КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ВЫРОЖДЕНИЕМ НА ЧАСТИ ГРАНИЦЫ

Г. С. Акопян, Р. Л. Шахбагян

Известия Национальной Академии Наук Армении. Математика, том 33, № 6, 1998

В статье исследуется разрешимость краевых задач для нелинейных эллиптических и параболических уравнений второго порядка, вырождающихся на части границы. Доказывается существование и единственность решений в специальных весовых функциональных пространствах.

§0. ВВЕДЕНИЕ

В статье продолжаются исследования по разрешимости краевых задач для нелинейных эволюционных вырождающихся уравнений, начатые в работах авторов [1] — [3]. Получены результаты по разрешимости краевых задач для двух классов нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, где вырождение происходит на границе и имеет несколько специальный характер. Для корректной постановки краевых задач мы доказываем их однозначную разрешимость в специальных весовых функциональных пространствах типа Соболева–Никольского.

§1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1. Пусть Ω – ограниченная область с достаточно гладкой границей $\Gamma = \partial\Omega$, лежащая в полупространстве $\mathbb{R}^n_+ = \{x \in \mathbb{R}^n : x_n > 0\}$ и $\Gamma_0 = \Gamma \bigcap \{x_n = 0\} \neq \emptyset$. Для нелинейного вырождающегося эллиптического уравнения второго порядка

$$L(u) = -\sum_{i=1}^{n} \partial_i a_i(x, \nabla u) + c(x, u) = f(x), \qquad x \in \Omega, \tag{1.1}$$

где $\partial_i = \dfrac{\partial}{\partial x_i}$ и $\nabla = (\partial_1, ..., \partial_n)$, рассмотрим следующую краевую задачу :

$$u|_{\Gamma^*} = 0, \tag{1.2}$$

где либо $\Gamma^* = \Gamma$, либо $\Gamma^* = \Gamma \setminus \Gamma_0$.

1.2. Мы будем исследовать разрешимость задачи (1.1), (1.2) в следующих функциональных пространствах.

Через $W^1_{p,\sigma}(\Omega)$, $p > 2$, $\sigma \subset \mathbb{R}^1$, обозначим весовой класс функций $u(x)$, определенных на Ω, для которых

$$\|u\|_{W^1_{p,\sigma}} = \left(\int_\Omega |u(x)|^p\, dx + \sum_{i=1}^n \int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |\partial_i u|^p\, dx \right)^{1/p} < \infty. \tag{1.3}$$

Известно [4], [5], что классы $W^1_{p,\sigma}(\Omega)$ являются банаховыми пространствами с нормой (1.3). Банаховые пространства с нормой

$$\|u\|_1 = \left(\int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |u(x)|^p\, dx + \sum_{i=1}^n \int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |\partial_i u|^p\, dx \right)^{1/p} \tag{1.4}$$

обозначим через $W^1_{p,\sigma}(\Omega)$. Мы будем использовать банахово подпространство $\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$, определенное как замыкание в норме (1.3) линейного многообразия $C_0^\infty(\Omega)$ бесконечно дифференцируемых и финитных на Ω функций. При $-1/p < \sigma < 1 - 1/p$ эти пространства имеют следующую структуру :

$$\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega) = \left\{ u \in W^1_{p,\sigma} : \quad u|_{\Gamma^*} = 0 \right\}. \tag{1.5}$$

Это следует из Теоремы 1.2.1 работы [4].

1.3. Опишем класс рассматриваемых операторов (1.1) :

i) Функции $a_i(x,\xi) \in C^2(\overline{\Omega} \times \mathbb{R}^n)$, $i = 1, ..., n$, $c(x,\eta) \in C^1(\overline{\Omega} \times \mathbb{R}^1)$ и удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} &|a_i(x,\xi)| \le C\, x_n^{p\sigma}\, |\xi|^{p-1}, \qquad |a_{ij}(x,\xi)| \le C\, x_n^{p\sigma}\, |\xi|^{p-2}, \\ &C_1 x_n^{p\sigma}\, |u|^p \le c(x,u)\, u \le C_2 x_n^{p\sigma}\, |u|^p, \end{aligned} \tag{1.6}$$

где $a_{ij}(x,\xi) = \dfrac{\partial a_i(x,\xi)}{\partial \xi_j}$, а C, C_1, C_2 – некоторые положительные постоянные.

ii) Существуют положительные постоянные μ_i, $i = 1, ..., 4$ такие, что

$$\mu_0\, x_n^{p\sigma}\, |\xi|^p \le \sum_{i=1}^n a_i(x,\xi)\,\xi_i \le \mu_1 x_n^{p\sigma}\, |\xi|^p, \tag{1.7}$$

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x,\xi)\,\xi_i\,\xi_j \ge \mu_2\, x_n^{p\sigma}\, |\xi|^p, \tag{1.8}$$

$$\mu_3 x_n^{p\sigma}\, |u|^{p-2} \le \frac{\partial c(x,u)}{\partial u} \le \mu_4 x_n^{p\sigma}\, |u|^{p-2}$$

для любых $x \in \Omega$ и $\xi \in \mathbb{R}^n$.

1.4. Для определения обобщенного решения задачи (1.1), (1.2), рассмотрим нелинейную форму на гладких функциях u

$$< L(u), u >= -\sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega}\partial_i a_i(x,\nabla u)\,u\,dx + \int_{\Omega} c(x,u)\,u\,du = \sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega} a_i(x,\nabla u)\,\partial_i u\,dx-$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\int_{\Gamma} a_i(x,\nabla u)\,u\cos(\nu,x_i)\,d\Gamma + \int_{\Omega} c(x,u)\,u\,dx, \tag{1.9}$$

где ν – внешняя нормаль к поверхности Γ.

Для $u\in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ имеем $u|_{\Gamma_1}=0$. Замечая, что $\cos(\nu,x_i)=0$, $i=1,2,...,n-1$ на Γ_0 и $\cos(\nu,x_n)=-1$, из (1.9) будем иметь

$$< L(u), u >= \sum_{i=1}^{n}\int_{\Omega} a_i(x,\nabla u)\,\partial_i u\,dx + \int_{\Omega} c(x,u)\,u\,dx + \int_{\Gamma_0} a_n(x,\nabla u)\,u\,d\Gamma. \tag{1.10}$$

Функции $u\in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ при $\sigma\geq 1-1/p$, вообще говоря, не обращаются в нуль на Γ_0.

Предложение 1.1. Для $u\in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ и $\sigma\geq 1-1/p$ существует

$$\int_{\Gamma_0} a_n(x,\nabla u)\,u\,d\Gamma = 0. \tag{1.11}$$

Доказательство : Допустим противное, пусть $\lim\limits_{x_n\to 0} a_n(x,\nabla u)\,u \neq 0$. Если $x_n>0$ достаточно мало, то в силу (1.7)

$$x_n^{-\sigma}\,a_n(x,\nabla u) \geq \frac{x_n^{-\sigma}}{2}\,w(x'), \tag{1.12}$$

где $w(x')=\lim\limits_{x_n\to 0} a_n(x,\nabla u)$. Из (1.6) и (1.12) следует

$$x_n^{-\sigma+p\sigma}|\partial_i u|^{p-1} \geq x_n^{-\sigma}\frac{w(x')}{2}.$$

Возведя обе части последнего неравенства в степень q, после интегрирования получим

$$\int_0^{x_n}\int_{\Gamma_0} x_n^{p\sigma}\,|\partial_i u|^p\,d\Gamma\,dx_n \geq \int_0^{x_n} x_n^{-q\sigma}\left[\int_{\Gamma_0}\left|\frac{w(x')}{2}\right|^q d\Gamma\right] dx_n, \quad \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1.$$

Отсюда следует, что при $\sigma\geq 1-1/p$ интеграл справа расходится. В то же время, интеграл в левой части неравенства сходится, так как $u\in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$. Это противоречие завершает доказательство.

Лемма 1.1. **Пусть выполнены условия (1.6). Тогда оператор L, действующий из $\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ в сопряженное пространство $(\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega))^*$, является ограниченным.**

Доказательство : Пусть $B = \{u \in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega): \quad \|u\| \leq R < \infty\}$ – произвольное ограниченное множество в $\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$. Для любого фиксированного элемента $u^* \in B$ рассмотрим линейный функционал, действующий в $\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$:

$$l(v) =< L(u^*), v >= \sum_{i=1}^{n} \int_\Omega a_i(x, \nabla u^*)\, \partial_i v\, dx + \int_\Omega c(x, u^*)\, v\, dx. \tag{1.13}$$

В силу (1.6), (1.4) и неравенства Гельдера

$$|l(v)| \leq C \left[\sum_{i=1}^{n} \int_\Omega x_n^{p\,\sigma} |\nabla u^*|^{p-1} |\partial_i v|\, dx + \int_\Omega x_n^{p\,\sigma} |u^*|^{p-1} |v|\, dx\right] =$$
$$= C \left[\sum_{i=1}^{n} \int_\Omega x_n^{(p-1)\sigma} |\nabla u^*|^{p-1} x_n^{\sigma} |\partial_i v|\, dx + \int_\Omega x_n^{(p-1)\sigma} |u^*|^{p-1} x_n^{\sigma} |v|\, dx\right] \leq$$
$$\leq C_1 \|u^*\|^{p-1} \|v\|_1 \leq C_1 R^{p-1} \|v\|_1.$$

Следовательно

$$\|L(u^*)\|_{(\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega))^*} \leq C_1 R^{p-1}, \qquad u^* \in B, \tag{1.14}$$

т.е. оператор L ограничен. Лемма доказана.

Замечание 1.1. Для $f \in L_{q,-\sigma}(\Omega)$ и $q = \dfrac{p}{p-1}$ линейный функционал

$$< f, v > = \int_\Omega f(x)\, v(x)\, dx,$$

действующий в $\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$, является ограниченным. Так как $\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega) \subset L_{p,\sigma}(\Omega)$, то имеем $< f, v >= \int_\Omega x_n^{-\sigma} f(x)\, x_n^{\sigma}\, v(x)\, dx$, откуда следует

$$| < f, v > | \leq \|f\|_{L_{q,-\sigma}} \|v\|_{L_{p,\sigma}} \leq C\, \|f\|_{L_{q,-\sigma}} \|v\|_1.$$

Утверждение доказано.

Предложение 1.1, Лемма 1.1 и Замечание 1.1 приводят к следующему определению.

Определение 1.1. Функция $u \in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ называется обобщенным решением задачи (1.1), (1.2), если для любых $v \in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ и $f \in L_{q,-\sigma}(\Omega)$ имеет место

$$\sum_{i=1}^{n} \int_\Omega a_i(x, \nabla u)\, \partial_i v\, dx + \int_\Omega c(x, u)\, v\, dx = \int_\Omega f(x)\, v(x)\, dx. \tag{1.15}$$

§2. РАЗРЕШИМОСТЬ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

В этом параграфе будет доказана однозначная разрешимость задачи (1.1), (1.2).

Теорема 2.1. **Пусть оператор L, действующий из $\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ в $\left(\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)\right)^*$, удовлетворяет условиям i), ii). Тогда для любого $f \in L_{q,-\sigma}(\Omega)$ задача (1.1), (1.2) имеет единственное обобщенное решение.**

Доказательство : Применяя "метод монотонности" [6], [7], установим ряд свойств оператора L.

1°. Пусть $u \in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$. Рассмотрим нелинейную форму

$$< L(u), u >= \sum_{i=1}^{n} \int_\Omega a_i(x, \nabla u)\, \partial_i u\, dx + \int_\Omega c(x, u)\, u(x)\, dx. \tag{2.1}$$

Из (1.6), (1.7) имеем

$$\begin{aligned} &< L(u), u >\geq \mu_0 \sum_{i=1}^{n} \int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |\partial_i u|^p\, dx + C_1 \int_\Omega x_n^{p\sigma}\, |u(x)|^p\, dx \geq \\ &\geq C_0\, \|u\|_1^p = h(\|u\|_1)\, \|u\|_1, \end{aligned} \tag{2.2}$$

где $C_0 = \min(\mu_0, C_1)$ и $h(r) = C_0\, r^{p-1} \to \infty$ при $r \to \infty$.

2°. Докажем полунепрерывность оператора L. Пусть $u \in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ и пусть последоватвельность $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$, $u_k \in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ такова, что

$$\|u_k - u\|_1 \to 0, \quad \text{при} \quad k \to \infty. \tag{2.3}$$

Учитывая (1.6), (1.8), для любого $v \in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ находим

$$\begin{aligned} &|L(u_k), v > - < L(u), v > | = \\ &= \left| \sum_{i,j=1}^{n} \int_\Omega \int_0^1 \frac{\partial a_i(x, \nabla u + \tau(\nabla u_k - \nabla u))}{\partial \xi_j}\, \partial_j(u_k - u)\, \partial_i v\, dx\, d\tau + \right. \\ &\left. + \int_\Omega \int_0^1 \frac{\partial c(x, u + \tau(u_k - u))}{\partial \tau}\, (u_k - u)\, v(x)\, dx\, d\tau \right| \leq \\ &\leq C \sum_{i,j=1}^{n} \int_\Omega \int_0^1 x_n^{p\,\sigma}\, |\nabla u + \tau\, \nabla(u_k - u)|^{p-2}\, |\partial_j(u_k - u)|\, |\partial_i v|\, dx\, d\tau + \\ &+ \int_\Omega \int_0^1 x_n^{p\,\sigma} |u + \tau(u_k - u)|^{p-2}\, |u_k - u|\, |v(x)|\, dx\, d\tau. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Оценим интегралы

$$
\begin{aligned}
&\int_\Omega \int_0^1 x_n^{p\,\sigma}\, |\nabla u + \tau\, \nabla(u_k - u)|^{p-2}\, |\partial_j (u_k - u)|\, |\partial_i v|\, dx\, d\tau \le \\
&\le C_1 \int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, \left[|\nabla u|^{p-2} + |\nabla (u_k - u)|^{p-2} \right]\, |\partial_j (u_k - u)|\, |\partial_i v|\, dx = \\
&= C_1 \left(\int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |\nabla u|^{p-2}\, |\partial_j (u_k - u)|\, |\partial_i v|\, dx + \right. \\
&\left. + \int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |\nabla (u_k - u)|^{p-2}\, |\partial_j (u_k - u)|\, |\partial_i v|\, dx \right) \le \\
&\le C_2 \left(\int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, \left[|\nabla u|^{p-1} + |\partial_i v|^{p-1} \right]\, |\partial_j (u_k - u)|\, dx + \right. \\
&\left. + \int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |\nabla (u_k - u)|^{p-2}\, |\partial_j (u_k - u)|\, |\partial_i v|\, dx \right).
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

Оценим теперь интегралы в правой части последнего неравенства. В силу (2.3), имеем

$$
\begin{aligned}
&\int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |\nabla u|^{p-1}\, |\partial_j (u_k - u)|\, dx = \int_\Omega x_n^{(p-1)\sigma}\, |\nabla u|^{p-1}\, x_n^{\sigma}\, |\partial_j (u_k - u)|\, dx \le \\
&\le \left(\int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |\partial_j (u_k - u)|^p\, dx \right)^{1/p} \left(\int_\Omega x_n^{q(p-1)\sigma}\, |\nabla u|^{q(p-1)}\, dx \right)^{1/q} \le \\
&\le \|u_k - u\|_1\, \|u\|_1^{p/q} \to 0, \quad \text{при} \quad k \to \infty.
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

Остальные интегралы в (2.4), (2.5) оцениваются аналогично. Таким образом, из (2.4) — (2.6) следует

$$
| < L(u_k), v > - < L(u), v > | \to 0, \quad \text{при} \quad k \to \infty,
$$

т.е. оператор L полунепрерывен.

3°. Для доказательства монотонности оператора L берем произвольно $u, v \in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$. В силу (1.8) имеем

$$
\begin{aligned}
&< L(u) - L(v), u - v >= \\
&= \sum_{i,j=1}^{n} \int_\Omega \int_0^1 \frac{\partial a_i(x, \nabla v + \tau(\nabla u - \nabla v))}{\partial \xi_j}\, \partial_j (u - v)\, \partial_i (u - v)\, dx\, d\tau + \\
&+ \int_\Omega \int_0^1 \frac{\partial c(x, v + \tau(u - v))}{\partial \xi}\, (u - v)^2\, dx\, d\tau \ge \\
&\ge \mu_2 \int_\Omega x_n^{p\,\sigma}\, |\nabla (u - v)|^p\, dx + \mu_3 \int_\Omega x_n^{p\,\sigma} |u - v|^p\, dx \ge \mu \|u - v\|_1^p,
\end{aligned}
$$

где $\mu = \min\{\mu_2, \mu_3\}$. Это доказывает монотонность оператора L. Следовательно, выполнены условия Теоремы 13 из [6] в стационарном случае. Отсюда следует Теорема 2.1. Доказательство завершено.

§3. РАЗРЕШИМОСТЬ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

В этом параграфе рассматриваем смешанную краевую задачу для нелинейного вырождающегося параболического уравнения

$$u_t + L(u) = f(t,x) \tag{3.1}$$

в цилиндре $Q_T = (0,T) \times \Omega$, а оператор L вида (1.1). Условия следующие :

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad x \in \Omega, \tag{3.2}$$

$$u|_{\Gamma^*} = 0, \quad 0 \le t \le T. \tag{3.3}$$

Разрешимость задачи (3.1) — (3.3) опирается на одну общую теорему существования, полученную в [6]. Введем следующие обозначения.

Пусть X – банахово пространство, а X^* – пространство линейных непрерывных функционалов над X. Обозначим через $L_p(0,T;X)$ $(p>1)$ пространство функций $u(t):[0,T] \to X$ с нормой

$$\|u\| = \left(\int_0^T \|u(t)\|_X^p \, dt \right)^{1/p}, \tag{3.4}$$

где $\|\cdot\|_X$ – норма банахова пространства X.

Пусть $A(t,u)$ – нелинейный, монотонный оператор, зависящий от параметра $t \in [0,T]$ и действующий из $L_p(0,T;X)$ в сопряженное пространство $L_q(0,T;X^*)$, $p^{-1}+q^{-1}=1$. Рассмотрим следующую задачу Коши :

$$u' + A(t,u) = h, \tag{3.5}$$

$$u|_{t=0} = u_0, \tag{3.6}$$

где $h(t) \in L_q(0,T;X^*)$.

Наконец, через $H(u_0)$ обозначим пространство функций $u(t) \in L_p(0,T;X)$ таких, что $u' \in L_q(0,T;X^*)$, $u(0)=u_0$, $u_0 \in X$.

Теорема A, [6]. Если выполнены следующие условия :

1) справедливо неравенство

$$< A(t,u), u > \ge C_0\|u\|_X^p - k(t) \tag{3.7}$$

для почти всех $t \in [0,T]$ и любого $u(t) \in L_p(0,T;X)$ с некоторой постоянной $C_0 > 0$, где $k(t)$ ограниченная функция ;

2) оператор $A(t,u)$ ограничен и полунепрерывен ;

тогда отображение

$$L(u) = u' + A(t,u): \quad H(u_0) \to L_q(0,T;X^*)$$

есть эпиморфизм, т.е. для любого $h \in L_q(0,T;X^*)$ задача (3.5), (3.6) разрешима.

Теорема 3.1. Пусть оператор L удовлетворяет условиям i), ii) §1, а $f \in L_q(0,T;\left(\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)\right)^*)$. Тогда для любого $u_0 \in \overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)$ задача (3.1) — (3.3) имеет единственное обобщенное решение $u \in L_p(0,T;\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega))$.

Доказательство : **Существование.** Согласно рассуждениям, проведенным в доказательстве Леммы 1.2 в [3] и Леммы 1.1 в §1 настоящей статьи, оператор L, действующий из $L_p(0,T;\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega))$ в $L_q\left(0,T;\left(\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)\right)^*\right)$ ограничен.

Так как коэффициенты уравнения не зависят от временной переменной, то повторяя доказательство Теоремы 2.1, получим монотонность и полунепрерывность оператора L. Применяя Теорему А, доказываем существование обобщенного решения задачи (3.1) — (3.3).

Единственность. Пусть $u_1, u_2 \in H(u_0)$ - два решения задачи (3.1) — (3.3). Тогда $u_1 - u_2$ удовлетворяют тождеству

$$(u_1 - u_2)_t + L(u_1) - L(u_2) = 0 \tag{3.8}$$

и

$$(u_1 - u_2)|_{t=0} = 0. \tag{3.9}$$

Из (3.8) получим

$$\int_0^\tau < (u_1 - u_2)_t, u_1 - u_2 > dt + \int_0^\tau < L(u_1) - L(u_2), u_1 - u_2 > dt = 0 \tag{3.10}$$

для почти всех $\tau \in [0,T]$. Последние интегралы существуют, так как $(u_1 - u_2)_t$ и $L(u)$ принадлежат пространству $L_q(0,T;\left(\overset{\circ}{W}{}^1_{p,\sigma}(\Omega)\right)^*)$.

В силу монотонности оператора L и (3.10), имеем

$$\int_0^\tau < (u_1 - u_2)_t, u_1 - u_2 > dt = \frac{1}{2}\int_0^\tau \frac{\partial}{\partial t}\|u_1 - u_2\|^2_{L_2} dt \le 0.$$

Поскольку $p > 2$, то очевидно, что $u_1 - u_2 \in L_2(0,T;L_2(\Omega))$. Теперь, используя начальное условие (3.9), из предыдущего неравенства получим

$$\int_\Omega |u_1(x,\tau) - u_2(x,\tau)|^2 dx = 0.$$

Так как τ произвольно, то $u_1 = u_2$ в цилиндре Q_T. Этим завершается доказательство Теоремы 3.1.

ABSTRACT. **The paper studies solvability of the boundary value problems for nonlinear elliptic and parabolic equations of second order that degenerate on a part of the boundary. The existence and uniqueness of solutions in special weight functional spaces is proved.**

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Акопян, Р. Л. Шахбагян, "Смешанная задача для нелинейных вырождающихся систем типа Соболева", Изв. АН Армении, Математика, том 28, № 3, стр. 18 – 30, 1993.
2. Г. С. Акопян, Р. Л. Шахбагян, "Начально–краевая задача для вырождающихся нелинейных уравнений типа Соболева высокого порядка", Изв. АН Армении, Математика, том 30, № 1, стр. 21 – 36, 1995.
3. Г. С. Акопян, Р. Л. Шахбагян, "Смешанная краевая задача для квазилинейных вырождающихся эволюционных уравнений высокого порядка", Изв. АН Армения, Математика, том 31, № 3, стр. 2 – 23, 1996.
4. С. М. Никольский, П. И. Лизоркин, Н. В. Мирошин, "Весовые функциональные пространства и их приложения к исследованию краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений", Изв. ВУЗ-ов, сер. Матем., том 8 (315), стр. 4 — 30, 1988.
5. П. И. Лизоркин, С. М. Никольский, "Коэрцитивные свойства эллиптического уравнения с вырождением и обобщенной правой частью", Труды МИ АН СССР, том 163, стр. 157 — 183, 1983.
6. Ю. А. Дубинский, "Квазилинейные эллиптические и параболические уравнения любого порядка", Усп. Мат. Наук, том 23, № 1 (123), стр. 45 — 90, 1968.
7. Ж. – Л. Лионс, Некоторые Методы Решения Нелинейных Краевых Задач, Москва, Мир, 1972.

27 апреля 1997

Ереванский государственный университет