Известия НАН Армении. Математика, том 49, н. 1, 2014, стр. 39-46.

О ГРАНИЧНЫХ СВОЙСТВАХ И БИОРТОГОНАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ В ПРОСТРАНСТВАХ $A^2_\omega \subset H^2$

А. М. ДЖРБАШЯН

Институт математики НАН Армении
Университет Антиохии, Меделлин, Колумбия
E-mail: *armen_jerbashian@yahoo.com*

Аннотация. Статья посвящена исследованию гильбертовых пространств A^2_ω, содержащихся в пространстве Харди H^2 функций голоморфных в $|z| < 1$. В частности, доказана теорема об описании граничных свойств функций из A^2_ω некоторыми тонкими ω-емкостями и, с помощью явного вида изометрии между A^2_ω и H^2, в A^2_ω найдены биортоганальные системы функций, содержащие малые степени ядра Коши.

MSC2010 numbers: 32A35, 31A05.

Ключевые слова: весовые пространства, голоморфные функции, биортогональные системы.

1. Введение

Широкие, общие пространства A^p_ω голоморфных в $|z| < 1$ функций введены и исследованы в работе [2], по аналогии с пространствами $H^p(\alpha) \equiv A^p_\alpha$ $(1 \le p < +\infty$ $(-1 < \alpha < +\infty)$, исследованными в работе М.М. Джрбашяна [1]. Пространства A^p_ω - множества голоморфных функций $f(z)$, для которых

$$\|f\|_{p,\omega} = \left\{ \frac{1}{2\pi} \iint_{|z|<1} |f(z)|^p |d\mu_\omega(z)| \right\}^{1/p} < +\infty, \quad 0 < p < +\infty,$$

где $d\mu_\omega(\rho e^{i\vartheta}) = -d\omega(\rho^2)d\vartheta$ и $\omega(t) \in \Omega_A$, т.е. функция $\omega(t)$ определена на $[0,1]$ и такова, что:

(i) $\quad 0 < \bigvee\limits_{\delta}^{1} \omega < +\infty \quad$ при любом $\quad \delta \in [0,1)$,

(ii) $\quad \Delta_n \equiv \Delta_n(\omega) = -\int_0^1 t^n d\omega(t) \neq 0, \quad n = 1, 2, \ldots,$

(iii) $\quad \liminf\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|\Delta_n|} \ge 1.$

В [2] в частности доказано, что A^p_ω банаховы пространства, превращающиеся в гильбертовы пространства, когда $p = 2$ и функция $\omega(x)$ монотонна. Что при любом $p \ge 1$ пространства A^p_ω покрывают множество всех функций голоморфных в $|z|<1$. Кроме того, в [2] установлена явная формула для изометрии между A^2_ω и пространством Харди H^2, что позволяет перевести любой результат аддитивного характера из H^2 в A^2_ω. В простом случае $\omega(t)=(1-t)^\alpha$ $(-1<\alpha<+\infty)$ пространства A^p_α переходят в хорошо известные пространства

$$H^p(\alpha)\equiv A^p_\alpha := \iint_{|z|<1}(1-|z|)^\alpha|f(z)|^p d\sigma(z)<+\infty, \tag{1.1}$$

исследованые в [1]. Здесь $d\sigma(z)$ - двумерная мера Лебега. В общем же случае греческая буква ω в [2] означает то же, что в исследованиях М.М. Джрбашяна [3, 7] классов мероморфных функций, т.е. подчеркивает то, что A^p_ω исчерпывают все голоморфные в $|z|<1$ функции.

Настоящая статья посвящена исследованию, в случае $p=2$, несколько иных весовых пространств A^p_ω $(1\le p<+\infty)$ типа Дирихле функций голоморфных в $|z|<1$, которые содержатся в пространстве Харди H^p в $|z|<1$. Эти "узкие" пространства введены в [2] предположением о том, что не сама голоморфная функция $f(z)$, а ее производная $f'(z)$ принадлежит A^p_ω. Такое определение, очевидно, обеспечивает банаховость новых пространств, а также их переход в гильбертовы пространства в случае $p=2$, где скалярное произведение то же, что в A^2_ω, однако с заменой функции на ее производную.

В настоящей статье даны некоторые усиления и продолжения результатов работы [2] в случае $p=2$. Именно, установлена другая явная формула изометрии с пространством Харди H^2, более тонкий результат о граничном поведении функций из $A^2_\omega\subset H^2$, а также некоторые результаты о биортогональных системах функций в $A^2_\omega\subset H^2$.

2. Пространства $A^2_\omega\subset H^2$ и их граничные свойства

Определение пространств $A^2_\omega\subset H^2$, данное в [2], целесообразно немного модифицировать и привести к удобной для рассматриваемых задач форме.

Определение 2.1. *Класс $\widetilde{\Omega}_A$ - множество непрерывно дифференцируемых в $[0,1]$ функций $\omega_0(t)\in\Omega_A$ таких, что*

(a) $\omega_0(t)\searrow$ *в* $[0,1]$, $\omega_0(1)=0$ *и* $\omega_0(0)=a<+\infty$,

(b) $|\omega_0'(t)|\nearrow$ *в* $[0,1)$ *и* $\big||\omega_0'(t)|-1\big|\le Kt$, $0<t<\delta$, *при некоторых постоянных* $K>0$ *и* $0<\delta<1$.

Всюду ниже будем считать, что $\omega_0(t)\in\widetilde{\Omega}_A$ и $\omega_1(x)$ - квадрат Вольтерра

$$\omega_1(x)=-\int_x^1\omega_0\Big(\frac{x}{\sigma}\Big)d\omega_0(\sigma),\quad 0<x<1.$$

Тогда, как это показано в доказательстве теоремы 1.5 из [2], $\omega_1(x) \in \Omega_A$, $\omega_1(0) = 1$, $\omega_1(1-0) = 0$ и

$$\omega(x) \equiv |\omega_1'(x)| = \int_x^1 \omega_0'\Big(\frac{x}{t}\Big)\omega_0'(t)\frac{dt}{t}, \quad 0 < x < 1.$$

Отметим, что в случае $\omega_0(x) = \alpha^{-1}(1-x)^\alpha$ $(0 < \alpha < 1)$

$$\omega_1(x) \asymp (1-x)^{2\alpha} \quad \text{и} \quad \omega(x) \asymp (1-x)^{2\alpha-1} \quad \text{при} \quad x \to 1-0,$$

где $f(x) \asymp g(x)$ для двух неотрицательных функций $f(x)$ и $g(x)$ означает, что $c_1 f(x) \le g(x) \le c_2 f(x)$ с некоторыми постоянными $c_1, c_2 > 0$.

Определение 2.2. *Если $\omega_0(x) \in \widetilde{\Omega}_A$, то A^2_ω - множество голоморфных в $|z| < 1$ функций $f(z)$ таких, что $f'(z) \in A^2_{\omega_1}$.*

Теорема 2.1. *Если $\omega_0(x) \in \widetilde{\Omega}_A$, то множество A^2_ω является гильбертовым пространством, где норма порождается скалярным произведением*

$$(f,g)_\omega = \frac{1}{2\pi}\iint_{|z|<1} f'(z)\overline{g'(z)}d\mu_{\omega_1}(z),$$

и $A^2_\omega \subset H^2$.

Доказательство. Ввиду результатов [2] следует доказать лишь вложение $A^2_\omega \subset H^2$. С этой целью заметим, что если $f(z) \in A^2_\omega$, то в силу теоремы 1.5 из [2]

$$\varphi_0(z) = L_{\omega_0} f'(z) \equiv -\int_0^1 f'(tz)d\omega_0(t) \in H^2 \quad \text{и} \quad \|\varphi_0\|_{H^2} = \|f\|_{A^2_\omega}.$$

Кроме того, если $f(z) = \sum_{k=0}^\infty a_k z^k$ - разложение Тейлора функции $f(z)$ в $|z| < 1$, то очевидно

$$\varphi_0(z) = \sum_{k=1}^\infty a_k \left(k\int_0^1 t^{k-1}|\omega_0'(t)|dt\right) z^{k-1}, \quad |z| < 1.$$

Далее, в силу теоремы 8 из [4] существует убывающая функция $\beta(x)$ в $[0,1]$ такая, что $\beta(0) = 1$, $\beta(1) = 0$ и

$$k\int_0^1 t^{k-1}|\omega_0'(t)|dt = \left(-\int_0^1 t^k d\beta(t)\right)^{-1} \equiv [\Delta_k(\beta)]^{-1}, \quad k \ge 1.$$

Таким образом

$$\varphi_0(z) = \sum_{k=1}^\infty \frac{a_k}{\Delta_k(\beta)} z^{k-1} \in H^2,$$

и $L_\beta[z\varphi_0(z)] \in H^2$, поскольку при любом $r \in (0,1)$

$$\int_0^{2\pi} \left|L_\beta\left[re^{i\vartheta}\varphi_0(re^{i\vartheta})\right]\right|^2 d\vartheta \le \int_0^{2\pi}\left(\int_0^1 tr\left|\varphi_0(tre^{i\vartheta})\right||d\beta(t)|\right)^2 d\vartheta$$
$$\le \int_0^1 |d\beta(t)| \int_0^{2\pi}\left|\varphi_0(tre^{i\vartheta})\right|^2 d\vartheta \le \|\varphi_0\|^2_{H^2} < +\infty.$$

Остается заметить, что

$$L_\beta[z\varphi_0(z)] = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{\Delta_k(\beta)} \left(-\int_0^1 t^k d\beta(t)\right) z^k = \sum_{k=1}^{\infty} a_k z^k = f(z) - f(0),$$

и, тем самым, $f(z) \in H^2$.

Теорема 2.2. *При любом $\omega_0(x) \in \widetilde{\Omega}_A$ пространство A^2_ω совпадает с множеством функций, представимых в виде*

$$f(z) - f(0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{|\omega_0'|}(ze^{-i\vartheta}) e^{i\vartheta} \varphi(e^{i\vartheta}) d\vartheta, \quad |z| < 1, \tag{2.1}$$

где $\varphi(e^{i\vartheta}) \in L^2[0, 2\pi]$ и

$$C_{|\omega_0'|}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k \int_0^1 t^{k-1} |\omega_0'(t)| dt} \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Delta_k(|\omega_0'|)} \bigg|_{\omega_0(x) = (1-x)^\alpha/\alpha} = \frac{1}{(1-z)^\alpha}.$$

Для любого $f(z) \in A^2_\omega$ существует единственная функция $\varphi_0(z)$ из пространства Харди H^2, обеспечивающая равенство (2.1), и

$$\varphi_0(z) = L_{\omega_0} f(z) = -\int_0^1 f(tz) d\omega_0(t), \quad |z| < 1.$$

Кроме того, $\|\varphi_0\|_{H^2} = \|f\|_{A^2_\omega}$, и $\varphi - \varphi_0 \perp H^2$ для любой функции $\varphi(e^{i\vartheta}) \in L^2[0, 2\pi]$, с которой верно (2.1). Оператор L_{ω_0} изометрически отображает подпространство функций A^2_ω, обращающихся в ноль в начале координат, в H^2, и интеграл в правой части (2.1) является обратной изометрией $(L_{\omega_0})^{-1}$.

Доказательство. По определению 2.2 включение $f(z) \in A^2_\omega$ означает $f'(z) \in A^2_{\omega_1}$, и поэтому по теореме 1.5 из [2]

$$f'(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{\omega_0}(ze^{-i\vartheta}) \varphi_0(e^{i\vartheta}) d\vartheta, \quad |z| < 1,$$

где $\varphi_0(z) = L_{\omega_0} f'(z) \in H^2$ и $\|\varphi_0\|_{H^2} = \|f\|_{A^2_\omega}$. Следовательно,

$$f(z) - f(0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi_0(e^{i\vartheta}) d\vartheta \int_0^z C_{\omega_0}(\zeta e^{-i\vartheta}) d\zeta, \quad |z| < 1, \tag{2.2}$$

где

$$\int_0^z C_{\omega_0}(\zeta e^{-i\vartheta}) d\zeta = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{-ik\vartheta}}{\Delta_k(\omega_0)} \int_0^z \zeta^k d\zeta = e^{i\vartheta} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(ze^{-i\vartheta})^{k+1}}{(k+1)\Delta_k(\omega_0)}$$

и

$$(k+1)\Delta_k(\omega_0) = (k+1)\left(-\int_0^1 t^k d\omega_0(t)\right) = (k+1)\int_0^1 t^k |\omega_0'(t)| dt = \Delta_{k+1}(|\omega_0'|).$$

Тем самым

$$\int_0^z C_{\omega_0}(\zeta e^{-i\vartheta}) d\zeta = e^{i\vartheta} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(ze^{-i\vartheta})^{k+1}}{\Delta_{k+1}(|\omega_0'|)} = e^{i\vartheta}[C_{|\omega_0'|}(ze^{-i\vartheta}) - 1],$$

и формула (2.2) переходит в (2.1), поскольку из $\varphi_0(z) \in H^2$ следует, что

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{i\vartheta}\varphi_0(e^{i\vartheta})d\vartheta = 0.$$

Обратно, если формула (2.1) верна с какой-либо $\varphi(e^{i\vartheta}) \in L^2[0, 2\pi]$, то очевидно

$$\int_0^z f'(\zeta)d\zeta = \int_0^z \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} C_{\omega_0}(\zeta e^{-i\vartheta})\varphi(e^{i\vartheta})d\vartheta\right)d\zeta, \quad |z| < 1.$$

Отсюда следует, что

$$f'(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} C_{\omega_0}(ze^{-i\vartheta})\varphi(e^{i\vartheta})d\vartheta, \quad |z| < 1,$$

и $f'(z) \in A^2_\omega$ по теореме 1.5 из [2]. Оставшаяся часть доказательства очевидна. Отметим, что рассматриваемые пространства A^2_ω схожи с теми классами $N\{\omega\}$ М.М.Джрбашяна [3, 7], которые содержатся в неванлинновском классе N мероморфных функций ограниченного вида в $|z| < 1$. А именно, $A^2_\omega \subset H^2$ и A^2_ω обладают тем же граничным свойством, что классы $N\{\omega\} \subset N$.

Прежде чем привести теорему о граничных свойствах функций из A^2_ω, напомним определение ω-емкости, введенное М.М. Джрбашяном и В.С. Захаряном [5, 6, 3, 7] в качестве обобщения хорошо известной α-емкости Фростмана (случай $\omega(x) = (1-x)^\alpha$, $-1 < \alpha < 0$). Полагая, что $\omega(x) > 0$ непрерывна на $[0, 1)$, $|\omega(x) - 1| \le Kx$ $(0 \le x < \delta)$ при некотором $K > 0$, $\delta \in (0, 1)$, $\omega(0) = 1$, $\int_0^1 \omega(x)dx < +\infty$ и

$$C_\omega(z) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k\int_0^1 t^{k-1}\omega(x)dx}\Bigg|_{\omega(x)=(1-x)^\alpha} = \frac{1}{(1-z)^{1+\alpha}},$$

они ввели

Определение 2.3. *Борелевское множество $E \subset [0, 2\pi]$ имеет положительную ω-емкость, если существует борелевская мера $\mu \prec E$ такая, что*

$$\sup_{|z|\le 1}\int_0^{2\pi} |C_\omega(ze^{-i\vartheta})|d\mu(\vartheta) < +\infty.$$

В противном случае, когда этот интеграл бесконечен для любой Борелевской меры $\mu \prec E$, множество E имеет нулевую ω-емкость.

Теорема 2.3. *Если $\omega_0(x) \in \widetilde{\Omega}_A$, то любая функция $f(z) \in A^2_\omega$ обладает конечными угловыми граничными значениями $f(e^{i\vartheta})$ для всех $\vartheta \in [0, 2\pi]$ с возможным исключением множества $E \subset [0, 2\pi]$ нулевой $|\omega_0'|$-емкости.*

Замечание 2.1. *Утверждение теоремы 2.3 является следствием теоремы 8 из* [3] *(см. также* [7]*, стр. 112) и представления* (2.1) *теоремы 2.2. Теорема 2.3 уточняет теорему 2.1 из* [2]*, поскольку если $f'(z) \in A^2_\omega$ с $\omega(x) = (1-x)^\alpha$ $(0 <$*

$\alpha < 1$), то теорема 2.1 из [2] описывает граничное поведение $f(z)$ в терминах $(\alpha - 1)$-емкости, в то время как теорема 2.3 - в терминах $(\alpha/2 - 1)$-емкости.

3. Биортогональные системы функций в $A^2_\omega \subset H^2$

Теорема 2.2 позволяет перевести результаты аддитивного характера из пространства харди H^2 в подобные же утверждения в пространствах $A^2_\omega \subset H^2$. Приведенные ниже утверждения - аналоги результатов М.М. Джрбашяна и Г.М. Айрапетяна [8] [10] по биортогональным системам функций в H^2. В полученных утверждениях функции из A^2_ω аппроксимируются ядрами $C_{|\omega_0'|}(z)$ которые в некотором смысле, лучше ядра Коши, поскольку при $\omega_0(x) = \alpha^{-1}(1-x)^\alpha$ $(0 < \alpha < 1)$ совпадают с $(1-z)^{-\alpha}$.

Для простоты будем рассматривать случай простых узлов, т.е. будем рассматривать последовательности $\{a_j\}_1^\infty$ *попарно различных* чисел из $|z| < 1$, удовлетворяющих условию Бляшке

$$\sum_{j=1}^{\infty}(1 - |a_j|) < +\infty. \tag{3.1}$$

Принято писать $\{a_j\}_1^\infty \in \Delta$, если множество $\{a_j\}_1^\infty$ равномерно отделено, т.е.

$$\inf_{k\geq 1} \prod_{j=1,\, j\neq k} \left|\frac{a_j - a_k}{1 - \overline{a}_j a_k}\right| = \delta > 0.$$

Далее, введем произведение Бляшке с нулями $\{a_j\}_1^\infty$

$$B(z) = \prod_{j=1}^{\infty} \frac{a_j - z}{1 - \overline{a}_j z}\frac{|a_j|}{a_j}$$

и обозначим подпространство функций из A^2_ω, обращающихся в ноль в начале координат, через $A^2_\omega(0)$, а изометрию $H^2 \longrightarrow A^2_\omega(0)$ теоремы 2.2 через

$$T_{\omega_0} f(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} C_{|\omega_0'|}(ze^{-i\vartheta})e^{i\vartheta} f(e^{i\vartheta})d\vartheta, \quad |z| < 1, \quad (T_{\omega_0} = (L_{\omega_0})^{-1}).$$

Известное неравенство Шапиро-Шилдса [11] приобретает следующую форму.

Предложение 3.1. *Если $\{a_k\}_1^\infty \in \Delta$, то для любого $F(z) \in A^2_\omega$, с некоторой постоянной $C > 0$*

$$\sum_{j=1}^{\infty}(1 - |a_j|^2)|L_{\omega_0}F(a_j)|^2 \leq C\|F\|_{A^2_\omega}.$$

Для приведения ряда утверждений, которые в основном следуют [10], обозначим

$$r_k(z) = \frac{1}{1 - \overline{a}_k z} \quad \text{и} \quad \Omega_k(z) = \frac{B(z)}{z - a_k}$$

и заметим, что голоморфные в $|z| < 1$ функции $T_{\omega_0}(r_k(z)) = \mathcal{R}_k(z)$ и $T_{\omega_0}(\Omega_k(z)) = \mathcal{S}_k(z)$ допускают представления

$$\mathcal{R}_k(z) = \overline{a}_k^{-1}\left[C_{|\omega_0'|}(\overline{a}_k z) - 1\right], \quad \mathcal{S}_k(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{n-1,k}}{\Delta_n(|\omega_0'|)} z^n, \quad |z| < 1, \tag{3.2}$$

где $b_{n,k}$ - коэффициенты степенного разложения $B(z)(z - a_k)^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} b_{n,k} z^n$.

Предложение 3.2. *Если последовательность $\{a_k\}_1^\infty$ не удовлетворяет условию Бляшке, т.е. ряд (3.1) расходится, то обе системы (3.2) полны в $A^2_\omega(0)$.*

Будем полагать, что $\lambda\{a_k\}$ - множество функций $F(z) \in A^2_\omega(0)$, для которых существуют $\psi(z) \in H^2$, $\psi(0) = 0$, такие, что граничные значения $\psi(z)/B(1/z)$ совпадают с граничными значениями $L_{\omega_0}F(z)$ почти всюду на $|z| = 1$.

Предложение 3.3. *Функции (3.2) принадлежат $\lambda\{a_k\}$, а системы (3.2) биортогональны в A^2_ω, т.е.*

$$(\mathcal{R}_k, \mathcal{S}_k)_\omega \equiv \iint_{|z|<1} \mathcal{R}_k'(z)\overline{\mathcal{S}_k'(z)}d\mu_{\omega_1}(z) = \begin{cases} 1 & при \quad \nu = k, \\ 0 & при \quad \nu \neq k. \end{cases}$$

Предложение 3.4. *Если $F(z) \in A^2_\omega(0)$, то $F(z) \in \lambda\{a_k\}$ равносильно*

$$\int_{|\zeta|=1} \frac{L_{\omega_0}F(\zeta)}{B(\zeta)} \frac{d\zeta}{\zeta - z} \equiv 0, \quad |z| < 1.$$

Предложение 3.5. *Любая функция $f(z) \in A^2_\omega(0)$ представима в виде*

$$f(z) = f_1(z) + f_2(z), \quad \|f\|^2 = \|f_1\|^2 + \|f_2\|^2,$$

где $f_1(z) \in \lambda\{a_k\}$ и

$$f_2(z) = T_{\omega_0}(B(z)g(z)) \in A^2_\omega \quad с \quad g(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{|\zeta|=1} \frac{L_{\omega_0}f(\zeta)}{B(\zeta)} \frac{d\zeta}{\zeta - z} \in H^2.$$

Предложение 3.6. *Если $\{a_k\}_1^\infty \in \Delta$ и $\{w_k\}_1^\infty$ - последовательность, для которой*

$$\sum_{k=1}^{\infty}(1 - |a_k|)|w_k|^2 < +\infty,$$

то существует единственная функция $F(z) \in \lambda\{a_k\}$ такая, что

$$L_{\omega_0}F(a_k) = w_k, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{3.3}$$

Эта функция представима в виде

$$F(z) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k \mathcal{S}_k(z), \quad |z| < 1,$$

где ряд сходится в норме пространства A^2_ω, а $F(z)$ - решение интерполяционной задачи (3.3), обладающее минимальной нормой.

Предложение 3.7. *Обе системы* $\{(1-|a_k|^2)^{1/2}\mathcal{R}_k(z)\}_1^\infty$ *и* $\{(1-|a_k|^2)^{-1/2}\mathcal{S}_k(z)\}_1^\infty$ *- безусловные базисы в* $\lambda\{a_k\}$ *тогда и только тогда, когда* $\{a_k\}_1^\infty \in \Delta$.

Предложение 3.8. *Если* $\{a_k\}_1^\infty \in \Delta$, *то любая функция* $F(z) \in \lambda\{a_k\}$ *представима обоими рядами*

$$F(z) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(F)\mathcal{R}_k(z) = \sum_{k=1}^{\infty} L_{\omega_0}F(a_k)\mathcal{S}_k(z), \quad |z|<1, \quad c_k(F) = (F', \mathcal{S}_k')_{\omega_1},$$

которые сходятся в норме пространства A_ω^2.

Abstract. The paper is devoted to investigation of some Hilbert spaces A_ω^2 which are contained in Hardy's H^2 of functions holomorphic in $|z|<1$. In particular, it is proved that the boundary properties of functions from A_ω^2 are characterized by some sharp ω-capacities, and some biorthogonal systems of functions containing small degrees of the Cauchy kernel are found in A_ω^2 by means of an explicit isometry between A_ω^2 and H^2.

Список литературы

[1] М. М. Джрбашян, "О проблеме представимости аналитических функций", Сообщ. Инст. матем. и мех. АН Арм. ССР, **2**, 3-40 (1948).

[2] A. M. Jerbashian, "On the Theory of Weighted Classes of Area Integrable Regular Functions", Complex Variables, **50** (3), 155-183 (2005).

[3] M. M. Djrbashian, "Theory of Factorization and Boundary Properties of Functions Meromorphic in the Disc", In: Proceedings of the ICM, Vancouver, B.C., 1974, **2**, 197-202 (USA, 1975).

[4] М. М. Джрбашян, "Обобщенный оператор Римана-Лиувилля и некоторые приложения", Известия АН СССР, Сер. матем., **32**, 1075-1111 (1968).

[5] М. М. Джрбашян, В. С. Захарян, "Граничные свойства подклассов мероморфных функций ограниченного вида", Изв. АН СССР, **34** (6), 1262-1339 (1970).

[6] М. М. Джрбашян, В. С. Захарян, "Граничные свойства подклассов мероморфных функций ограниченного вида", Изв. АН Арм. ССР, Математика, **6** (2-3), 182-194 (1971).

[7] М. М. Джрбашян, В. С. Захарян, *Классы и граничные свойства функций мероморфных в круге* (Наука, Москва, 1993).

[8] М. М. Джрбашян, "Биортогональные системы рациональных функций и представления ядрами Коши", Изв. АН Арм. ССР, Математика, **8** (5), 384-409 (1973).

[9] М. М. Джрбашян, "Биортогональные системы и решение интерполяционной задачи с узлами ограниченной кратности в H^2", Изв. АН Арм. ССР, Математика, **9** (5), 339-373 (1974).

[10] Г. М. Айрапетян, "О базисности некоторых биортогональных систем в комплексной области", Изв. АН Арм. ССР, Математика, **10** (2), 133-152 (1975).

[11] H. Shapiro, A. Shields, "On Some Interpolation Problems for Analytic Functions", American Journal of Mathematics, **83**, 513-532 (1961).

Поступила 25 марта 2013