АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ КОМБИНАТОРНОЙ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

сборник статей

под редакцией Р. В. Амбарцумяна

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Для достижения высших стандартов и улучшения качества содержания журнала Известия Национальной Академии Наук Армении, Математика, представляется необходимым проведение новой политики, нацеленной на выдвижение тематических номеров, т. е. сборников трудов, посвященных отдельным областям математических исследований. В случае, когда такие работы выполнены под руководством признанного авторитета, последний естественно становится редактором сборника.

Настоящий номер является первым в предполагаемом ряде тематических номеров. Он содержит результаты исследований, проведенных при поддержке гранта Международного научного фонда, именованного "Аналитические результаты комбинаторной интегральной геометрии", основной исследователь – Р. В. Амбарцумян. Другой публикацией, отражающей эти исследования, является [1].

Основы этого направления были положены рядом геометрических результатов, полученных при решении задач порождения мер в классических пространствах интегральной геометрии. Первым отметим результат Погорелова – Александера – Амбарцумяна ([2] — [4]), утверждающий, что линейно-аддитивные, непрерывные псевдометрики на плоскости порождаются мерами, заданными в пространстве прямых на плоскости. Затем отметим результат Р. В. Амбарцумяна [5], относящийся к взаимнооднозначному соответствию между метриками Минковского в $\mathbb{R}^3$ и трансляционно-инвариантными мерами в пространстве прямых в $\mathbb{R}^3$. В [5] этот результат был распространен в одном направлении на общие линейно-аддитивные, гладкие метрики.

В некоторых случаях более естественно сначала рассмотреть вопрос о порождении знакопеременных мер, чем неотрицательных. Это вытекает из хорошо известного результата о том, что гладкие метрики Минковского в $\mathbb{R}^3$ порождаются как решения "зоноидного уравнения" знакопеременными мерами, заданными в пространстве направлений в $\mathbb{R}^3$. Сняв ограничение Минковского (т. е. трансляционную инвариантность), Погорелов в [1] показал, что любая гладкая, линейно-аддитивная метрика в $\mathbb{R}^3$ порождается знакопеременной мерой в пространстве плоскостей.

Результаты комбинаторной интегральной геометрии предоставляют возможность систематического подхода к таким задачам, осуществляемого с помощью конечно-аддитивных, комбинаторных функционалов.

В [1] введено понятие эйлерового функционала, определенного в пространстве прямых на плоскости. В [1], в терминах "треугольного эксцесса" бесконечно малых треугольников сформулировано необходимое и достаточное условие для порождения знакопеременной меры эйлеровым функционалом. В двух статьях настоящего сборника рассмотрена аналогичная задача порождения знакопеременных мер в пространстве плоскостей в $\mathbb{R}^3$. Из полученных результатов отметим следующую теорему.

Теорема. *Любая гладкая, линейно-аддитивная метрика в* $\mathbb{R}^3$, *асимптотически изотропная в любой точке, необходимо трансляционно-инвариантна и, следовательно, евклидова.*

Формулировку и доказательство этого утверждения можно найти в Дополнении к статье Р. Арамяна, опубликованной в данном номере. Третья статья сборника – статья Г. Сукиасяна, посвящена функционалам типа Эйлера в $\mathbb{R}^2$. Г. Сукиасян доказывает, в частности, что условие порождения знакопеременной меры может быть получено с помощью классической формулы Грина. Последняя является красивой и полезной иллюстрацией всей теории.

Читатель убедится в том, что это направление находится в фазе развития и обещает много новых, интересных результатов в будущем.

Ереван, декабрь 1994 Р. В. Амбарцумян

ЛИТЕРАТУРА

1. R. V. Ambartzumian, "Planar measure generation by Euler functionals." Submitted to Journal of Applied Probability, Stochastic Geometry Section.
2. A. V. Pogorelov, Hilbert's Fourth Problem, Winston & Sons, 1979.
3. R. Alexander, "Planes for which the lines are the shortest paths between points," Illinois J. Math., vol. 22, pp. 177 – 190, 1978.
4. R. V. Ambartzumian, Combinatorial Integral Geometry, John Wiley and Sons, 1982.
5. Р. В. Амбарцумян, "Замечания о порождении мер в пространствс прямых в $\mathbb{R}^3$", Изв. АН Армении, Математика, т. 27, № 5, стр. 1- 21, 1992.