

О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ БЕСКОНЕЧНОГО СКЛОНА С КРИВОЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЕЙ В ПОЛЕ ГРАВИТАЦИИ И ФИЛЬТРАЦИИ

Доцент, канд. техн. наук З. Г. ТЕР-МАРТИРОСЯН¹
и инженер-физик Д. М. АХПАТЕЛЯН²

Реферат. При решении плоской задачи теории упругости для полубесконечной области с криволинейной границей под действием массовых сил (гравитации и фильтрации) использован метод комплексной переменной Колосова-Мусхелишвили с отображением на нижнюю полуплоскость. Полученное замкнутое решение дает возможность определить все компоненты напряженного состояния склона с выемкой (каньон) или с насыпью (плотина).

Медленные движения горных пород на склонах, вызванные длительным воздействием гравитационных и фильтрационных сил характерны для многих горных стран, в том числе и для Армении. В зависимости от инженерно-геологических, гидрогеологических и геоморфологических условий склона, а также реологических свойств горных пород эти движения могут иметь различный характер. В большинстве случаев интенсивность напряжений, действующих на склонах, не бывает достаточной для того, чтобы вызвать катастрофические кратковременные смещения (оползни), но достаточна для того, чтобы вызвать длительные деформации ползучести горных пород, слагающих склон (Тер-Степанян, 1961)¹. При этом возможно возникновение локальных зон предельного равновесия, которые могут быть легко выделены по известному напряженному состоянию склона методами механики грунтов (Цытович, 1963; Флорин, 1959).

При ухудшении инженерно-геологических и гидрогеологических условий склона, зоны предельного равновесия на склоне могут расширяться, скорость смещения при этом увеличивается и процесс может переходить в катастрофическую фазу. Таким образом, для оценки длительной устойчивости склонов и откосов необходимо прежде всего оценить их напряженное состояние под действием внешних и внутренних сил, действующих на горные породы, слагающих склоны. К сожалению, до настоящего времени не имеется строгих теоретических решений задач для определения напряженного состояния склонов и откосов. В большинстве случаев прибегают к упрощенным расчетным схемам,

¹ Доцент, старший научный сотрудник Московского инженерно-строительного института.

² Старший инженер Всесоюзного научно-исследовательского института гидрогеологии и инженерной геологии (ВСЕГИНГЕО), Москва.

либо к физическому моделированию. Известно лишь несколько задач, в которых рассматривается напряженное состояние бесконечного склона (Тейлор, 1960; Тер-Степанян, 1961), бесконечного клина и трапеции (Галеркин, 1952), и бесконечного горного массива с параболической границей (Тер-Мартиросян и Ахпателов, 1969).

В настоящей работе впервые сделана попытка постановки и решения задачи для определения напряженного состояния бесконечного склона с криволинейной границей под воздействием сил гравитации (объемных сил) в рамках плоской задачи теории упругости, в предположении, что склон представляет собой квазиупругую и квазиоднородную пористую среду, заполненную водой. Для решения этой задачи использован известный в теории упругости метод комплексной переменной Колосова-Мусхелишвили с отображением полубесконечной области с криволинейной границей на нижнюю полуплоскость и используя свойства интегралов типа Коши.

Следует отметить, что отображающая функция подобрана таким образом, что она дает возможность описать криволинейную границу бесконечной области с вогнутой или выпуклой кривой, которые соответствуют профилям бесконечного склона с выемкой или с насыпью и имеет асимптоту в виде наклонной прямой. В частном случае, при горизонтальной поверхности бесконечного склона будем иметь решение для полуплоскости с выемкой (каньон) или с насыпью (плотина).

Постановка и решение задачи. Пусть бесконечный склон с криволинейной границей (рис. 1) находится в однородном поле гравитации и фильтрации. Определим все компоненты напряженного состояния в любой точке в зависимости от его геометрических параметров и физических характеристик пород.

Решение поставленной задачи должно удовлетворять уравнениям равновесия:

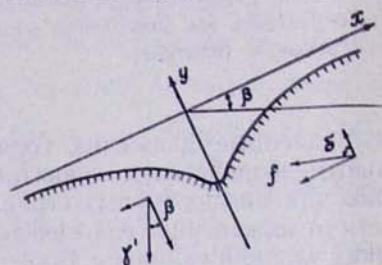


Рис. 1. Расчетная схема.

ԲՆ. 1. Հաշվարկային սխեմա.
Fig. 1. Design scheme.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x^0}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^0}{\partial y} &= X \\ \frac{\partial \tau_{xy}^0}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^0}{\partial y} &= Y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где σ_x^0 , σ_y^0 , τ_{xy}^0 — компоненты напряжений, X , Y — компоненты объемных сил.

Если обозначить угол между поверхностью склона и горизонтом через β , а угол между направлением фильтрационного потока и нормально к склону через δ , то объемные силы выразятся следующими зависимостями:

$$\left. \begin{aligned} X &= \gamma' \sin \beta + \gamma_w i \sin \delta \\ Y &= \gamma' \cos \beta - \gamma_w i \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где γ' — объемный вес горных пород взвешенных в воде, γ_w — объемный вес воды, i — гидравлический градиент, определяемый в соответствии с наклоном склона по формуле Соболевского (1969):

$$i = |\operatorname{grad} H| = \frac{\sin \beta}{\sin \delta} \quad (3)$$

Чтобы освободиться от правой части уравнения (1), необходимо произвести следующую подстановку (Мусхелишвили, 1968)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^0 &= \sigma_x + \sigma_x' \\ \sigma_y^0 &= \sigma_y + \sigma_y' \\ \tau_{xy}^0 &= \tau_{xy} + \tau_{xy}' \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где σ_x' , σ_y' , τ_{xy}' — некоторые частные решения уравнения (1), характеризующие в нашем случае напряженное состояние весомого бесконечного склона без выемки и при отсутствии фильтрационного потока; σ_x , σ_y , τ_{xy} — дополнительные напряжения, обусловленные наличием выемки и фильтрационного потока,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x' &= K(\gamma' \cos \beta - \gamma_w \frac{\sin \beta}{\operatorname{tg} \delta}) y \\ \sigma_y' &= (\gamma' \cos \beta - \gamma_w \frac{\sin \beta}{\operatorname{tg} \delta}) y \\ \tau_{xy}' &= (\gamma' \sin \beta + \gamma_w \sin \beta) y \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где K — коэффициент бокового давления грунта.

Дополнительные напряжения σ_x , σ_y , τ_{xy} теперь будут удовлетворять однородным уравнениям (1). При этом граничные условия должны быть определены по формулам:

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{y}{2} [-(K_x + K_y) + (K_x - K_y) \cos 2z + 2K_{xy} \sin 2z] \\ T &= \frac{y}{2} [(K_x - K_y) \sin 2z - 2K_{xy} \cos 2z] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} K_x &= K \cdot K_y \\ K_y &= \gamma' \cos \beta - \gamma_w \frac{\sin \beta}{\operatorname{tg} \delta} \\ K_{xy} &= \gamma' \sin \beta - \gamma_w \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Бесконечный склон с криволинейной границей (полубесконечная область S) в комплексной плоскости Z описывается уравнением:

$$\left. \begin{aligned} x &= c\xi \left[1 + \frac{b}{\xi^2 + (\eta - 1)^2} \right] \\ y &= c \left[\eta - \frac{b(\eta - 1)}{\xi^2 + (\eta - 1)^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где c — коэффициент пропорциональности, b — постоянная величина, ξ , η — действительные переменные.

При $-1 < b < 0$ область представляет собой полуплоскость с вырезом. Глубина выреза h равна cb , а радиус кривизны в основании дается формулой:

$$\rho = \frac{c(1+b)^2}{2b} \quad (9)$$

В случае $b=0$ имеем полуплоскость, а при $b>0$ — полуплоскость с выпуклостью. Отношение глубины выреза к его радиусу кривизны определяется выражением вида:

$$\lambda = \frac{2b^2}{(1+b)^2} \quad (10)$$

Формула (8) вытекает из соотношения

$$z = w(\zeta) = c \left[\zeta + \frac{b}{\zeta - i} \right] \quad \left(\begin{matrix} z = x + iy \\ \zeta = \xi + i\eta, \quad \eta \geq 0 \end{matrix} \right) \quad (11)$$

осуществляющего отображение нижней полуплоскости на область S . Воспользовавшись формулой Эйлера, а также учитывая, что для граничных точек имеют место соотношения

$$e^{2i\alpha} = \frac{w'(t)}{\overline{w'(t)}}; \quad y = \frac{w(t) - \overline{w(t)}}{2i} \quad (12)$$

граничные условия запишутся в комплексной форме в виде:

$$N + iT = \frac{bc}{2} \left\{ (K_x - K_y - 2K_{xy}) \frac{[(t-i)^2 - b](t+i)}{(t-i)^3[(t+i)^2 - b]} - \right. \\ \left. - (K_x + K_y) \frac{1}{(t+i)(t-i)} \right\} \quad (13)$$

Используя общеизвестные граничные условия (Мусхелишвили, 1968)

$$N + iT = \Phi(t) + \overline{\Phi(t)} + \frac{1}{w'(t)} [\overline{w(t)} \cdot \Phi'(t) + w'(t) \Psi(t)] \quad (14)$$

и им сопряженные, а также свойства интегралов с ядрами Коши, находим выражения для комплексных потенциалов $\Phi(\zeta)$ и $\Psi(\zeta)$

$$\Psi(\zeta) = \frac{(\zeta - i)^2}{b - (\zeta + i)^2} \left\{ J_2 + \Phi(\zeta) - \frac{b}{(\zeta - i)^2} [\Phi(\zeta) - \Phi(-i)] + \right. \\ \left. \left[\zeta + \frac{b}{\zeta + i} \right] \cdot \Phi'(\zeta) \right\} \quad (15)$$

$$\Phi(\zeta) = \frac{1}{b - (\zeta - i)^2} [(\zeta - i)^2 J_1 - b - \Phi(-i)]; \\ \Phi(-i) = \frac{1}{2(b+2)} [b[J_1(-i) - J_1(-1) - 4J_1(-i)]] \quad (16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{2\pi i} \int \frac{(t-i)^2 - b}{(t-i)^2(t-\zeta)} (N - iT) dt \\ J_2 &= \frac{1}{2\pi i} \int \frac{(t+i)^2 - b}{(t+i)^2(t-\zeta)} (N + iT) dt \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Подставляя выражение (13) и ему сопряженное в (17) и интегрируя от $-\infty$ до $+\infty$, находим выражения для J_1 и J_2 :

$$J_1 = bcK_{xy} \frac{b+4}{8(i-\zeta)} - \frac{bc(b+4)K_y}{8i(i-\zeta)} - \frac{b^2c(K_x+K_y)}{8} \left[\frac{1}{(i-\zeta)^2} - \frac{2}{i(i-\zeta)^3} \right]; \quad (18)$$

$$J_2 = \frac{b^2c(K_x-K_y)}{8} \left[\frac{1}{(i-\zeta)^2} - \frac{2}{i(i-\zeta)^3} \right] - \frac{b^2cK_{xy}}{4} \left[\frac{1}{(1-\zeta)^2} - \frac{2}{(i-\zeta)^3} \right] - \frac{bc(b+4)K_y}{8i(i-\zeta)} - \frac{bc(b+4)}{8(i-\zeta)} \quad (19)$$

Дополнительные напряжения в криволинейных координатах определяются по известным (Мусхелишвили, 1968) формулам

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\xi + \sigma_\eta &= 2[\Phi(\zeta) + \overline{\Phi(\zeta)}] \\ \sigma_\eta - \sigma_\xi + 2i\tau_{\xi\eta} &= \frac{2}{w'(\zeta)} [\overline{w(\zeta)}\Phi'(\zeta) + w(\zeta)\overline{\Phi'(\zeta)}] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

и используя найденные соотношения (15), (16), (18) и (19). Далее выражим частные решения (5) также в криволинейных координатах по заданным зависимостям

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x + \sigma'_y &= \sigma'_\xi + \sigma'_\eta \\ (\sigma'_y - \sigma'_x) + 2i\tau'_{xy} e^{2i\alpha} &= \sigma'_\eta - \sigma'_\xi + 2i\tau'_{\xi\eta} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Наконец, для получения компонент напряжений в криволинейных координатах, следует сложить дополнительные и частные решения в виде:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\xi^0 &= \sigma_\xi + \sigma'_\xi \\ \sigma_\eta^0 &= \sigma_\eta + \sigma'_\eta \\ \tau_{\xi\eta}^0 &= \tau_{\xi\eta} + \tau'_{\xi\eta} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Таким образом, получены выражения в замкнутом виде для определения всех компонентов напряженного состояния бесконечного склона с криволинейной границей в поле гравитации и фильтрации. Для практического использования полученных решений целесообразно табулировать их и представить в виде графиков (изолиний напряжений), что легко осуществить на ЭВМ.

Для полученных решений составлена программа и рассчитан ряд примеров для бесконечного склона на ЭВМ марки М-20. На рис. 2, 3, 4 и 5 приведены графики в виде изолиний максимальных касательных напряжений с учетом и без учета фильтрационных сил. Анализ этих графиков показывает большую концентрацию касательных напряжений в основании склонов, что подтверждает гипотезу проф. Г. И. Тер-Степаняна о глубинной ползучести склонов и откосов. Наличие фильтрационных сил ухудшает условия устойчивости грунтового массива на склоне.

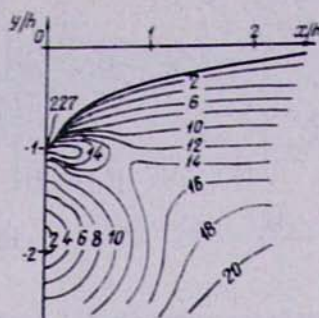


Рис. 2. Изолинии максимальных касательных напряжений в каньоне с параметрами $b = -0,9$; $K = 0,8$.

Նկ. 2. Մարսիմալ շոշափող լարումների իզոգծերը պարամետրի մեծությունը՝ $b = -0,9$, $K = 0,8$.

Fig. 2. Isolines of maximum tangential stresses in a canyon with the parameters $b = -0,9$ and $K = 0,8$.

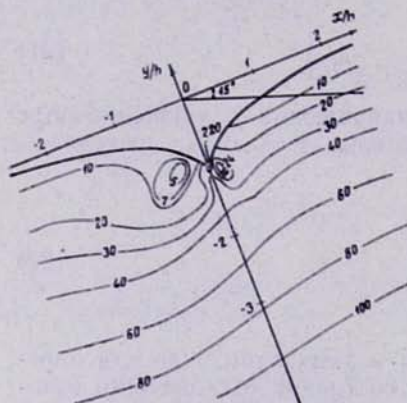


Рис. 4. Изолинии максимальных касательных напряжений в бесконечном склоне с вырезом в поле гравитации и фильтрации с параметрами $b = 0,9$; $K = 0,8$; $\beta = 15^\circ$; $\gamma_w/\gamma' = 0,8$.

Նկ. 4. Մարսիմալ շոշափող լարումների իզոգծերը հանույրով անվերջ լանջում ծանրության և ձմանցման դաշտում. պարամետրերի մեծությունը՝ $b = -0,9$; $K = 0,8$; $\beta = 15^\circ$; $\gamma_w/\gamma' = 0,8$.

Fig. 4. Isolines of maximum tangential stresses in an infinite slope with a cut with parameters $b = -0,9$; $K = 0,8$; $\beta = 15^\circ$ and $\gamma_w/\gamma' = 0,8$ subjected to a field of gravity and seepage.

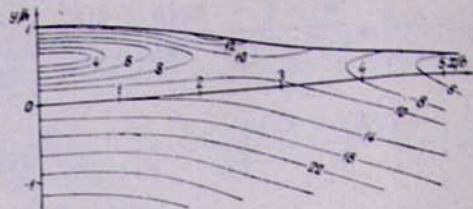


Рис. 3. Изолинии максимальных касательных напряжений в теле плотины с параметрами $b = 0,39$; $K = 0,8$.

Նկ. 3. Մարսիմալ շոշափող լարումների իզոգծերը պարամետրի մեծությունը՝ $b = 0,39$, $K = 0,8$.

Fig. 3. Isolines of maximum tangential stresses in the dam with parameters $b = 0,39$ and $K = 0,8$.

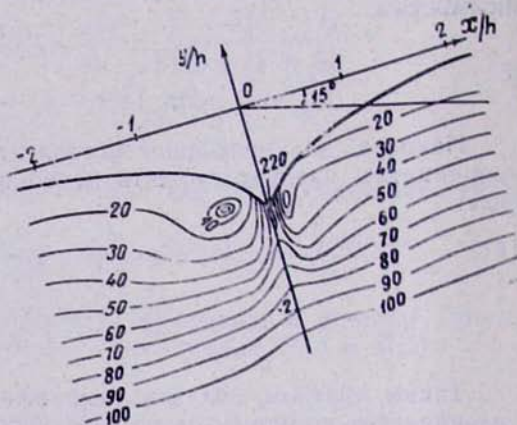


Рис. 5. Изолинии максимальных касательных напряжений в бесконечном склоне с вырезом в поле гравитации с параметрами $b = -0,9$; $K = 0,8$; $\beta = 15^\circ$.

Նկ. 5. Մարսիմալ շոշափող լարումների իզոգծերը հանույրով անվերջ լանջում ծանրության դաշտում. պարամետրերի մեծությունը՝ $b = -0,9$; $K = 0,8$; $\beta = 15^\circ$.

Fig. 5. Isolines of maximum tangential stresses in an infinite slope with a cut with parameters $b = -0,9$, $K = 0,8$ and $\beta = 15^\circ$ subjected to field of gravity.

ԾԱՆՐՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԾՄԱՆՑՄԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ԳՏՆՎՈՂ ԿՈՐԱԳԾԱՅԻՆ
ՍԱՀՄԱՆՈՎ ԱՆՎԵՐՋ ԼԱՆՋԻ ԼԱՐՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ՎԻՃԱԿԻ ՄԱՍԻՆ

Դոցենտ, տեխն. դիտ. քեկեաժու ԶԱՎԵՆ ՏԵՐ-ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ¹

և ինժեներ-ֆիզիկոս ԶԻՄ ԱԽՊԱՏԵՆՅԱՆ²

Ու ե Ֆ ե ա տ: Բերվում է առաձգականության տեսության հարթ խնդրի դրվածքը և լուծումը կորագծային սահմանով կիսաանվերջ տիրույթի համար ծավալային ուժերի ազդեցության տակ (ծանրության և ծծանցման): Դրված խնդրի լուծման համար օգտագործվել է Կոլոսով-Մուսխիշվիլի կոմպլեքս փոփոխականի մեթոդը, արտապատկերելով կորագծային սահմանով կիսաանվերջ տիրույթը ներքևի կիսահարթության վրա: Պարփակ ձևով ստացված լուծումը հնարավորություն է տալիս որոշելու անվերջ լանջի լարվածային վիճակի բոլոր բաղադրիչները հանույթի (ծոր) և լիցքի (պատվար) դեպքերում:

Հայտնի են միայն մի քանի խնդիրներ, որոնցում լեռնային ապարներից կազմված լանջերի լարվածային վիճակը դիտարկվում է ծանրության ուժի (Тейлор, 1960; Тер-Степанян, 1961), անվերջ սեպում և սեղանում (Галеркин, 1952) և պարարտային սահմանագծով անվերջ լեռնային դանգվածի (Тер-Мартirosyan и Ахпателов, 1969) ազդեցության տակ:

Այս աշխատությունում կորագծային սահմանով անվերջ լանջի լարվածային վիճակը որոշելու համար ծանրության և ծծանցման ուժերի ազդեցության տակ առաջին անգամ համապատասխան խնդրի դնելու և լուծելու փորձ է կատարվում. առաձգականության տեսության հարթ խնդրի պայմաններում: Ենթադրվում է, որ լանջը իրենից ներկայացնում է առաձգական, համասեռ և ջրով հագեցված ծակոտեկն միջավայր:

Այս խնդրի լուծման համար օգտագործված է առաձգականության տեսության մեջ հանրահայտ Կոլոսով-Մուսխիշվիլի կոմպլեքս փոփոխականի մեթոդը, արտապատկերելով կորագծային սահմանով կիսաանվերջ տիրույթը ներքևի կիսահարթության վրա և օգտագործելով Կոշիի տիպի ինտեգրալների հատկությունը: Անհրաժեշտ է նշել, որ արտապատկերող ֆունկցիան ընտրված է այնպես, որ այն հնարավորություն է տալիս կիսաանվերջ տիրույթի կորագծային սահմանը ներկայացնելի զոգավոր և ուռուցիկ կորերով, որոնք համապատասխանում են անվերջ լանջի պրոֆիլին՝ հանույթի կամ լիցքի ձևով:

Մասնավոր դեպքում, երբ անվերջ լանջը ունի հորիզոնական դիրք, կուսնեանք լուծում, համապատասխանաբար կիսահարթությանը հանույթով (ծոր) կամ լիցքով (պատվար):

Կորագծային սահմանով անվերջ լանջը թող դառնի ծանրության և ծծանցման ուժերի համասեռ դաշտում (նկ. 1)³: Որոշենք լանջի ցանկացած կետում լարվածային վիճակի բոլոր բաղադրիչները՝ կախված նրա երկրաչափական պարամետրերից և ապարների ֆիզիկական հատկություններից:

Դրված խնդրի լուծումը պետք է բավարարի հավասարակշռության (1) հավասարումներին, որտեղ σ_x^0 , σ_y^0 , τ_{xy}^0 լարումների բաղադրիչներն են, X, Y ծավալային ուժերի բաղադրիչներն են:

Եթե ընդունենք, որ լանջը թեքված է հորիզոնի նկատմամբ β անկյան տակ, իսկ ծծանցման ուղղությունը լանջի նորմալի նկատմամբ կազմում է δ անկյուն, ապա ծավալային ուժերը կարտահայտվեն (2) կախվածություններով, որտեղ՝ γ -ն սուղված լեռնային ապարների ծավալային կշիռն է, γ_w -ն՝ ջրի ծա-

¹ Մոսկվայի ինժեներա-շինարարական ինստիտուտի դոցենտ:

² Համաձիտկենական հիդրոերկրաբանության և ինժեներական երկրաբանության դիտանա-ստգոտական ինստիտուտի ավագ ինժեներ, Մոսկվա:

³ Նկարները և բանաձևերը տե՛ս էջ 81—86:

վալային կշիռը, i -ն՝ հիդրավլիկական գրադիենտը, որը որոշվում է լանջի թեթույթյան համապատասխան՝ Սորոկուսկու առաջարկած (3) բանաձևով (Соболевский, 1969):

Որպեսզի ազատվենք (1) հավասարումների աջ մասերից, անհրաժեշտ է կատարել (4) տեղադրում, որտեղ՝ τ_x , τ_y և τ_{xy} որևիցե մասնավոր լուծումներ են (1) հավասարման և որոնք մեր դեպքում բնութագրում են կշիռ ունեցող անվերջ լանջի լարվածային վիճակը հանույթի և ծծանցման ուժերի բացակայության դեպքում, իսկ τ_x , τ_y և τ_{xy} լրացուցիչ լարումներն են, որոնք համապատասխանում են հանույթի և ծծանցման ուժերի առկայությանը:

Կիսաանվերջ կոր սահմանագծով լանջը (կիսաանվերջ S տիրույթ) Z կոմպլեքսային հարթությունում նկարագրվում է (8) հավասարումով, որտեղ c -ն համաշարժական գործարկիցն է, b -ն՝ հաստատուն մեծությունը, ξ -ն և η -ն իրական փոփոխականներ են:

Երբ $-1 < b < 0$, ապա տիրույթը իրենից ներկայացնում է կիսահարթություն հանույթով: Հանույթի h խորությունը հավասար է δc -ի, իսկ կորության շառավիղը հիմքում տրվում է (9) բանաձևով:

Երբ $b = 0$, կունենանք կիսահարթություն, իսկ երբ $b > 0$, կիսահարթություն՝ ուռուցիկությամբ: Հանույթի խորության հարաբերությունը նրա կորության շառավղին որոշվում է (10) արտահայտությամբ: Նշենք, որ (8) բանաձևը հետևում է (11) հարաբերությունից, որն իրագործում է ներքևի կիսահարթության արտապատկերումը S տիրույթի վրա: Օգտագործելով էյլերի բանաձևերը, ինչպես նաև հաշվի առնելով, որ ծայրային կետերի համար տեղի ունի (12) արտահայտությունը, ծայրային պայմանները կգրվեն (13) կոմպլեքս ձևով: Օգտագործելով (14) հանրահայտ ծայրային պայմանները (Мусхелишвили, 1968) և նրանց լծորդողը, ինչպես նաև Կոչիի միջուկով ինտեգրալների հատկությունը՝ $\Phi(z)$ և $\Psi(z)$ կոմպլեքսային պոտենցիալների համար գրտնում ենք (15) և (16) արտահայտությունները, որտեղ՝ J_1 -ը և J_2 -ը որոշվում են (17) ինտեգրալներով:

Տեղադրելով (13) և նրան լծորդող արտահայտությունները (17) հավասարման մեջ և ինտեգրելով $-\infty$ մինչև $+\infty$, կգտնենք J_1 -ի և J_2 -ի համար (18) և (19) արտահայտությունները:

Լրացուցիչ լարումները կորագծային կոորդինատային սխեմայում որոշվում են (20) հայտնի բանաձևերով (Мусхелишвили, 1968), օգտագործելով գտնված (15), (16), (18) և (19) հարաբերությունները: Այնուհետև արտահայտում ենք (5) մասնավոր լուծումները նույնպես կորագծային կոորդինատներում (21) կապակցություններով:

Այսպիսով, պարփակ ձևով ստացվում են արտահայտություններ, կերպածային սահմանով անվերջ լանջի լարվածային վիճակի բոլոր բաղադրիչները ծանրության ծծանցման դաշտում որոշելու համար:

Ստացված լարումների պրակտիկ օգտագործման համար նպատակահարմար է աղյուսակավորել այդ լուծումները և ներկայացնել գրաֆիկ ձևով (լարումների իզոգծեր), որը հեշտ է իրագործել էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի (էՀՄ) միջոցով:

Ստացված լուծումների համար կազմվել է ծրագիր և օբինակներ է հաշվարկվել անվերջ լանջի համար $M20$ էՀՄ-ի օգնությամբ: Նկարներ 2, 3, 4 և 5-ի վրա բերված են մաքսիմալ շոշափող լարումների իզոգծերի տեսքը ծծանցման ուժերի հաշվառմամբ և առանց դրա: Մաքսիմալ շոշափող լարումների իզոգծերը ցույց են տալիս, որ լանջերի հիմքում շոշափող լարումների կենտրոնացում գոյություն ունի, որը հաստատում է պրոֆ. Գերոգ Տեր-Ստեփանյանի հիպոթեզը լանջերի խորքային սղջի մասին (Թեր-Տեփանյան, 1961): Ծծանցման ուժերի առկայությունը վատթարացնում է գրունտային զանգվածների կայունության պայմանները:

THE STRESS STATE OF AN INFINITE SLOPE WITH CURVILINEAR BOUNDARY IN THE FIELD OF GRAVITY AND SEEPAGE

ZAVEN TER-MARTIROSSIAN, Assistant Professor, Cand.Tech.Sc.¹ and
JIM HAGHPATELIAN, Physics Engineer²

SYNOPSIS. Formulation and solution of the two-dimensional problem of elasticity theory concerning a semi-infinite region with a curvilinear boundary under the action of mass forces (gravity and seepage) is given. This problem is solved by the Kolosov-Muskhelishvili complex variable method the semi-infinite region with a curvilinear boundary being mapped onto the lower half-plane. The solution, obtained in the closed form, enables all the components of the stress state to be determined for a slope with a cut (canyon) or with an embankment (dam).

Only a few problems of the stress state of slopes in the field of gravity are solved including that of an infinite slope (Taylor, 1948; Ter-Stepanian, 1963), of an infinite wedge (Галеркин, 1952) and of an infinite mountain massif with a parabolic boundary (Тер-Мартirosян и Ахпателов, 1969).

The present work is the first attempt to formulate and solve the problem of determining the stress state of an infinite slope with a curvilinear boundary, subjected to forces of gravity and seepage. The problem is solved as a two-dimensional problem of elasticity theory. The slope is assumed to be a quasi-elastic and quasi-homogeneous porous medium filled with water. The Kolosov-Muskhelishvili complex variable method is used the semi-infinite region with a curvilinear boundary being mapped onto the lower half-plane; Cauchy-type integrals are also used. The mapping function has been selected so that it enables the concave or convex curvilinear boundary to be described. This corresponds to an infinite slope with a cut or with an embankment. In the special case when the infinite slope is a horizontal surface, the solution pertains to a half-plane with a cut (canyon) or with an embankment (dam).

Assume that an infinite slope with a curvilinear boundary (see Fig. 1)³ is in a uniform field of gravity and seepage. All the components of the stress state are determined for any point of the slope in accordance with its geometric parameters and the physical characteristics of the rock.

The solution of this problem should satisfy the equations of equilibrium (1), where σ_x^0 , σ_y^0 and τ_{xy}^0 are components of the stresses, and X and Y are components of the volume forces.

¹ Assistant Professor, Senior Research Worker, Moscow Institute of Civil Engineering.

² Senior Engineer, All-Union Research Institute of Hydrogeology and Engineering Geology (VSEGINGEO), Moscow.

³ Figures and formulas see pp. 81—86.

If β is angle of slope inclination and α angle between the direction of seepage flow and the normal to the slope, the volume forces will be expressed by equations (2), where γ' is the unit weight of submerged soil; γ_w is the unit weight of water, and i is the hydraulic gradient, determined depending on the inclination of the slope by formula (3) proposed by Sobolevsky (Соболевский, 1969).

To get rid of the right-hand side of equation (1), the substitution (4) is made, where σ'_x , σ'_y and τ'_{xy} are certain particular solutions of equation (1) which characterize, in our case, the stress state of a weighable infinite slope without cut and with no seepage flow; and σ_x , σ_y and τ_{xy} are supplementary stresses resulting from the presence of a cut and seepage flow (Мухелишвили, 1968).

Particular solutions are obtained in the form of (5), where K is the coefficient of lateral pressure of the soil. The supplementary stresses σ_x , σ_y and τ_{xy} now satisfy the homogeneous equations (1). The boundary conditions should be determined by formulas (6) and (7).

The infinite slope with a curvilinear boundary (semi-infinite region S) is described in complex plane Z by equation (8), where c is the proportionality factor; b is a constant value; ξ and η are real variables.

At $-1 < b < 0$, the region is a half-plane with a cut. The depth h of the cut equals bc and the radius of curvature at the base is obtained by formula (9). When $b = 0$ we have a half-plane and when $b > 0$ we have a half-plane with a convexity. The ratio of the depth of the cut to its radius of curvature is determined by equation (10). It may be noted that formula (8) follows from relationship (11) which maps the lower half-plane onto region S . Using Euler's formula, and taking into consideration that relationship (12) is valid for boundary points, the boundary conditions can be written in the complex form (13). Using the well-known boundary conditions (14) (Мухелишвили, 1968) and their conjugates, as well as the properties of integrals with Cauchy kernels, equations (15) and (16) for the complex potentials $\Phi(z)$ and $\Psi(z)$ are obtained, where J_1 and J_2 are determined by integrals (17).

Substituting equation (13) and its conjugate into (17) and integrating from $-\infty$ to $+\infty$ expressions (18) and (19) for J_1 and J_2 are obtained.

Supplementary stresses are determined in curvilinear coordinates according to the known formulas (20) (Мухелишвили, 1968), using the previously found relationships (15), (16), (18) and (19). Further particular solutions (5) are expressed in curvilinear coordinates by means of relationships (21). Finally, the supplementary and particular solutions are combined in the form (22) to obtain the components of the stresses in curvilinear coordinates.

Thus, expressions are obtained in the closed form for determining all the components of the stress state of an infinite slope, having a curvilinear boundary, subjected to a field of gravity and seepage. For practical application of the obtained solutions, it proves expedient to tabu-

late them and to present them in the form of curves (stress isolines). This can be easily done by digital computers.

A M-20 digital computer was programmed for the obtained solutions and a number of examples were calculated for an infinite slope. Figures 2, 3, 4 and 5 illustrate curves in the form of isolines of maximum tangential stresses with and without forces of seepage. The isolines of maximum tangential stresses indicate a heavy concentration of tangential stresses at the base of slopes, thereby confirming Ter-Stepanian's (1963) hypothesis of the depth creep of slopes. The presence of seepage forces deteriorates the stability of a slope.

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

- Галеркин Б. Г., 1952. Собрание сочинений, т. I, изд. АН СССР, М.
- Мусхелишвили Н. М., 1968. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. «Наука», М.,
- Соболевский Ю. А., 1969. Критерий пологого и крутого фильтрующих откосов, Минск.
- Тайлор Д. В., 1960. Основы механики грунтов. Госстройиздат, М.
- Тер-Мартirosян З. Г. и Ахлателов Д. М., 1969. О напряженно-деформированном состоянии горных массивов в поле гравитации. Тематический сб. ВСЕГИНГЕО, вып. 15, М.
- Тер-Степанян Г. И., 1961. О длительной устойчивости склонов, Изд. АН Арм. ССР, Ереван.
- Флорин В. А., 1959. Основы механики грунтов, т. I, Госстройиздат, М.,—Л.
- Цытович Н. А., 1963. Механика грунтов, Госстройиздат, М.
- Taylor D. W., 1948. Fundamentals of soil mechanics. New York: Wiley.
- Ter-Stepanian G. 1963. Long-term stability of slopes. Norwegian Geotechnical Institute, Publications, 52:1—14.