температура ее при постоянном R достигнет около 14000° *К*.

Теплопроводность однородно нагретого шарообразного тела, обладающего центральной симметрией, описывается хорошо известным волновым уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 3a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = a_0^2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}, \qquad (1)$$

где T — температура в момент времени t на расстоянии r от центра шара, a^2 — линейный коэффициент тепловой диффузии (температуропроводности), $a_0^2 = 3a^2$ — объемный коэффициент тепловой диффузии.

Остывание первоначально жидкой или газообразной Земли и образование в ее составе твердой внешней оболочки толщиной $R - r_n = l_n$ за время существования Земли $t_e = t_n - t_0$ согласно уравнению (1) представляет собой колебание температуры в пределах от начального среднего значения $\bar{T} = \bar{\rho}gR/3A = 13830°K$ до современной ее величины T_n на глубине $R - r_n = l_n$, где вещество вследствие охлаждения переходит из флюидного (жидкого или газообразного) состояния в твердое состояние.

Фундаментальным решением уравнения (1) является функция влияния точечного источника

$$F = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4a_0^2(t_n - t_0)}} \cdot e^{-\frac{(R - r_n)^2}{4a_0^2(t_n - t_0)}} \tag{2}$$

или функция

$$F = \frac{1}{2T_n} \cdot \frac{dT}{dl}, \tag{3}$$

дающие распределение температуры на разных глубинах в зависимости от продолжительности процесса остывания [5].

В начальный момент $t_0=0$ шар находится полностью в расплавленном состоянии, характеризуемом условием $R - r_n = 0$. Для этого момента выражение (2) дает

$$F = \frac{1}{\sqrt{4\pi a_0^2 t_n}} \tag{4}$$

а выражение (3) приводит к адиабатическому градиенту температуры в поверхностном расплавленном слое

$$\frac{dT}{dl_0} = \frac{2T_0}{\sqrt{4\pi a_0^2 t_n}}, \tag{5}$$

где T_0 — температура кристаллизации магмы в условиях верхних слоев земной коры.

Согласно релаксационной теории [6] в выражении (2) время $t_n - t_0 = t_e$ является естественной единицей времени, определяемой из условия

$$e^{-\frac{(R - r_n)^2}{4a_0^2(t_n - t_0)}} = e^{-1}, \tag{6}$$

и, следовательно, равняется

$$t_e = \frac{(R - r_n)^2}{4a_0^2} = \frac{(R - r_n)^2}{12a^2}. \tag{7}$$

Для нашей задачи основной интерес представляет формула (7), определяющая возраст Земли. В ней величина $R = 6{,}37 \times 10^8$ *см* известна из обычных геодезических измерений, а глубина $R - r_n$, где твердая оболочка контактирует с жидким ядром, определяется из сейсмических наблюдений и равняется $2{,}9 \times 10^8$ *см*. Что касается величины a^2, то она определяется путем сопоставления известных соотношений:

$$a^2 = \frac{\chi}{\rho C_p} = \frac{\chi}{\alpha P_h},$$

$$\frac{dT}{dR} = \frac{\alpha g T_m}{C_p} = \frac{3T_m}{R},$$

$$\chi = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{k^2}{e^2} \cdot \lambda T_m,$$

$$\lambda = \frac{\pi \tau_p}{4R^2},$$

$$\alpha = \frac{A}{E}, \quad C_p = \frac{1}{3} \alpha g R,$$

$$E = 2\,(1+\nu)\,\mu = 2\,(1+\nu) \cdot \frac{3}{5} \rho g R,$$

где: χ — коэффициент внутренней теплопроводности Земли;
C_p — удельная теплоемкость при постоянном гидростатическом давлении;
α — объемный коэффициент теплового расширения;
λ — коэффициент электропроводности;
T_m — современная средняя температура;
k — постоянная Больцмана;
e — заряд элекгрона;
A — число Авогадро;
τ_p — полупериод прецессии оси Земли;
E — длительный модуль упругости;
μ — длительный модуль сдвига;
ν — коэффициент Пуассона [3, 4, 6, 7].

Принимая $R = 6{,}37 \times 10^8$ *см*, $\rho = 5{,}52$ *г/см*^{3}, $A = 8{,}414 \times 10^7$ эрг/град. моль, $\tau_p = 4{,}34 \times 10^{11}$ *сек*, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-16}$ эрг/град, $e = 1{,}6 \times 10^{-20}$ эл. маг. ед., $\nu = 0{,}25$, $\mu = 2{,}13 \times 10^{12}$ дин/*см*^{2}, $T_m = 3600\,°K$, $P_h = 1{,}15 \times 10^{12}$ дин/*см*^{2} получим: $\chi = 6{,}72 \times 10^5$ эрг/*см сек* град., $\lambda = 9{,}18 \times 10^{-7}$ эл. маг. ед. (*сек*/*см*^{2}), $\alpha = 1{,}5 \times 10^{-5}$ град$^{-1}$, $C_p = 3{,}13 \times 10^6$ эрг/*г* град и соответственно $a^2 = 4{,}66 \times 10^{-2}$ *см*^{2}/*сек*, что по данным экспериментальных определений имеет тот же порядок, что и температуропроводность высокомагнезиальных пород [2].

Таким образом, подставляя в формулу (7) $R - r_n = l_n = 2.9 \times 10^8$ *см* и $a^2 = 4{,}66 \times 10^{-2}$ *см*^{2}/*сек*, получаем возраст Земли

$$t_e = 1{,}51 \times 10^{17} \text{ сек} = 4{,}77 \times 10^9 \text{ лет.}$$

Решение уравнения (1) нередко представляют также в виде

$$T = T_0 \cdot \Phi(l) = T_0 \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^{\frac{l_n}{\sqrt{4a_0^2 (t_n - t_0)}}} e^{-\alpha^2}\, d\alpha \tag{8}$$

где T_0 — начальная температура Земли, а

$$\alpha^2 = \frac{R - l_n}{4a_0^2 (t_n - t_0)}.$$

Согласно условиям (6), (7), верхний предел интеграла вероятностей $\Phi(l)$ равняется единице, а значение самого интеграла при этом пределе равняется 0,8427 [5]. Следовательно при этих условиях

$$T = 0{,}8427\ T_0,$$

В частности, если в начальный момент $t_0 = 0$, температура в центре Земли равнялась средней ее температуре $T_0 = \overline{T} = 13830°K$, то по истечении времени $t_e = t_n - t_0$, она должна была уменьшиться до значения $T = T_c = 11620°K$. Согласно пропорции

$$\frac{T_m}{\rho_m} = \frac{T_n}{\rho_n},$$

если положить среднюю плотность Земли $\rho_m = 5{,}52$ $г/см^3$, центральную плотность $\rho_n = \rho_c = 17{,}9$ $г/см^3$ и центральную температуру $T_n = T_c = 11620°K$, получим современную среднюю температуру Земли $T_m = 3600°K$.

Возраст Земли, определенный из функции распределения (2), может быть получен также из второго закона Фурье в следующей постановке задачи.

Предположим, что оболочка Земли является однородным полупространством и в момент времени $t = 0$, когда поверхностный слой $R - r = 0$ начинает кристаллизоваться (затвердевать), источники холода равномерно распределены на поверхности оболочки, а теплопроводность последней характеризуется уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial l^2}.$$

Ставится задача: если твердая оболочка Земли образовалась путем постепенного остывания первоначально расплавленных масс за время существования Земли $t_e = t_n - t_0$, т. е. если фронт холода или фронт кристаллизации в течение времени $t_e = t_n - t_0$ мигрировал от поверхности до основания оболочки, то какова должна быть мощность оболочки $R - r_n = l_n$ или глубина миграции фронта кристаллизации? Аналогично можно ставить обратную задачу: если источники тепла равномерно распределены на поверхности жидкого ядра Земли, то на какое расстояние продвинется за время $t_e = t_n - t_0$ фронт восходящей тепловой волны в виде фронта плавления?

По теории теплопроводности Фурье в данной задаче, именуемой задачей без начальных условий, распределение температуры в зависимости от глубины $R - r_n = l_n$, времени t, времени колебания температуры τ и амплитуды колебания температуры A, выражается уравнением:

$$T(l, t) = Ae^{\pm\sqrt{\frac{2\pi}{\tau}\cdot\frac{l^2}{2a^2}} \pm i\left(\sqrt{\frac{2\pi}{\tau}\frac{l^2}{2a^2}} + \frac{2\pi t}{\tau}\right)}, \tag{9}$$

удовлетворяющим периодическому краевому режиму колебания

$T(0, t) = Ae^{-2\pi l t/\tau}$ [5]. Очевидно, мнимая часть в степени экспоненциального множителя в уравнении (9) обращается в нуль, когда

$$\frac{t^2}{\tau} = \frac{l}{4\pi a^2} = \frac{(R-r)^2}{4\pi a^2}. \tag{10}$$

Отсюда в соответствии с условиями рассматриваемой задачи, полагая $t = \tau = t_e$, получим

$$t_e = \frac{(R-r)^2}{4\pi a^2}. \tag{11}$$

Формула (10) отражает второй закон Фурье, согласно которому время t_e равняется времени запаздывания максимумов или минимумов температуры на глубине $l = l_n$ от соответствующих моментов на поверхности $l = 0$, причем в нашей задаче минимумам температуры на поверхности и у основания оболочки соответствует температура кристаллизации вещества, а максимумам — температура плавления на соответствующих глубинах.

Формула (11) при $R-r = 2{,}9 \times 10^8$ *см* и $a^2 = 4{,}66 \times 10^{-2}$ *см²/сек* дает $t_e = 1{,}44 \times 10^{17}$ *сек* $= 4{,}56 \times 10^9$ лет.

Укажем, что работа деформации (изменения объема) остывающей Земли

$U = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \frac{1}{2} \alpha T_m P_h = \frac{1}{6} MgR\alpha T_m = 3{,}42 \times 10^{37}$ эрг, отнесенная ко времени $t_e = 4{,}77 \times 10^9$ лет, составляет $q = 7{,}17 \times 10^{27}$ эрг/год (по данным полевых измерений $q = 7{,}5 \times 10^{27}$ эрг/*сек* с точностью $\pm 50\%$).

Следует отметить, что при определении возраста Земли по формуле (5), взамен адиабатического градиента dT/dl_c нередко ошибочно принимают в расчет обычный геотермический градиент 3×10^{-4} град/*см*, что при $a^2 = 6 \times 10^{-3}$ *см²/сек* (температуропроводность почво-грунтов) и $T_0 = 1200°C$ (температура жидких лав) дает $t_e = 1{,}6 \times 10^5$ лет, в то время как по радиоактивным методам возраст земной коры не меньше $3{,}85 \times 10^9$ лет. На эту неточность ранее указывал Бенфильд [7], по данным которого даже в случае первично холодной Земли, лишенной радиоактивных элементов, гравитационное сжатие должно привести к установлению адиабатического градиента.

По сводке Аренса [1], максимальный возраст Земли и химических элементов оценивается в $5 \times 10^9 - 5{,}5 \times 10^9$ лет, возраст метеоритов, определенный радиоактивными методами, $4{,}5 \times 10^9 - 5 \times 10^9$ лет, возраст Солнца, определенный астрономическими данными, — порядка 5×10^9 лет. Приведенные выше формулы (7) и (11), как уже указывалось, при $T_m = 3600°K$, дают для геологического возраста Земли величину от $4{,}56 \times 10^9$ до $4{,}77 \times 10^9$ лет.

Управление геологии и охраны недр
при Совете Министров Армянской ССР

Поступила 3.V.1961.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аренс Л. Х.* Древнейшие обнаженные породы Земли. Сб. статей „Земная кора". Изд. иностр. лит., М., 1957.
2. *Берч Ф., Шерер Дж., Спайсер Г.* Справочник для геологов по физическим константам. Изд. иностр. лит., М., 1949.
3. *Гейтвуд Б. Е.* Температурные напряжения. Изд. иностр. лит., М., 1959.
4. *Лейбензон Л. С.* Курс теории упругости М., 1942.
5. *Тихонов А. Н* и *Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М.—Л., 1951.
6. *Френкель Я. И.* Введение в теорию металлов. М., 1958.
7. *Benfield A. E.* The temperature of an accreting Earth. Trans. Am. Geophys. Union, 31, 53, 1950.